



**MODELOS NO LINEALES MIXTOS EN EL ANÁLISIS DE
CRECIMIENTO DE BOVINOS CON DATOS DE ESTRUCTURA INCOMPLETA**

POR:

ING. ALFREDO RAMÓN URBINA VALENZUELA

**Tesina presentada como requisito parcial para obtener el grado de
Maestría Profesional en Estadística Aplicada**

**Universidad Autónoma de Chihuahua
Facultad de Zootecnia y Ecología
Secretaría de Investigación y Posgrado**

Modelos no lineales mixtos en el análisis de crecimiento de bovinos con datos de estructura incompleta. Tesina presentada por Alfredo Ramón Urbina Valenzuela como requisito parcial para obtener el grado de Maestría Profesional en Estadística Aplicada, ha sido aprobada y aceptada por:

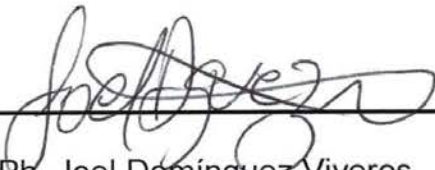
M. A. Luis Raúl Escárcega Preciado
Director de la Facultad de Zootecnia y Ecología



M. C. Antonio Humberto Chávez Silva
Secretario de Investigación y Posgrado



D. Ph. Pablo Fidel Mancillas Flores
Coordinador Académico



D. Ph. Joel Domínguez Viveros
Presidente

MAYO 07-2016

Fecha

Comité:

D. Ph. Joel Domínguez Viveros
Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez
Dr. Nicolás Callejas Juárez

© Derechos Reservados

Alfredo Ramón Urbina Valenzuela
PERIFÉRICO FRANCISCO R.
ALMADA KM. 1, CHIHUAHUA,
CHIH., MÉXICO C.P. 31453

MAYO 2016

AGRADECIMIENTOS

Nombrar es omitir con una significativa probabilidad de cometer olvido que, aunque involuntario no deja de ser injusto. Sin embargo, como en estos casos, debo y quiero manifestar mi más sincero agradecimiento a todos los que apoyaron en el desarrollo del presente trabajo.

Por encima de todo debo agradecer a Dios por darme vida y salud lo cual me ha permitido llevar a término un proyecto que amenazaba con quedar inconcluso.

Con mi amor agradezco también a los míos por estar incondicionalmente conmigo tanto en lo personal como en lo profesional durante los años de mi vida. Gracias a mis padres Héctor y Eva que desde dónde están, sé que siguen pendientes y vigilantes. A mi compañera Patty, a nuestros hijos Gabriel, Fredy, Alex y Liliana y al pequeño Sebastián, nuestro primer nieto. Gracias a todos ellos porque son mis motivos y porque aspiro a ser su motivación.

Gracias a mis compañeros de estudios de posgrado Angeliz, Samantha, Gilberto y Jesús. Gracias por ese compañerismo pero sobre todo agradezco su amistad sincera.

A los Doctores Joel Domínguez Viveros, Juan Ángel Ortega Gutiérrez y Nicolás Callejas Juárez, asesores e integrantes del comité de revisión gracias por su dedicación y paciencia. Sin el apoyo de ustedes hubiera sido difícil.

Gracias a los que están porque los quiero, a los que deberán de llegar porque ya los quiero también y gracias a los que ya no están porque les sigo queriendo y siguen siendo una motivación para un servidor.

DEDICATORIA

A todos los que contribuyeron en menor y mayor grado en el desarrollo y conclusión de este trabajo. El agradecimiento -dijo Lao Tse- es la memoria del corazón, por ello está humilde aportación la dedico de todo corazón a todos ustedes.

CURRICULUM VITAE

El autor nació el 19 de octubre de 1962 en la Ciudad de Santa Bárbara, Chihuahua, México.

- | | |
|--------------|--|
| 1981-1986 | Estudios de Licenciatura en la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Autónoma de Chihuahua. Cd. Chihuahua, Chih. |
| 1987 – 2015 | Profesor de tiempo completo ATC de la Universidad Autónoma de Chihuahua. |
| Agosto, 1988 | Estudiante graduado de Ingeniería Química en la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Autónoma de Chihuahua. |

Miembro de la Asociación Nacional de Facultades y Escuelas de Química, ANFEQUI. A.C.

RESUMEN

MODELOS NO LINEALES MIXTOS EN EL ANÁLISIS DE CRECIMIENTO DE BOVINOS CON DATOS DE ESTRUCTURA INCOMPLETA

POR:

ING. ALFREDO RAMÓN URBINA VALENZUELA

Maestría Profesional en Estadística Aplicada

Secretaría de Investigación y Posgrado

Facultad de Zootecnia y Ecología

Universidad Autónoma de Chihuahua

Presidente: D. Ph. Joel Domínguez Viveros

El objetivo fue analizar el crecimiento de bovinos Cebú, utilizando modelos no lineales mixtos (MNLM). La base de datos estuvo integrada por 15990 pesadas de 3198 machos, con edad entre 119 y 841 d. Se utilizaron cuatro modelos no lineales (MNL): Brody (BRO), Logístico (LOG), Bertalanffy (BER) y Gompertz (GOM). Los análisis se realizaron en dos modalidades (ANA1, ANA2), con el procedimiento NLMIXED de SAS: ANA1 = MNLM por los efectos aleatorios de un coeficiente de regresión, más los residuales; y 2) ANA2 = MNL con solo el efecto aleatorio de los residuales. La selección del mejor modelo fue con seis criterios: error de predicción promedio (EPP); la varianza del error de predicción (VEP); estadístico Durbin Watson (DW); coeficiente de determinación (R^2); criterio de información Akaike (AIC); y, criterio de información Bayesiano (BIC). Los ANA1 presentaron los mejores resultados, LOG presentó mejor ajuste, seguido de GOM, VER y BRO. El MNLM permitió caracterizar adecuadamente el crecimiento, sin datos del peso al nacer hasta

los 118 d; los coeficientes de regresión obtenidos con ANA2 no permitieron tener una interpretación biológica, con resultados fuera de contexto.

ABSTRACT

NONLINEAR MIXED MODELS IN THE ANALYSIS OF CATTLE GROWTH WITH INCOMPLETE DATA STRUCTURE

BY:

ALFREDO RAMON URBINA VALENZUELA

The objective was to analyze the growth of Zebu cattle using nonlinear mixed models (MNLM). The database contains 15990 live weights of 3198 males, between 119 and 841 days. Four non-linear models (MNL) were used: Brody (BRO), Logistic (LOG), Bertalanffy (BER) and Gompertz (GOM). Analyses are performed in two ways (ANA1, ANA2), with the procedure NLMIXED of SAS: ANA1 = MNLM by the random effects of a regression coefficient, more residuals; and, 2) ANA2 = MNL with only the random effect of residual. The selection of best model was six criteria: average prediction error (EPP); the variance of error prediction (VEP); Durbin Watson test (DW); coefficient of determination (R^2); Akaike information criterion (AIC); and Bayesian information criterion (BIC). The ANA1 presented the best results; LOG presents best fit, followed by GOM, VER and BRO. The MNLM allowing adequately characterize the growth, with no data birth weight up to 118 d; the regression coefficients obtained with ANA2 does not give a biological interpretation, with results out of context.



CONTENIDO

	Página
RESUMEN.....	vi
ABSTRACT.....	viii
LISTA DE CUADROS.....	x
LISTA DE GRAFICAS.....	xi
INTRODUCCIÓN.....	1
REVISIÓN DE LITERATURA.....	4
Crecimiento y Modelos No Lineales.....	4
Modelos No Lineales Mixtos.....	5
Comparación y Selección de Modelos.....	8
MATERIALES Y MÉTODOS.....	10
Características de la información.....	10
Modelos y análisis estadístico.....	10
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	14
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	20
LITERATURA CITADA	21



LISTA DE CUADROS

Cuadro		Página
1	Modelos no lineales utilizados para describir el crecimiento de bovinos cebú cubano.....	6
2	Resultados para los coeficientes de regresión (β_i) y componentes de la varianza a través de los modelos no lineales evaluados.....	15
3	Resultados para los estadísticos utilizados en la selección de modelos.....	16



LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica		Página
1	Distribución de los datos de peso vivo a través de la edad en bovinos cebú cubano.....	11
2	Curvas de crecimiento en bovinos cebú cubano, a partir de modelos no lineales mixtos, incorporando el coeficiente de regresión relativo al valor asintótico como aleatorio.....	18
3	Curvas de crecimiento en bovinos cebú cubano, a partir de modelos no lineales.....	19



INTRODUCCIÓN

En producción animal el análisis de datos longitudinales o medidas repetidas a través del tiempo se ha desarrollado a partir diferentes estrategias, tales como el análisis de regresión, los modelos de repetibilidad con diferentes estructuras de (co)varianzas, las técnicas de análisis multivariado (Graybill e Iyer, 2001; Charles, 2002; Gómez *et al.*, 2012), entre otras. El análisis de regresión describe la variable respuesta a través del tiempo con base en los modelos lineales y no lineales (Motulsky y Christopoulos 2003); donde los coeficientes de regresión (β_i) que conforman los modelos no lineales (MNL) pueden tener una interpretación biológica, como es el caso de la tasa de crecimiento y el valor asintótico; además, las derivadas con respecto al tiempo de los β_i pueden generar otros parámetros que describen el comportamiento de los individuos (Bates y Watts, 1988; Seber y Wild 2003), tales como el punto de inflexión en una curva de crecimiento, así como la evolución o conformación corporal del animal (Blasco, 1999; Goyache, 2005).

Los β_i que conforman los MNL tienen la definición y propiedades de efectos fijos; sin embargo, recientemente se ha desarrollado la metodología de los modelos no lineales mixtos (MNLM; Lindstrom y Bates, 1990; Ching-Fan 2005; Zheng 2010), con el objetivo de estimar con mayor precisión los efectos fijos, a partir de una estructura de varianzas y covarianzas definida por los propios β_i como efectos aleatorios. A nivel de poblaciones, se pueden cuantificar las fuentes de variación a través de animales y dentro de animales, además de las asociadas a las unidades experimentales, al muestreo y los errores de predicción (Litell *et al.*, 2006); se esperaría un incremento en la



probabilidad de ajuste de los modelos, y una reducción en el error de predicción y el riesgo asociado a las diferentes fuentes de variación (Agudelo *et al.* 2008; Zheng 2010); además de otras ventajas o aplicaciones para el análisis de datos con ciertas complicaciones en el arreglo o relación de la variable dependiente vs la variable independiente, desbalanceados o estructura incompleta a través del periodo contemplado en la variable independiente, y en ocasiones con falta de normalidad, modelando de manera flexible complicadas estructuras de datos; el número máximo de parámetros aleatorios que se pueden analizar en cada modelo, va de acuerdo con el número total de parámetros fijos que tenga el modelo, más el error (Lindstrom y Bates, 1990; Halimi 2005; Kuhn y Lavielle, 2005).

Por otro lado, las poblaciones bovinas en las regiones tropicales son principalmente razas cebuínas o cruza con éstas, las cuales poseen características específicas para resistir las altas temperaturas y la incidencia de parásitos (internos y externos), además de las condiciones de manejo y alimentación con base en pastoreo (Burrow, 2012); para el caso particular de la República de Cuba, a partir de los años 60 del siglo XX, se inició un programa de mejoramiento genético en bovinos para carne con base en ganado Cebú, con el objetivo de obtener genotipos adaptados a las condiciones tropicales de ambientes adversos (Planas y Ramos, 1990). En bovinos para carne, las variables de crecimiento, como el peso vivo a través del tiempo, son parte fundamental en los criterios y objetivos de selección (CONARGEN 2010); en las poblaciones de ganado Cebú Cubano, el peso vivo se obtuvo a través del tiempo a partir de los 119 días de edad; este esquema de evaluación del



crecimiento, generó una estructura de datos incompleta, dado que se carece de puntos de referencia o datos de peso vivo del nacimiento a los 119 días. Con base en lo anterior, el objetivo de la presente investigación fue evaluar el ajuste de los MNLM en el análisis del crecimiento en bovinos para carne Cebú Cubano.



REVISIÓN DE LITERATURA

Crecimiento y Modelos No Lineales

Una curva de crecimiento es una representación gráfica de los datos, relativa al incremento de la variable dependiente a través de la variable independiente. En el crecimiento animal y caso particular de los bovinos, la curva tiene una forma sigmoide, dado que la velocidad de crecimiento tiene un cambio sustancial en el denominado punto de inflexión; al inicio presenta una tasa de crecimiento acelerada y exponencial, posterior al punto de inflexión, la velocidad de crecimiento cambia o disminuye paulatinamente, hasta alcanzar el valor máximo o asintótico (Kiviste *et al.*, 2002; Gerrard y Grant, 2003; Thornley y France, 2007). Matemáticamente, el punto de inflexión, se localiza donde una función continua cambia su sentido de concavidad; y una asíntota, es una línea recta a la cual la función se va acercando indefinidamente sin llegar a ser tocada por la curva, indicando el comportamiento a largo plazo; el identificar estos parámetros, así como la inclinación de la curva, proporciona información sobre el comportamiento de los datos (Ratkowsky, 1990; Balzarini *et al.*, 2004).

La curva de crecimiento animal se representa a través de pesos medidos a diferentes edades, considerados como datos longitudinales o medidas repetidas de la misma característica, en el mismo individuo. El análisis de datos longitudinales para generar la curva de crecimiento se ha realizado por medio de regresión a través de funciones matemáticas, como es el caso de los modelos lineales y no lineales; los modelos no lineales (MNL), son modelos de regresión en los cuales los coeficientes de regresión aparecen en forma no lineal en la ecuación (Balzarini, 2002; Motulsky y Christopoulos 2003); algunos



MNL han mostrado ser adecuados para ajustar la curva de crecimiento en diferentes especies y razas; donde, los coeficientes de regresión que los componen tienen una interpretación biológica que facilita el entendimiento del fenómeno (Ribeiro, 2005; Agudelo *et al.*, 2008). En bovinos para carne, los MNL de Gompertz, Logístico, Von Bertalanffy y Brody, a través de los análisis estadísticos han sido los de mejor ajuste y aplicación para estudiar e interpretar el crecimiento a través del tiempo (Owens *et al.*, 1993; Lawrence y Fowler 2002; Thornley y France, 2007). Las ecuaciones de los citados cuatro MNL se presentan en el Cuadro 1; donde “ y ” representa el peso vivo medido al “ t ” tiempo; “ β_1 ” es el valor asintótico, cuando “ t ” tiende a infinito, y es interpretado como el peso adulto; “ β_2 ” es un parámetro de ajuste cuando $y \neq 0$ ó $t \neq 0$; y, “ β_3 ” es la tasa de crecimiento, expresando la ganancia de peso como proporción del peso total (Bates y Watts, 1988; Ratkowsky, 1990).

Modelos No Lineales Mixtos

De inicio, todos los modelos pueden considerarse modelos mixtos, dado que contienen un efecto fijo asociado a la media general (μ), y un efecto aleatorio determinado por los residuales o error aleatorio (ϵ). Sin embargo, en la práctica se denomina modelo mixto aquel que contiene efectos fijos diferentes a μ , y otros efectos aleatorios no asociados al error. En los MNLM, el componente aleatorio deriva del análisis de medidas repetidas, lo cual genera una estructura de (co)varianzas; conjuntamente, el ajuste de un MNL con solo efectos fijos asume que la curva de crecimiento es estándar o única a través de la población de estudio, en la realidad cada individuo presenta una curva de crecimiento propia; por consiguiente, los coeficientes de regresión que componen los MNL



Cuadro 1. Modelos no lineales utilizados para describir el crecimiento de bovinos cebú cubano.

Modelo	Ecuación	PI
Brody	$y = \beta_1 \cdot (1 - \beta_2 \cdot (\exp(-\beta_3 \cdot t)))$	---
Logístico	$y = \beta_1 / (1 + \beta_2 \cdot (\exp(-\beta_3 \cdot t)))$	$t = \ln \beta_2 / \beta_3$
Bertalanffy	$y = \beta_1 \cdot ((1 - \beta_2 \cdot (\exp(-\beta_3 \cdot t)))^{**3})$	$t = \ln 3\beta_2 / \beta_3$
Gompertz	$y = \beta_1 \cdot (\exp(-\beta_2 \cdot (\exp(-\beta_3 \cdot t))))$	$t = \ln \beta_2 / \beta_3$

y = peso del animal a la edad t;

t = edad del animal en días.

β_1 , β_2 y β_3 = coeficientes de regresión que conforman los modelos.

PI = edad en días al punto de inflexión de la curva de crecimiento.



tienen un componente de varianza que debe de ser considerado en los análisis (Balzarini, 2002; Balzarini *et al.*, 2004). Los MNL del Cuadro 1 son los de mayor uso y aplicación en el análisis de crecimiento de bovinos para carne, el coeficiente de regresión β_1 está asociado al peso adulto, y su deducción a través del análisis de regresión, expresa un valor promedio de toda la población de estudio; al incluir un componente aleatorio asociado al coeficiente de regresión ($\beta_1 + u_j$), se contemplan las diferencias para β_1 dentro de la población de estudio; el componente aleatorio asociado al coeficiente de regresión, presenta los mismos supuestos referidos al efecto aleatorio de los residuales: distribución normal, media igual a cero y varianza afín (Wang y Zuidhof, 2004; Zheng, 2010).

La solución del modelo se puede obtener mediante el método de máxima verosimilitud, integrando una densidad normal con respecto a la distribución de los efectos aleatorios; maximizar la función de verosimilitud resultante se complica por la presencia de una integral multidimensional en esta función. Para una estructura simple de los efectos aleatorios, la integración se puede realizar por cuadratura Gaussiana; otra alternativa para la estimación de la verosimilitud completa se fundamenta en la expansión de Taylor de primer orden en la función del modelo. La característica principal entre los métodos denominados de ajuste lineal, reside en el punto alrededor del cual se hace la expansión, a partir del vector de efectos aleatorios alrededor del valor esperado o de alguna estimación (Lindstrom y Bates, 1990; Kuhn y Lavielle, 2005; Littell *et al.*, 2006). El procedimiento (NLMIXED) para la solución de MNLM de uso en el programa para análisis estadístico SAS (SAS, 2005) utiliza cuatro métodos



(FIRO, GAUSS, HARDY e ISAMP) para maximizar la función de verosimilitud (Wolfinger, 1999; Pinheiro y Bates 2000).

Comparación y Selección de Modelos

Los MNL han sido evaluados con base en la bondad de ajuste a los datos, la interpretación biológica de los parámetros, y los requerimientos computacionales; de acuerdo con la experiencia sobre el fenómeno analizado, se formula un modelo candidato que pudiera proporcionar una explicación aceptable de lo examinado, dado que no se conoce el modelo verdadero. La selección se realiza con base en dos hipótesis: son adecuados los modelos considerados en la comparación, y cuál es el modelo que mejor se aproxima al verdadero proceso generador de los datos. La valoración del modelo, o prueba de hipótesis radica en: 1) la adecuación, que consiste en cómo se ajusta el modelo a los datos disponibles, y determinar si viola alguna de las hipótesis sobre las que se basa; y, 2) la validación, para analizar si el modelo funciona de forma correcta valorando la capacidad predictiva (Gelfand y Dey, 1994; Buckland *et al.*, 1997; Burnham y Anderson 1998); un mejor ajuste del modelo a los datos, no implica necesariamente una mejor capacidad predictiva (Zucchini, 2000).

Para la clasificación y jerarquización de modelos mixtos se han utilizado tres criterios (Box y Tiao 1992; Burnham y Anderson, 1998; Sorensen y Gianola, 2002): 1) Prueba de proporción de verosimilitudes, la cual se basa en la diferencia entre los logaritmos de las funciones de verosimilitud ($-2 \log L$) en los modelos a comparar, se distribuye como ji cuadrada, con grados de libertad igual a la diferencia en el número de parámetros (p); esta prueba indica si la



diferencia entre los $-2 \log L$ es significativamente diferente para afirmar que los parámetros extras incluidos en un modelo, explican variación adicional en la variable respuesta, a la que explica otro modelo sin ser incluidos. 2) Criterio de información de Akaike (AIC), mide la información que se pierde cuando se utiliza un modelo alterno, para aproximarse al modelo real o desconocido, el objetivo es buscar el modelo aproximado partiendo del modelo completo, que proporcione la menor pérdida de información posible; la expresión de AIC es $-2 \log L + 2 p$, donde $2p$ representa una penalización debida al número de parámetros. 3) Criterio de información Schwarz o de información Bayesiana (BIC), surge en un contexto bayesiano pero sus aplicaciones son frecuentistas, utiliza la verosimilitud del modelo y no requiere especificar ninguna distribución a priori; se deriva en el proceso de seleccionar un modelo alternativo con diferentes dimensiones, pero con igualdad de información a priori, de manera que maximice la probabilidad a posteriori de los parámetros; el BIC se plantea como $-2 \log L + p \log(\gamma)$, donde γ corresponde al número de observaciones menos el rango de la matriz X , relacionada con los efectos fijos.



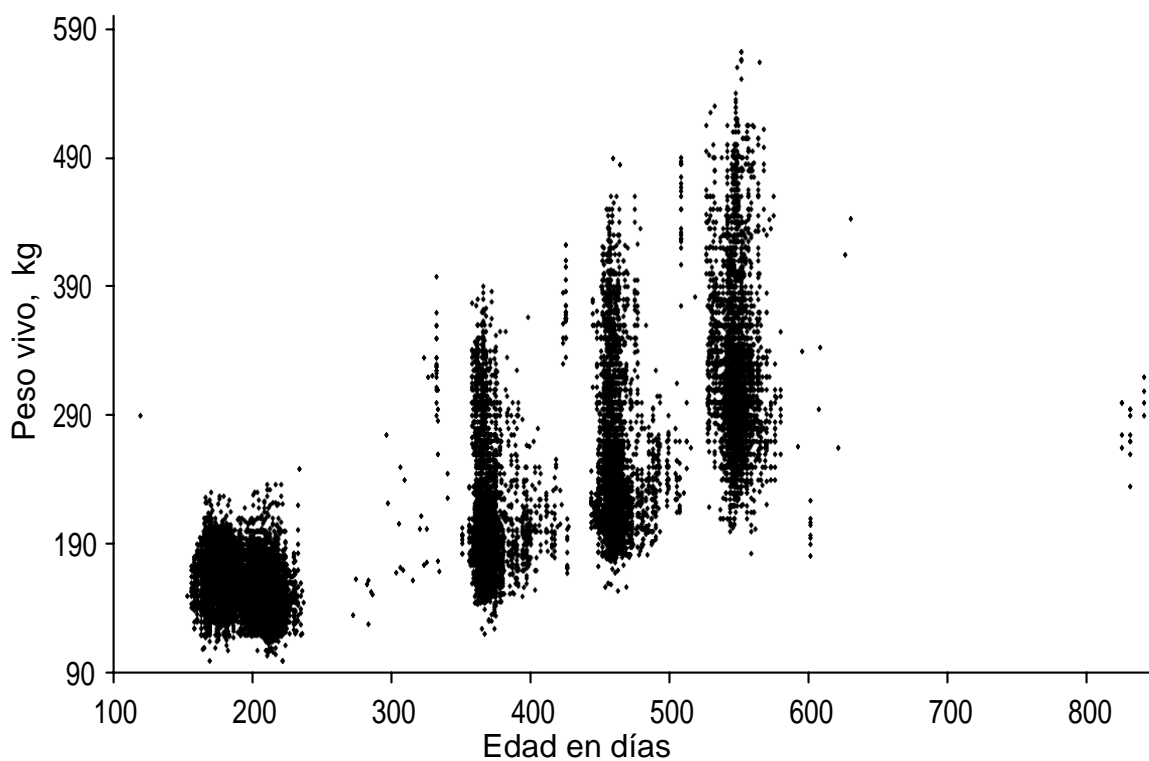
MATERIALES Y MÉTODOS

Características de la Información

La base de datos fue proporcionada por el Centro Nacional de Control Pecuario de la República de Cuba. La base de datos estuvo integrada por 15990 pesadas a diferentes intervalos de tiempo, correspondientes a 3198 machos con edad entre 119 a 841 días, producto de las pruebas de comportamiento; en la Grafica 1 se presenta la distribución de los datos a través del tiempo. Los hatos que proporcionaron los animales, son manejados en un sistema de pastoreo, ubicados entre los 20 y 23° N, y 74 y 85° O, con dos estaciones claramente definidas; la de lluvias de mayo a octubre, en la que ocurre del 70 al 80 % de la precipitación, y la estación seca de noviembre a abril; la temperatura media anual es de 23.1 °C y la humedad relativa de 60 a 70 % durante el día y de 80 a 90 % durante la noche (Ávila-Serrano *et al.*, 2011; IMRC, 2016).

Modelos y Análisis Estadísticos

Para el análisis del crecimiento se utilizaron cuatro MNL (Thornley y France, 2007; Agudelo *et al.*, 2008): Brody (BRO), Logístico (LOG), Bertalanffy (BER) y Gompertz (GOM); los cuales están conformados por tres coeficientes de regresión (β_1 , β_2 , β_3), y se describen en el Cuadro 1. Los análisis se realizaron en dos modalidades (ANA1, ANA2), con base en el procedimiento NLMIXED (Wolfinger, 1999) del programa de análisis estadístico SAS: 1) ANA1 = MNLM al incluir dos efectos aleatorios; el efecto aleatorio correspondiente al β_1 más los residuales; y, 2) ANA2 = modelos no lineales sin incluir los efectos aleatorios relativos con los coeficientes de regresión, solo el efecto aleatorio



Gráfica 1. Distribución de los datos de peso vivo a través de la edad en bovinos cebú cubano.



de los residuales. Los efectos aleatorios (no correlacionados) de los residuales (ε_{ij}) y β_1 se ajustan a las suposiciones de una distribución normal, con media igual a cero y varianzas $\sigma^2\varepsilon$ y $\sigma^2_{\beta_1}$, respectivamente; no se incluyeron los efectos aleatorios de los otros coeficientes de regresión (β_2 y β_3), dado que sus componentes de varianza son de muy baja magnitud y tienden a cero. La selección del modelo con mejor ajuste se realizó en función de seis criterios (Motulsky y Christopoulos, 2003; Posada y Rosero 2007; Torres *et al.*, 2012):

1) error de predicción promedio [EPP= $(\sum_{i=1}^n \left(\frac{|pe_i - pvi|}{pe_i} \right) * 100) / n$]

2) varianza del error de predicción [VEP = $\sum_{i=1}^n (pe_i - pvi)^2 / n$]

3) estadístico Durbin Watson [DW= $2(1 - \rho); \rho = \frac{\sum_{i=1}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$]

4) coeficiente de determinación [$R^2 = (1 - (sce/sct))$]

5) criterio de información Akaike [AIC = $-2 * \text{Log } lik + 2k$]

6) criterio de información Bayesiano [BIC = $-2 * \text{Log } lik + \log(n) * k$]

Donde: pvi = peso vivo en la i – ésima edad; pei = peso vivo estimado para la i – ésima edad; n = número total de datos; sce = suma de cuadrados de los residuales; sct = suma de cuadrados total; $\text{Log } lik$ = logaritmo de la función de verosimilitud; k = número de parámetros en el modelo. El EPP analiza la relación que existe entre el peso medido y el peso estimado, y en función del signo, el MNL sobreestima (+) o subestima (-) las predicciones. Para EPP, VEP, AIC y BIC, el modelo con el menor valor se consideró como de mejor ajuste; a diferencia del R^2 , el modelo con el valor más alto representa mejor ajuste. El DW analiza las auto correlaciones en los errores, con tres planteamientos: a) si



2 $< DW < 4$ existe auto correlación negativa; b) si $0 < DW < 2$ indica ausencia de auto correlación; y, c) si $DW \leq 0$ indica que existe auto correlación positiva.



RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 2 se presentan los resultados para los coeficientes de regresión que conforman los modelos evaluados, así como los componentes de varianza de los efectos aleatorios incorporados en cada modelo; en el Cuadro 3, se describen los resultados para los estadísticos utilizados en la selección del modelo con mejor ajuste. Con base en los criterios de información AIC y BIC, los análisis con los MNLM (ANA1) presentaron los mejores resultados, siendo el modelo LOG el que presentó mejor ajuste, seguido de los modelos de GOM y VER, y finalmente el BRO; de igual forma, los MNLM mostraron una reducción en la varianza (hasta 53 % en el modelo LOG). Para el R^2 y el estadístico DW, los resultados fueron muy similares a través de análisis; todos los modelos explicaron alrededor del 95 % de la variación en los datos, e indicando ausencia de auto correlación en los residuales; sin embargo, los análisis con base en los MNLM tuvieron mayores estimaciones del EPP y la VEP. Algunos estudios relacionados con la producción animal, donde han utilizado los MNLM con resultados similares de mejor ajuste, fueron publicados por Palacios-Espinosa *et al.* (2016) en el análisis de curvas de lactancia de vacas Siboney de Cuba; Köhn *et al.* (2007) en el crecimiento de cerdos; Wang y Zuidhof (2004) en el crecimiento de aves de postura.

El crecimiento de los bovinos para carne está caracterizado por una curva de tipo sigmoide de tres fases: un crecimiento lento inicial, una fase de aceleración pronunciada y un período de desaceleración, hasta alcanzar el peso adulto. En el contexto del crecimiento tipo sigmoide, los coeficientes de



Cuadro 2. Resultados para los coeficientes de regresión (β_i) y componentes de la varianza a través de los modelos no lineales evaluados

Modelo	β_1	β_2	β_3	PI	σ^2_e	$\sigma^2_{\beta_1}$
Análisis con dos componentes de varianza: residuales y β_1						
Brody	388.4±3.2	1.004±0.01	0.00264±0.00005	---	1871.4	1094.9
Logístico	392.9±3.0	4.055±0.03	0.00484±0.00005	289	1220.1	1572.1
Bertalanffy	388.7±3.3	0.503±0.01	0.00329±0.00006	125	1792.6	1067.9
Gompertz	397.4±3.3	1.898±0.01	0.00353±0.00005	181	1295.2	1654.8
Análisis con un componente de varianza: residuales						
Brody	1659.3±0.00	0.9619±0.01	0.00030±0.00001	---	2657.4	
Logístico	1851.6±0.01	16.89±0.11	0.00226±0.00001	1250	2558.3	
Bertalanffy	4969.7±0.01	0.7359±0.01	0.00036±0.00001	2199	2581.6	
Gompertz	3379.3±0.01	3.55±0.01	0.00073±0.00004	1735	2570.5	

σ^2_e : varianza residual.

$\Sigma^2\beta$: varianza asociada al coeficiente de regresión β_1 .

β_1 , β_2 y β_3 : coeficientes de regresión de los modelos no lineales evaluados.

PI = edad del animal al punto de inflexión de la curva de crecimiento



Cuadro 3. Resultados para los estadísticos utilizados en la selección de modelos

	EPP	VEP	AIC	BIC	R ²	DW
Análisis con dos componente de varianza: residuales y β_1						
Brody	-5.2	2851.9	167543	167573	94.96	1.14
Logístico	-4.3	2684.1	163443	163474	95.25	1.08
Bertalanffy	-5.0	2789.8	166965	166995	95.07	1.10
Gompertz	-4.6	2748.8	164251	164292	95.14	1.10
Análisis con un componente de varianza: residuales						
Brody	-4.0	2649.8	171416	171447	95.31	1.07
Logístico	-3.9	2559.1	170865	170895	95.48	1.03
Bertalanffy	-2.5	2594.1	170987	171018	95.41	1.04
Gompertz	-4.1	2568.2	170922	170953	95.46	1.04

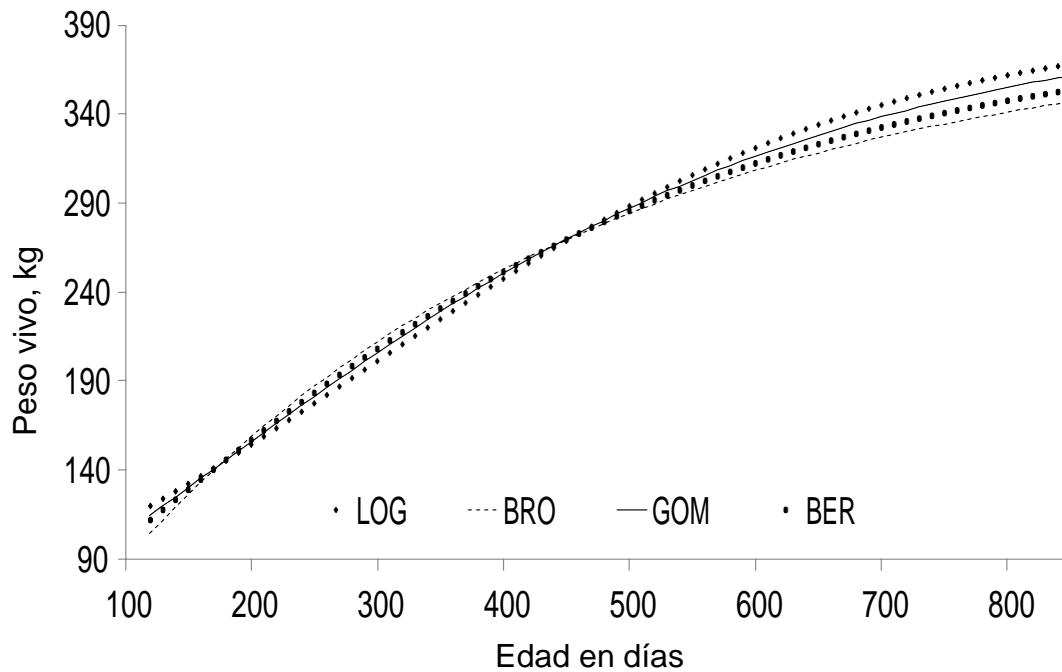
EPP: error de predicción promedio.
VEP: varianza del error de predicción.
AIC: criterio de información Akaike.
BIC: criterio de información Bayesiano.
R²: Coeficiente de determinación.
DW: estadístico Durbin Watson



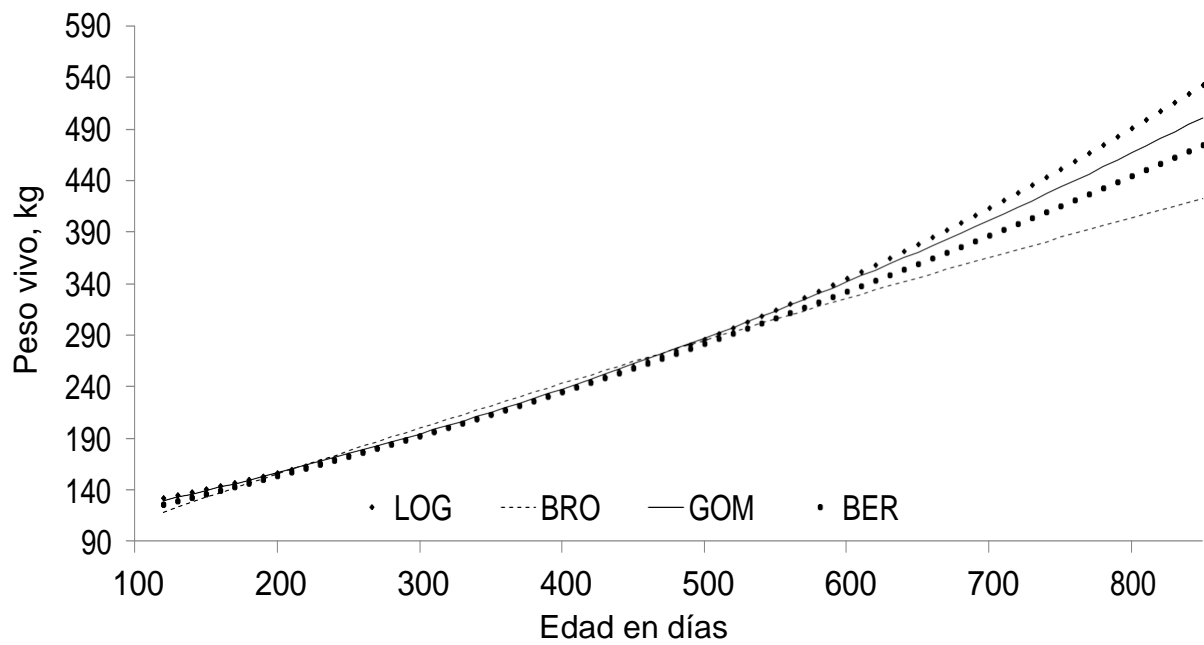
regresión β_1 y β_3 tienen una interpretación biológica, como peso adulto o asintótico y tasa relativa de crecimiento, respectivamente; así mismo, el punto de inflexión (PI) determina un cambio en la tasa de crecimiento y señala el momento en que el crecimiento deja de acelerarse (Blasco, 1999; Goyache, 2005); la forma de la curva está determinada por la interacción del peso asintótico y la velocidad de crecimiento (Owens *et al.*, 1993).

La base de datos analizada presentó una estructura desbalanceada e incompleta, dado que no contiene información de crecimiento en el intervalo del peso al nacer hasta los 119 d de edad. Los resultados del ANA2 (Cuadro 2) mostraron estimaciones del β_1 y del PI muy sobre valoradas, y fuera de los límites biológicos para su interpretación en el crecimiento de bovinos para carne. Sin embargo, los resultados del ANA1 mostraron estimaciones de β_1 y del PI que pueden ser utilizadas para explicar el crecimiento de bovinos Cebú Cubano; además, estos resultados coinciden con los reportes de otros autores que han evaluado el crecimiento de bovinos en condiciones tropicales (Ribeiro, 2005; Agudelo *et al.* 2008; Domínguez-Viveros *et al.*, 2013).

En las Gráficas 2 y 3 se presenta el ajuste del crecimiento a partir de los coeficientes de regresión obtenidos en cada análisis. Las curvas de crecimiento (Gráfica 2) ajustadas con base en los resultados de los modelos no lineales mixtos, describen el crecimiento en apego a una curva sigmoide característica del crecimiento de bovinos para carne, y coinciden con los resultados publicados por otros autores que han evaluados el crecimiento en bovinos para carne (Ribeiro, 2005; Domínguez-Viveros *et al.*, 2014).



Gráfica 2. Curvas de crecimiento en bovinos cebú cubano, a partir de modelos no lineales mixtos (LOG: Logístico; BRO: Brody; GOM: Gompertz; BER: Bertalanffy), incorporando el coeficiente de regresión relativo al valor asintótico como aleatorio.



Gráfica 3. Curvas de crecimiento en bovinos Cebú Cubano, a partir de modelos No lineales (LOG: Logístico; BRO: Brody; GOM: Gompertz; BER: Bertalanffy)



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con base en los criterios de información Akaike y Bayesiano, los modelos no lineales mixtos presentaron el mejor ajuste y jerarquización.

El ajuste de los modelos no lineales mixtos, permitió caracterizar adecuadamente el crecimiento de bovinos Cebú Cubano, con la circunstancia de no tener datos al inicio del crecimiento.

Los coeficientes de regresión obtenidos con los modelos no lineales mixtos, permitieron tener una interpretación biológica asociada al crecimiento de bovinos; a diferencia de los coeficientes de regresión obtenidos sin incluir la parte aleatoria asociada, dado que presentaron resultados fuera de contexto.



LITERATURA CITADA

- Agudelo, G. A., M. F. M. Cerón y L. F. B. Restrepo. 2008. Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Rev. Colomb. Cienc. Pec.* 20:39-58.
- Ávila-Serrano, N. Y., A. Palacios-Espinosa, J. L. Espinoza-Villavicencio, A. Guillen-Trujillo, R. Luna-De la Peña y D. Guerra-Iglesias. 2011. Componentes de (co)varianza para peso al destete de ganado cebú bermejo cubano. *Trop. Subtrop. Agroec.* 14:981-987.
- Balzarini, M. 2002. Applications of mixed models in plant breeding. Quantitative genetics, genomics, and plant breeding. CABI Publishing. U.S.A.
- Balzarini, M., R. Macchiavelli y F. Casanoves 2004. Aplicaciones de modelos mixtos en agricultura y forestería. Centro agronómico tropical de investigación y enseñanza – CATIE. Costa Rica.
- Bates, D. M. y D. G. Watts. 1988. Nonlinear regression: iterative estimation and linear approximations. John Wiley & Sons, Inc. U.S.A.
- Blasco, A. 1999. La descripción del crecimiento. Informe técnico ocasional No 6. Departamento de ciencia animal. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España.
- Box, G. E. y G. C. Tiao. 1992. Bayesian inference in statistical analysis. John Wiley & Sons Inc. New York, U.S.A.
- Buckland, S. T., K. P. Burnham y N. H. Augustin. 1997. Model selection: an integral part of inference. *Biometrics.* 53:603-618.
- Burnham, K. P. y D. R. Anderson. 1998. Model selection and inference. Springer. London, UK. 38.
- Burrow, H. M. 2012. Importance of adaptation and genotype x environment interactions in tropical beef breeding systems. *Animal.* 6:729-740.
- Charles, D. 2002. Statistical methods for the analysis of repeated measurements. 2a ed. New York, E. U. A.
- Ching-Fan, S. 2005. Using SAS PROC NL MIXED to fit item response theory models. *Behavior Res. Meth.* 37:202-218.
- CONARGEN. 2010. Consejo nacional de los recursos genéticos pecuarios. Guía técnica de programas de control de producción y mejoramiento genético en bovinos de carne. México.
- Domínguez-Viveros, J., F. A. Rodríguez Almeida, R. Núñez-Domínguez, R. Ramírez-Valverde, J. A. Ortega-Gutiérrez y A. Ruíz Flores. 2013. Ajuste de modelos no lineales y estimación de parámetros de crecimiento en bovinos Tropicarne. *Agrociencia.* 47:25-34.



- Domínguez-Viveros, J., J. Á. Ortega-Gutiérrez, F. A. Rodríguez-Almeida, N. Callejas-Juárez, N. G. Aguilar-Palma y E. Santillán-Moreno. 2014. Ajuste de modelos no lineales para caracterizar el crecimiento de bovinos Hereford y Salers. *Rev. Cient. FCV-LUZ*. 24:436-442.
- Gelfand, A. E. y D. K. Dey. 1994. Bayesian model choice: asymptotic and exact calculations. *J. R. Statist. Soc.* 56:501-514.
- Gerrard, D. E. y A. L. Grant. 2003. *Principles of animal growth and development*. Kendall Hunt Publishing Company. E.U.A.
- Gómez, S., V. Torres, Y. García y J. A. Navarro. 2012. Procedimientos estadísticos más utilizados en el análisis de medidas repetidas en el tiempo en el sector agropecuario. *Rev. Cub. Cienc. Agríc.* 46:1-7.
- Goyache, F. M. 2005. Crecimiento, consumo y medidas corporales. Estandarización de las metodologías para evaluar la calidad del producto (animal vivo, canal carne y grasa) en los rumiantes. Monografías INIA – Serie ganadera. Madrid, España.
- Graybill, F. y H. K. Iyer. 2001. *Regression analysis: concepts and applications*. Colorado State University. Colorado, E. U. A.
- Halimi, R. 2005. Nonlinear mixed-effects models and nonparametric inference. Tesis de Doctorado en Matemáticas. Departamento de Estadística. Universidad de Barcelona. España. 20.
- IMRC. 2016. Instituto de meteorología de la República de Cuba. Disponible: <http://www.met.inf.cu/>.
- Kiviste, A., G. Álvarez, A. Rojo y G. Ruiz. 2002. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Instituto nacional de investigación y tecnología agraria y alimentaria. Madrid, España.
- Kuhn, E. y M. Lavielle. 2005. Maximum likelihood estimation in nonlinear mixed effects models. *Comput. data anal.* 49:1020-1038.
- Köhn, F., A. R. Sharifi y H. Simianer. 2007. Modeling the growth of the Goettingen minipig. *J. Anim. Sci.* 85:84-92.
- Lawrence, T. y V. Fowler. 2002. *Growth of farm animal*. 2a ed. CAB International. London U. K.
- Lindstrom, M. J. y D. M. Bates. 1990. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics*. 46:673-687.
- Littell, R. C., G. A. Milliken, W.W. Stroup, R. D. Wolfinger y O. Schabenberger. 2006. *SAS System for Mixed Models*. 2a ed. SAS Institute Inc. E. U. A.
- Motulsky, H y A. Christopoulos. 2003. *Fitting models to biological data using linear and nonlinear regression. A practical guide to curve fitting*. Graph Pad Software Inc. U.S.A.
- Owens, F. N., P. Dubeski y C. F. Hanson. 1993. Factors that alter the growth and development of ruminants. *J. Anim. Sci.* 71:3138-3150.



- Palacios-Espinosa, A., J. Domínguez-Viveros, Y. Padrón-Quintero, M. Rodríguez-Castro, F. A. Rodríguez-Almeida, J. L. Espinoza-Villavicencio y N. Y. Ávila-Serrano. 2016. Caracterización de la curva de lactancia de bovinos siboney con modelos no lineales mixtos. *Rev. Mex. Cienc. Pec.* 7:233-243.
- Pinheiro, J. C. y D. M. Bates. 2000. *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. Springer. Berlin, Alemania.
- Planas, T. y F. Ramos. 1990. Cebú Cubano. Una incursión en la promoción de sementales de cebú cubano. *Rev. Asoc. Cub. Prod. Ani.* 12:11-21.
- Posada, S. L. y N. R. Rosero. 2007. Comparación de modelos matemáticos: una aplicación en la evaluación de alimentos para animales. *Rev. Colomb. Cienc. Pec.* 20:141-148.
- Ratkowsky, D. A. 1990. *Handbook of nonlinear regression models*. Marcel Dekker. New York, E.U.A.
- Ribeiro, de F. A. 2005. Curvas de crescimento em produção animal. *Rev. Bras. Zootec.* 34:786-795.
- SAS. 2005. *SAS/STAT User's Guide (Release 9.0)*. Cary NC, USA: SAS Inst. Inc.
- Seber, G. A. y C. J. Wild. 2003. *Nonlinear regression*. 2 Ed. Wiley. New York E.U. A.
- Sorensen, D. y D. Gianola. 2002. *Likelihood, bayesian and MCMC methods in quantitative genetics*. Springer. New York, E.U.A.
- Thornley J. y J. France. 2007. *Mathematical models in agriculture, quantitative methods for plant, animal and ecological sciences*. 2a Ed. CAB International, London U. K.
- Torres, V., I. Barbosa, R. Meyer, A. Noda y L. Sarduy. 2012. Criterios de bondad de ajuste en la selección de modelos no lineales en la descripción de comportamientos biológicos. *Rev. Cub. Cienc. Agríc.* 46:345-350.
- Wang, Z. y M. J. Zuidhof. 2004. Estimation of growth parameters using nonlinear mixed Gompertz model. *Poultry Sci.* 83:847-852.
- Wolfinger, R. D. 1999. Fitting nonlinear mixed models with the new NLMIXED procedure. *SAS Users Group International Conference*. 24: 278-284.
- Zheng, M. 2010. Fitting linear and nonlinear growth curve models using PROC NLMIXED. *SAS Statistic and data analysis*. Los Angeles, E.U.A.
- Zucchini, W. 2000. An introduction to model selection. *J. Mathem. Psych.* 44:41-61.