UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

LAS DINÁMICAS INTERACTIVAS ENTRE PARES EN EL AULA DE MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA

POR:

KARINA MARGARITA ESPARZA CHÁVEZ

TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRA EN INNOVACIÓN EDUCATIVA

CHIHUAHUA, CHIHUAHUA MAYO DE 2025

CHIHUAHUA, CHIH. MÉXICO FECHA MAYO DEL 2025

¨Las Dinámicas Interactivas entre pares en el Aula de Matemáticas en Secundaria¨. Tesis presentada por Karina Margarita Esparza Chávez como requisito parcial para obtener el grado de Maestra en Innovación Educativa ha sido aprobado y aceptado por:

Javier Contreras O

Dr. Javier Horacio Contreras Orozco
Director de la Facultad de Filosofía y Letras

Dr. Jorge Alan Flores Flores
Secretario de Investigación y Posgrado

Mtra. Eva Méndez Salcido
Coordinadora Académica

Cecilia Villarreal B

Presidente(a) Dra. Ana Cecilia Villarreal Ballesteros

Fecha: Mayo del 2025
Comité:
Director(a) de Tesis: Dra. Irlanda Olave Moreno
Codirector(a): Dra. Maritza Soto Barajas
Secretario(a): Dra. Lizette Drusila Flores Delgado

Se certifica, bajo protesta de decir verdad, que las firmas consignadas al pie del presente documento son de carácter original y auténtico, correspondiendo de manera inequívoca a los responsables de las labores de dirección, seguimiento, asesoría y evaluación, en estricta conformidad con lo dispuesto en la normatividad vigente de esta institución universitaria.

LAS DINÁMICAS INTERACTIVAS ENTRE PARES EN EL AULA DE MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA

POR

KARINA MARGARITA ESPARZA CHÁVEZ

Universidad Autónoma de Chihuahua, México

Notas de la autora:

Facultad de Filosofía y Letras, Secretaría de Investigación y Posgrado, Maestría en Innovación Educativa. Programa Financiado por el Sistema Nacional de Posgrados (SNP) de la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI).

Karina Margarita Esparza Chávez

Email de Karina Margarita Esparza Chávez: p375693@uach.mx

Director de tesis: Dra. Irlanda Olave Moreno

Miembros del comité de tesis: Dra. Maritza Soto Barajas, Dra. Ana Cecilia Villarreal Ballesteros, Dra. Lizette Drusila Flores Delgado.

La correspondencia relacionada con esta tesis debe dirigirse a Karina Margarita Esparza Chávez

Citar como (APA 7a edición): Esparza-Chávez, K.M. (2024) *Las dinámicas interactivas entre pares en el Aula de Matemáticas* [Tesis Maestría]. Universidad Autónoma de Chihuahua, México. Repositorio Digital de tesis de la UACH. http://repositorio.uach.mx

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, deseo agradecer de todo corazón a Dios y a todos los maravillosos ángeles que puso en mi camino para lograr este gran sueño. A mi Directora de Tesis, Dra. Irlanda Olave Moreno, quien en todo momento estuvo ahí, pendiente de cada aprendizaje, de cada paso; gracias por su tiempo, sus conocimientos y toda su dedicación; así como a todo el comité tutorial, Dra. Maritza Soto (Co directora de Tesis), Dra. Ana Cecilia Villareal Ballesteros y Dra. Lizette Drusila Flores Delgado.

A mis hijos, quienes son mi mayor realización, y quien llenando todos mis vacíos, con su motivación diaria me ayudaron a seguir para lograr esta meta.

RESUMEN

Este estudio examina las interacciones de 20 alumnos de secundaria en una clase de matemáticas en una institución educativa pública en Chihuahua, México, durante la resolución de un problema trigonométrico. Se identificaron estrategias discursivas y dinámicas interactivas en los equipos y se evaluó su impacto en la resolución de problemas a partir de un enfoque cualitativo de estudio de caso. Las estrategias emergentes, tales como la búsqueda de claridad, la corrección de errores y la planificación, parecen ser elementos fundamentales en las interacciones, ya que posibilitan a los estudiantes estructurar su proceso de pensamiento y hallar soluciones colaborativas. Asimismo, las dinámicas de colaboración y el debate activo contribuyen a fomentar la reflexión conjunta. Las diferencias en la participación y el uso de analogías también se perciben como elementos importantes, sugiriendo que una distribución más equitativa de los roles y el uso de recursos discursivos como las analogías pueden mejorar la comprensión matemática.

Palabras clave: Resolución de problemas, interacción en el aula, estrategias discursivas, aprendizaje colaborativo, estudio de caso

Abstract

This study examines the interactions of 20 high school students in a mathematics class at a public educational institution in Chihuahua, Mexico, during the resolution of a trigonometric problem. Discursive strategies and interactive dynamics in the teams were identified and their impact on problem solving was assessed using a qualitative case study approach. Emergent strategies, such as seeking clarity, correcting errors, and planning, appear to be fundamental elements in the interactions, as they enable students to structure their thinking process and find collaborative solutions. Likewise, the dynamics of collaboration and active debate contribute to fostering joint reflection. Differences in participation and the use of analogies are also perceived as important elements, suggesting that a more equitable distribution of roles and the use of discursive resources such as analogies can improve mathematical understanding.

Keywords: Problem-solving, classroom interaction, discursive strategies, collaborative learning, case study

Contenido

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

Capítulo I. El Aprendizaje Colaborativo en el Aula de Matemáticas: Una Perspectiva Social y Cualitativa en la Educación Secundaria en México

Varios estudios han señalado que el trabajo en equipo en el aula ofrece beneficios pedagógicos y sociales para la mayoría del estudiantado. Los estudiantes que trabajan en equipos pueden tener acceso a una mayor variedad de puntos de vista, co-construir nuevas formas de comprensión y desarrollar habilidades de pensamiento crítico avanzadas (Adams y Hamm, 1996; Barnes y Todd, 1977; Johnson y Johnson, 2009; Slavin, 1990; Webb, 1989).

Aunque estos beneficios representan el ideal del aprendizaje colaborativo, la investigación en general, indica que el simple hecho de asignar tareas en equipo no asegura las condiciones propicias para el aprendizaje. No todas las dinámicas interactivas resultan efectivas ni necesariamente conducen a aprendizajes significativos (Allal, 2016; Andrade y Brokhart, 2019; Bennett y Cass, 1988; Donato, 1994; Ellis y Gauvain, 1992; Zimmerman, 1983; Zimmerman y Kisantas, 2002). Estos hallazgos destacan la necesidad de una estrategía que se utilice de manera deliberada y consciente para lograr un objetivo específico en la organización del trabajo colaborativo en el aula, que trascienda la mera formación de equipos y reconozca la complejidad inherente al proceso de aprendizaje.

A este respecto, varios autores sostienen que el aprendizaje no debe entenderse como un acto individual de adquisición de conocimientos, sino como un proceso social en el que los estudiantes construyan sus aprendizajes mediante la interacción con el personal docente, sus pares y el entorno (Allal, 2016; Andrade y Brokhart, 2019; Bandura, 1986; Hadwin, et al., 2018). En concordancia con esta perspectiva teórica, la presente investigación se enfoca en analizar el aprendizaje colaborativo dentro del aula de matemáticas de una escuela secundaria pública en México, adoptando un enfoque cualitativo-interpretativo a través de un estudio de caso.

Este enfoque es particularmente relevante en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, donde las interacciones entre el estudiantado pueden ser importantes para su desarrollo cognitivo y afectivo, además de potenciar sus habilidades de resolución de problemas (Bandura, 1986; Johnson y Johnson, 2009; Slavin, 1990 y Vygotsky, 1978). En consecuencia, se considera necesario incorporar perspectivas que reconozcan la naturaleza social del aprendizaje, especialmente en este contexto, donde la colaboración entre estudiantes podría desempeñar un papel sustancial en el progreso tanto cognitivo como social (Denzin y Lincoln, 1998; Rossman y Wilson, 1985).

No obstante, comprender cómo se construye la colaboración en el aula se vuelve más complejo al considerar que, en el contexto mexicano, la investigación sobre el trabajo colaborativo ha sido dominada por paradigmas positivistas. Estos estudios, que emplean metodologías cuantitativas para analizar el trabajo en equipo, no siempre logran captar la complejidad de las dinámicas sociales involucradas en el proceso de aprendizaje (Coll y Chapman, 2000). Este sesgo metodológico puede limitar el entendimiento integral del fenómeno, lo que sugiere la necesidad de enfoques alternativos que abordan las interacciones entre estudiantes desde otro enfoque, como lo es el cualitativo.

Por ello, la investigación sobre equipos estudiantiles que construyen procesos de aprendizaje en el aula podría fundamentarse en perspectivas cualitativas (Polya, 1994), tales como el constructivismo social, el aprendizaje cooperativo y el pragmatismo. El constructivismo social, en particular, enfatiza que la interacción social y la colaboración son esenciales en el proceso de aprendizaje (Vygotsky, 2012). Desde esta perspectiva, el estudiantado deja de ser un receptor pasivo de conocimiento para convertirse en un agente activo que construye significados mediante la interacción con el entorno y otras personas (Capera et al., 2022; Ferreiro, 2004). En el ámbito de la resolución de problemas matemáticos, el constructivismo social destaca la importancia de crear entornos colaborativos que faciliten la interacción entre estudiantes para construir conocimiento de manera conjunta (González-Álvarez, 2012).

El aprendizaje colaborativo se centra en las oportunidades que los estudiantes tienen en el aula para trabajar juntos hacia metas comunes (Johnson y Johnson, 2009). Al colaborar en equipos, el estudiantado no solo puede mejorar sus habilidades para resolver problemas, sino que también desarrollar habilidades de comunicación y trabajo en equipo (Guerra-Santana et al., 2019; Mandarachi Flores y Anccana-Llamocca, 2022; Pérez Salgado et al., 2022). Tanto el aprendizaje colaborativo como el pragmatismo enfatizan la importancia de la experiencia práctica y la aplicabilidad del conocimiento en contextos reales. El pragmatismo, que es una corriente filosófica que se enfoca en la práctica y la experiencia, postula que el conocimiento debe ser útil y aplicable en la vida diaria, mientras que el aprendizaje colaborativo, busca involucrar al estudiantado en actividades prácticas donde pueda aplicar lo que aprende en colaboración con otras personas (Rowland, 2002).

En el contexto específico de la resolución de problemas matemáticos, el pragmatismo, según algunos autores, fomenta el pensamiento crítico (Dewey et al., 1970; Chukwuyenum, 2013).

Esta habilidad permite a los estudiantes analizar, evaluar y sintetizar información de manera reflexiva y creativa (Firdaus et al., 2015). Al trabajar juntos hacia objetivos compartidos, el estudiantado puede cuestionar sus ideas y evaluar estrategias de resolución desde múltiples perspectivas (Guerra-Santana et al., 2019). Además, el pragmatismo ayuda a los estudiantes a considerar cómo sus soluciones afectan resultados tangibles en la vida real (James, 2020).

A partir de estas consideraciones, se establece un marco para estudiar cómo los equipos de estudiantes colaboran para la resolución de problemas matemáticos. La combinación del constructivismo social, el aprendizaje colaborativo y el pragmatismo no sólo enfatiza la importancia de la interacción social y la colaboración en la construcción del conocimiento, sino que también subraya las aplicaciones prácticas del aprendizaje en situaciones reales. Así, esta orientación del estudio hacia un enfoque cualitativo permite investigar las interacciones en el aula y su impacto en el aprendizaje colaborativo de las matemáticas.

Dentro de este marco, este estudio enfatiza la necesidad de investigar cómo el estudiantado colabora, si comparten ideas, se ayudan unos a otros, argumentan, y llegan a consensos mientras resuelven problemas de matemáticas en el aula. Sin embargo, es importante señalar que no necesariamente estas acciones ocurrirán simplemente por trabajar en equipo. En este sentido, varios autores han abordado el tema, incluyendo a González-Fernández y García Ruiz (2008), Godino y Linares (2000) y Moll (1993), quienes han planteado que el estudio del trabajo colaborativo estudiantil debe centrarse en el análisis del papel que desempeñan las interacciones entre el estudiantado en la construcción de procesos de aprendizaje.

Problema de Investigación

El problema de investigación de este estudio entonces, se centra en la necesidad de comprender y proponer mejoras en la organización de las interacciones colaborativas entre los estudiantes al enfrentar desafíos matemáticos en una secundaria pública en México. Aunque se pretende promover el aprendizaje colaborativo, potenciar las habilidades de resolución de problemas y enriquecer los entornos de enseñanza, es importante señalar que estos resultados no se garantizan únicamente por el hecho de trabajar en equipo. Por ello, resulta importante investigar si los estudiantes, al trabajar en equipo, realmente aprenden con y de los demás. Este enfoque tiene el potencial de contribuir significativamente a la mejora de la enseñanza de las matemáticas y al desarrollo integral de los estudiantes en este contexto específico.

Justificación del Estudio

La justificación de este estudio se fundamenta en la necesidad de investigar las estrategias discursivas y las dinámicas colaborativas entre los estudiantes de una escuela secundaria pública mexicana para resolver problemas matemáticos en el aula, debido a varias razones. En primer lugar, analizar las interacciones entre los estudiantes mientras estos resuelven problemas puede proporcionar información valiosa sobre cómo colaboran, si los estudiantes comparten ideas entre ellos y si estas interacciones con sus compañeros tienen el potencial de ayudarlos a construir conocimiento. Esta comprensión puede ayudar a los docentes a diseñar escenarios en el aula que promuevan entornos efectivos para el aprendizaje conjunto.

En segundo lugar, resolver problemas matemáticos demanda en los estudiantes habilidades específicas, como la capacidad de generar ideas, integrar conceptos y aplicarlos en situaciones novedosas. Investigar a los estudiantes mientras trabajan en equipo, permite identificar estrategias que pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar o perfeccionar estas competencias para su formación académica y profesional.

Por último, la contextualización en un entorno educativo específico, en este estudio, una secundaria pública en el norte de México, permite obtener conocimientos específicos sobre cómo las interacciones entre alumnos mientras trabajan en equipo, influyen en el aprendizaje en este contexto particular. Estos resultados pueden ser relevantes para la toma de decisiones en la educación matemática en este sector educativo, lo que contribuye a la mejora de la calidad educativa en la región.

En conclusión, la justificación de este estudio se basa en la necesidad de comprender las interacciones entre los estudiantes al trabajar para intentar resolver juntos problemas matemáticos, con el fin de promover un aprendizaje colaborativo efectivo, desarrollar habilidades de resolución de problemas, mejorar los entornos de enseñanza y aportar conocimientos específicos sobre el contexto educativo de una secundaria pública en el norte de México.

Propósito del Estudio

El propósito de este estudio es explorar las interacciones entre los estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos en el aula de secundaria relacionándolo con el aprendizaje colaborativo. Se busca identificar las estrategias discursivas y dinámicas interactivas que los estudiantes emplean, así como examinar cómo estas interacciones podrían influir en su capacidad para resolver problemas matemáticos.

Preguntas de Investigación

Este estudio se guía en las siguientes preguntas de investigación:

- P1: ¿Qué estrategias discursivas utilizan los estudiantes al interactuar con sus pares en el aula de matemáticas de secundaria?
- P2: ¿Qué dinámicas interactivas entre pares se observan durante la resolución de

problemas matemáticos?

- P3: ¿Cómo se relacionan las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas empleadas por los estudiantes con el proceso de resolución de problemas matemáticos durante el aprendizaje colaborativo?

Objetivo General del Estudio

El objetivo principal del estudio es explorar las interacciones entre estudiantes agrupados en equipo y examinar si generan e integran ideas entre ellos, así como si dichas interacciones tienen algún impacto en el proceso de resolución de un problema matemático en el contexto de una escuela secundaria pública en el norte de México.

Objetivos Específicos del Estudio

Explorar y describir las estrategias discursivas utilizadas por los estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos en el aula.

Analizar las dinámicas interactivas que surgen entre pares durante la colaboración en la resolución de problemas matemáticos.

Examinar la relación entre las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Conceptos Relevantes para el Estudio

En el contexto de la interacción estudiantil, la comprensión de los problemas y la identificación de las estrategias adecuadas para resolverlos son elementos centrales para el análisis. Un problema no solo implica una dificultad, sino también un conjunto de condiciones que el individuo debe reconocer y abordar eficazmente (Santos, 2007). A partir de esta perspectiva, es necesario entender las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas que intervienen en dicho proceso. Estos conceptos, ampliamente discutidos en la literatura, serán definidos a continuación con base en las teorías y enfoques más relevantes para esta investigación.

Estrategias Discursivas

Paz y Maldonado (2009) definen las estrategias discursivas como mecanismos y procedimientos lingüísticos (sintácticos, semánticos, pragmáticos, estilísticos) que un estudiante emplea de manera intencional para incrementar la efectividad de la interacción comunicativa. Esta definición subraya la importancia del uso consciente y deliberado del lenguaje por parte de los estudiantes para mejorar su capacidad de comunicación.

Por otro lado, Darwin, et al. (2011) argumentan que la interacción con los compañeros es pertinente para que los estudiantes construyan estrategias discursivas. Según estos autores, a través de compartir, contrastar e integrar sus ideas con otros, los estudiantes desarrollan habilidades discursivas que son decisivas para la comunicación efectiva. Esta perspectiva destaca el valor de la interacción social en el desarrollo de competencias comunicativas.

Finalmente, González Fernández y García Ruíz (2008) sugieren que las estrategias discursivas empleadas en el aula, tales como actitudes de cooperación y empatía, no solo mejoran la interacción en el contexto educativo, sino que también preparan a los estudiantes para integrarse al ámbito laboral y enfrentar la vida real. Estas estrategias, afirman los autores, que son desarrolladas en un entorno educativo, son transferibles a otros contextos, ayudando a los estudiantes a trabajar eficazmente en equipo y a manejar situaciones de la vida cotidiana con mayor habilidad.

Considerando las definiciones previas de los autores, en este estudio se entienden las estrategias discursivas como los recursos lingüísticos empleados de manera deliberada por los estudiantes para optimizar la comunicación. Estas estrategias pueden construirse a través de la interacción con los pares, mediante actividades como compartir, comparar, colaborar e integrar ideas. Además, estas estrategias engloban actitudes de cooperación y empatía en el entorno educativo, facilitando no solo la comunicación académica, sino también la preparación de los estudiantes para enfrentar desafíos laborales y situaciones cotidianas con habilidades interpersonales y colaborativas sólidas.

Dinámicas Interactivas

El concepto de dinámicas interactivas abarca diversas dimensiones que revelan su complejidad y utilidad en el ámbito educativo, según varios autores. Moll (1993), fundamentándose en las ideas de Vygotsky (2000, p. 92), describe estas dinámicas como procesos mediante los cuales las personas internalizan y transforman la ayuda recibida durante la interacción con otros, utilizando estas experiencias como guía para dirigir sus comportamientos en la resolución de problemas. Para Moll, la interactividad alcanza su máximo potencial cuando los alumnos trabajan en parejas, destacando así la importancia del trabajo colaborativo en el aprendizaje.

Por su parte, Bandura (1987) enfatiza que las dinámicas interactivas son aquellas interacciones con otras personas que ofrecen oportunidades significativas para el desarrollo cognitivo y personal de los estudiantes. Bauersfeld (1995), citado por Godino y Llinares (2000, p. 71), añade una capa de complejidad al término al sugerir que las dinámicas interactivas, especialmente en contextos específicos como el aula de matemáticas, generan prácticas diversas, algunas de las cuales conducen al aprendizaje mientras que otras no. Esta afirmación indica que la implementación de estrategias pedagógicas, como el trabajo entre pares, no garantiza resultados uniformes y requiere adaptación a cada situación educativa particular.

Finalmente, Fernández et al. (2007) subrayan que las dinámicas interactivas se caracterizan por la negociación colectiva y la alineación de percepciones comunes entre los estudiantes en condiciones de igualdad. Esta visión enfatiza la importancia de crear entornos educativos inclusivos y participativos donde los estudiantes puedan construir conocimiento de manera colaborativa.

Basándose en las definiciones de estos autores, en este trabajo se define a las dinámicas interactivas como los procesos educativos en los cuales la ayuda recibida durante la interacción con otros es internalizada y transformada por los estudiantes, utilizando estas experiencias para orientar sus acciones en la resolución de problemas. Estas interacciones ofrecen oportunidades significativas para el desarrollo cognitivo y personal de los estudiantes, al promover prácticas diversas y facilitar la negociación colectiva y la alineación de percepciones comunes en entornos educativos inclusivos y participativos.

La diferencia principal entre la negociación colectiva y la alineación de percepciones, radica en su enfoque y en cómo se pueden estudiar. Las estrategias discursivas se evidencian cuando los estudiantes emplean conscientemente recursos lingüísticos para mejorar la comunicación dentro del equipo. Por ejemplo, podrían debatir diferentes métodos para abordar un problema, explicar sus ideas utilizando términos matemáticos específicos, y argumentar sobre la validez de diversas soluciones propuestas.

Por otro lado, las dinámicas interactivas se manifiestan cuando los estudiantes negocian colectivamente y tratan de alinear sus percepciones sobre el problema que intentan resolver. Por ejemplo, durante la resolución de problemas matemáticos, un estudiante puede proponer una idea inicial que los demás miembros del equipo discuten y desarrollan. A medida que dialogan y reciben retroalimentación, los estudiantes pueden ajustar sus enfoques y estrategias de resolución de problemas. La colaboración y las discusiones guiadas por el grupo permiten a los estudiantes internalizar nuevos métodos y enfoques, lo que potencialmente influye en sus futuras acciones al enfrentar problemas similares.

Tabla 1: *Cuadro comparativo que enfatiza las diferencias entre los dos términos*

Aspecto	Estrategias Discursivas	Dinámicas Interactivas
Definición	Recursos lingüísticos empleados deliberadamente por los estudiantes para optimizar la comunicación.	Procesos educativos en los que la ayuda recibida durante la interacción es internalizada y transformada por los estudiantes.
Objetivo	Optimizar la comunicación a través de recursos lingüísticos y actitudes interpersonales.	Facilitar el desarrollo cognitivo y personal mediante la interacción y la ayuda recibida.
Ejemplo	Durante la resolución de un problema matemático en equipo, un estudiante explica un procedimiento matemático usando términos más sencillos o ejemplos concretos para asegurarse de que sus compañeros lo entiendan.	Durante la resolución de un problema matemático en equipo, un estudiante puede plantear una idea inicial que luego es discutida y desarrollada por los demás miembros del equipo. A través del diálogo y la retroalimentación mutua, los estudiantes ajustan sus enfoques y modifican sus estrategias, refinando progresivamente el proceso de resolución del problema.

Nota: Elaboración propia

Este cuadro resalta cómo las estrategias discursivas se centran en el uso de recursos lingüísticos para mejorar la comunicación entre estudiantes, mientras que las dinámicas interactivas se enfocan en la internalización de la ayuda recibida durante las interacciones para desarrollar capacidades cognitivas y resolver problemas.

En resumen, al estudiar las interacciones entre estudiantes agrupados en equipos durante la resolución de problemas matemáticos, podemos explorar si las estrategias discursivas mejoran la comunicación y fomentan la integración de ideas, y si las dinámicas interactivas facilitan la internalización y transformación de la ayuda recibida, orientando así las acciones de los estudiantes en la resolución de problemas.

Revisión de la Literatura para el Estudio

En el capítulo II se analizan varios estudios que investigan el papel del trabajo colaborativo en el rendimiento académico y la motivación en el contexto de las matemáticas. Por ejemplo, autores como Luneta y Legesse (2023) junto con Alarcón (2004) concluyen que el trabajo en grupo profundiza la comprensión de conceptos matemáticos y mejora el rendimiento académico. Por otro lado, Balarezo-Ochoa (2020) y García-García et al. (2013) indican que el uso de tecnología y la gamificación aumentan la participación y el desempeño estudiantil. Además, Broitman et al. (2014) y Cujba y Pifarré (2023) sostienen que la colaboración heterogénea entre estudiantes conduce también a mejoras significativas.

En términos de resultados afectivos y motivacionales, varios estudios, como el de Gavilán Bouzas y Alario Gavilán (2012) y García-Salazar (2012), resaltan que el aprendizaje cooperativo mejora la motivación y el rendimiento en matemáticas al fomentar interacciones verbales y participación activa. Iglesias et al. (2017) y Kim y Kim (2021) exploran cómo las dinámicas interactivas y el género pueden influir en la percepción y desempeño de los estudiantes. Solano-Luengo (2015) y Terán et al. (2009) coinciden en que el trabajo colaborativo promueve una actitud más positiva hacia las matemáticas y facilita un ambiente de aprendizaje enriquecedor.

En estudios sobre las implicaciones del trabajo colaborativo en el aula de matemáticas, investigaciones cualitativas, como las de Johnson, Johnson y Smith (2014), destacan que esta metodología no solo mejora el rendimiento académico, sino también fortalece habilidades como el trabajo en equipo y la resolución de problemas. Estudios indican que el trabajo en grupos heterogéneos promueve un aprendizaje más profundo y significativo, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos académicos y profesionales en entornos participativos y estimulantes.

En conclusión, estos estudios demuestran que el trabajo colaborativo en matemáticas no solo optimiza el rendimiento académico y la comprensión conceptual, sino que también tiene un impacto positivo en la motivación de los estudiantes y en su percepción de la materia. Esto resalta la importancia de implementar estrategias colaborativas efectivas en el aula, no solo para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, sino también para fomentar habilidades sociales y cognitivas esenciales entre los estudiantes mexicanos.

Metodología del Estudio

En el capítulo III se describe cómo este estudio utilizó un enfoque cualitativo (Kwan Chung y Alegre Brítez, 2023) para analizar interacciones entre estudiantes de secundaria en un aula de matemáticas en México, específicamente durante la resolución de problemas trigonométricos.

Éste es un estudio cualitativo que utiliza la práctica interpretativa, la cual contribuyó a traducir y describir las situaciones de manera que se comprendieran mejor las dinámicas discursivas e interpretativas de los participantes que intervinieron en la investigación cualitativa.

Una revisión previa de la literatura revela que se realizaron estudios cualitativos en una variedad de campos. Los diversos autores estudiados (González-Fernández y García Ruiz, 200; Godino y Linares, 2000, y Moll, 1993) sostienen que el uso de este método interpretativo refuerza el compromiso con la calidad en la investigación cualitativa.

Por lo cual, para su desarrollo, los participantes del estudio fueron 20 estudiantes, seleccionados por conveniencia, reconociendo que su familiaridad con la investigadora y con el trabajo en equipo podría haber sesgado los resultados. La investigación, realizada en una escuela secundaria de Chihuahua, incluyó la observación directa y videograbaciones para capturar estrategias discursivas y dinámicas interactivas.

Se llevó a cabo una prueba piloto para ajustar los métodos y facilitar la recolección de datos. El análisis se estructuró en varias etapas: acopio de datos, transcripción y codificación de interacciones, análisis temático, interpretación de resultados y elaboración de conclusiones. Esto permitió identificar patrones en las dinámicas grupales, contribuyendo a una mejor comprensión del aprendizaje colaborativo en la resolución de problemas matemáticos.

Pilotaje del Estudio

En el capítulo IV se presenta el pilotaje realizado antes del estudio que reveló áreas de oportunidad que permitieron mejorar el diseño del estudio definitivo. Se destacó la necesidad de clarificar las instrucciones para asegurar que todos los estudiantes comprendieran la tarea y se sugirió mejorar la accesibilidad de las indicaciones. También se observó que formar equipos heterogéneos favoreció una colaboración más efectiva. Además, se concluyó que era necesario optimizar el entorno de aprendizaje, programando las sesiones de grabación en días distintos para evitar duplicaciones en las respuestas.

Una fortaleza del pilotaje fue la obtención de códigos emergentes, utilizados como guía de observación para analizar interacciones en el estudio posterior. Estos códigos, que representan estrategias discursivas, facilitaron la recopilación y análisis de datos. En resumen, el pilotaje permitió identificar fortalezas y áreas de oportunidad en la metodología, estableciendo las bases para optimizar el diseño del estudio definitivo y mejorando el análisis de la interacción colaborativa en el aula.

Resultados del Estudio

En el capítulo V se presentan los resultados del estudio que analizó las dinámicas y estrategias que surgieron de las interacciones entre estudiantes de secundaria, organizados en cuatro equipos distintos: Rosa, Rojo, Morado y Verde. Los resultados se presentaron en seis subsecciones. La primera subsección incluyó transcripciones de las interacciones grupales, revelando estilos de comunicación, distribución de roles y colaboración. La segunda mostró representaciones visuales de las soluciones de cada equipo mediante dibujos, que reflejaron el razonamiento de los estudiantes. La tercera sintetizó los códigos emergentes de las dinámicas grupales, mientras que la cuarta describió las estrategias discursivas. La quinta analizó los patrones recurrentes en la resolución del problema, y la sexta comparó las estrategias de los equipos, sin buscar generalizar los resultados a otros contextos.

Cada equipo desarrolló enfoques únicos, mostrando tanto fortalezas como áreas de mejora en la colaboración y las estrategias discursivas. Estas se construyeron y adaptaron a medida que los integrantes interactuaban, revelando diferencias en liderazgo, manejo del tiempo y coordinación.

Las estrategias de comunicación, esenciales para fomentar un ambiente de respeto y colaboración, variaron entre los equipos. Algunos las aplicaron con mayor claridad y eficacia, pero en todos los casos fueron claves para avanzar en la resolución del problema. Asimismo, la gestión del tiempo y una distribución equitativa de las tareas facilitaron el progreso, aunque las dinámicas internas y la participación variaron según el equipo.

El equipo Rosa destacó en la corrección de errores, pero mostró deficiencias en la claridad de sus consultas y una distribución desigual de la participación, con un liderazgo dominante que afectó la equidad en las tareas. Por su parte, el equipo Rojo mostró una interacción activa y equitativa, con una comunicación clara y un liderazgo compartido que optimizó el tiempo y la resolución del problema. El equipo Morado mantuvo una colaboración participativa, utilizando estrategias discursivas efectivas, aunque podría mejorar en precisión técnica y gestión del tiempo. El equipo Verde mostró un manejo constructivo de dudas y errores, aunque la participación desigual limitó el desarrollo de habilidades críticas.

Este estudio destaca las fortalezas y debilidades observadas en cada equipo que fueron resultado de la colaboración continua y del ajuste mutuo entre los integrantes. Sin embargo, es importante señalar que los resultados obtenidos son específicos de estos grupos y no pueden generalizarse a otros contextos sin considerar sus particularidades.

Conclusiones del Estudio

En el capítulo VI se presentan las conclusiones sobre las interacciones de los cuatro equipos (Rosa, Rojo, Morado y Verde) en el contexto de la resolución colaborativa de problemas matemáticos. Se identifican tanto convergencias con la literatura existente como nuevas perspectivas. La búsqueda de claridad en la resolución de problemas emergió como una estrategia clave en todos los equipos, respaldada por Akinyi-Oloo et al. (2006), quienes destacan la importancia de compartir conocimientos. El equipo Rosa se destacó en esta práctica, ya que sus miembros se ayudaron mutuamente a comprender conceptos matemáticos, especialmente la función seno.

El equipo Morado presentó una innovación al utilizar analogías, como la comparación entre aviones y papalotes, una estrategia no explorada por Alarcón (2004) y otros. La corrección de errores se observó especialmente en los equipos Rojo y Verde, alineándose con Broitman et al.

(2014), quienes enfatizan la importancia del apoyo entre compañeros. No obstante, la equidad en la participación fue variable, siendo un área de oportunidad en el equipo Rosa.

En cuanto a la planificación, todos los equipos estructuraron sus pasos de manera variable. Cobo (1998) señala que la diversidad cognitiva en los equipos puede enriquecer la dinámica, aunque el equipo Morado mostró menor cohesión en esta área. Los equipos Rosa, Rojo y Verde mostraron mayor conciencia en la identificación de prioridades en la resolución de problemas, lo que fue menos evidente en el equipo Morado. El uso efectivo de la función seno fue común en los equipos, a diferencia del Morado.

El estudio también reveló que algunos temas, como la interacción entre docentes y estudiantes, no fueron abordados, aunque la dinámica grupal y la influencia de diferencias cognitivas y emocionales sugieren áreas para futuras investigaciones. En resumen, los hallazgos resaltan la importancia de la clarificación de conceptos, la corrección de errores y la planificación en equipos de resolución de problemas, además de destacar nuevas estrategias como el uso de analogías.

Las implicaciones del estudio subrayan la necesidad de que el personal docente fomente la colaboración y el intercambio de ideas entre los estudiantes. Es fundamental crear un ambiente que favorezca el diálogo y la clarificación de conceptos, así como considerar las diferencias cognitivas y emocionales para enriquecer la dinámica grupal. Además, se debe promover que el estudiantado asuma un rol activo en su aprendizaje, viendo los errores como oportunidades de mejora.

Los problemas matemáticos deben diseñarse para permitir múltiples enfoques de resolución, fomentando la discusión y la exploración. También se sugiere que tengan relevancia contextual para aumentar la motivación del estudiantado. En conclusión, el estudio ofrece lecciones valiosas para la enseñanza de matemáticas en secundaria, enfatizando la importancia de la colaboración y la participación activa del estudiantado.

Capítulo II: Paradigmas en la Investigación del Aprendizaje Colaborativo en el aula de Matemáticas

En el capítulo II se presenta una revisión de la literatura en el ámbito de estudio, el cual se centra en la contribución al conocimiento sobre el papel que desempeñan las interacciones en equipo entre estudiantes en los procesos de aprendizaje de matemáticas. Esta premisa encuentra respaldo en las investigaciones de destacados autores como Allal (2016), Andrade y Brokhart (2019), Bandura (1986), Hadwin, et al. (2018), Vygotsky (1962), Zimmerman (1983), y Zimmerman y Kisantas (2002), entre otros, cuyas obras aportan una base teórica sólida y diversa.

El estudio actual se enfoca en explorar cómo las interacciones entre estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos en el aula de secundaria impactan el aprendizaje colaborativo. Este enfoque está respaldado por estudios previos de González-Fernández y García Ruiz (2008), Godino y Linares (2000), y Moll (1993). En este contexto, se realiza una revisión de la literatura existente sobre este tema, que se detalla en el presente capítulo.

Este capítulo proporciona una revisión de la literatura relevante, subrayando la importancia de las interacciones sociales en el aprendizaje de matemáticas y estableciendo una base teórica para el estudio actual. Se exploran diversas metodologías y enfoques teóricos que han sido utilizados en investigaciones previas, ofreciendo un marco comprensivo para entender cómo y por qué el trabajo en equipo puede ser beneficioso en el contexto educativo de la secundaria.

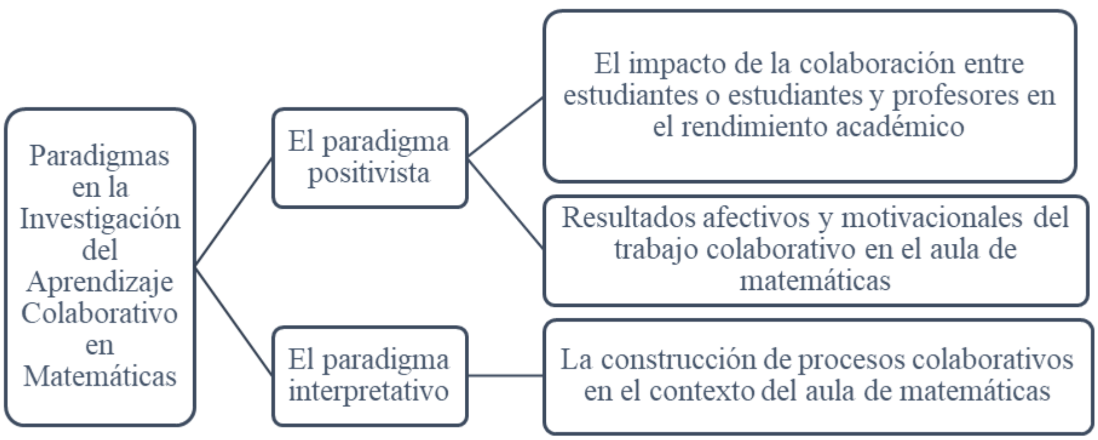
El Paradigma Positivista y el Paradigma Cualitativo-Interpretativo en la Investigación del Aprendizaje Colaborativo en Matemáticas

Los investigadores se posicionan dentro de paradigmas específicos, ya sea que lo reconozcan explícitamente o no. Gage (1989) utilizó el concepto de paradigmas como formas de pensamiento o pautas para la investigación que pueden orientar el desarrollo de la misma (citado por Lorenzo, 2006). No obstante, la creación del término paradigma según Lorenzo, se atribuye a Kuhn (1970), quien sostiene que un paradigma es un compromiso implícito, no expresado ni divulgado necesariamente, dentro de una comunidad académica con respecto a un marco conceptual específico.

Cohen, Manion y Morrison (2000) destacan los diversos paradigmas que los investigadores mantienen con respecto a la naturaleza del conocimiento. Estos paradigmas, según los autores, varían considerablemente, ya que los investigadores interpretan el mundo a través de lentes profesionales, culturales o filosóficos. Por ejemplo, un investigador puede estar orientado a buscar evidencia de patrones en el rendimiento académico, actitudes y percepciones, mientras que otros pueden centrarse en intentar comprender e interpretar las experiencias educativas de las personas.

En el contexto del aprendizaje colaborativo en matemáticas, en la revisión de literatura emergieron dos paradigmas de investigación distintos: el positivista y el cualitativo-interpretativo. La Figura 1 proporciona un resumen visual de los paradigmas emergentes derivados de la revisión de la literatura, junto con los temas abordados.

Figura 1. *Paradigmas emergentes de la revisión de la literatura del aprendizaje de matemática*



Nota: Elaboración propia

En esta figura, se establecen los dos tipos de paradigmas en los que la Investigación percibe el Aprendizaje Colaborativo en Matemáticas; el cual se divide en dos categorías, paradigma positivista (el cual maneja el impacto de la colaboración entre estudiantes y profesores en sus resultados afectivos y emocionales en el rendimiento académico) y el paradigma interpretativo (el cual trata sobre la construcción de los procesos colaborativos en el aula).

En el paradigma positivista que se presenta en la primera sección, los autores utilizan diseños experimentales para medir efectos, especialmente a través de cambios medibles en el aprendizaje de los estudiantes. El énfasis en la recopilación de datos radica en obtener evidencia cuantitativa en forma de datos numéricos, lo que facilita su presentación en un formato cuantitativo (Neuman, 2007).

Por otro lado, en la segunda sección, se presenta a investigadores que siguen paradigmas cualitativos-interpretativos para observar a los participantes de un grupo y analizar sus interacciones. Esto implica a menudo la construcción de estudios de caso o el análisis de interacciones. El objetivo de estos investigadores es obtener una perspectiva sobre cómo los participantes del grupo en estudio construyen los procesos educativos (Creswell, et al., 2006).

Paradigma Positivista. Resultados de la Colaboración entre Estudiantes en el Rendimiento Académico

En esta sección, se han examinado diversos estudios que abordan el impacto de la colaboración en el rendimiento académico en matemáticas, proporcionando varias perspectivas sobre los beneficios de trabajar en conjunto. Según Luneta y Legesse (2023), al comparar enfoques tradicionales, en los cuales los alumnos suelen ser receptores pasivos de información y la enseñanza se centra en la presentación de hechos y fórmulas, y los estudiantes memorizan y aplican estos conceptos, al contrastar con discusiones grupales, concluyeron que estas últimas conducen a una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos. Alarcón (2004) llevó a cabo una comparación entre el rendimiento de estudiantes que trabajaron de manera individual y aquellos que colaboraron con sus compañeros para resolver problemas matemáticos. Sus hallazgos revelaron un progreso académico superior y habilidades de trabajo en equipo mejoradas en el grupo colaborativo.

En una línea similar, Balarezo-Ochoa (2020) descubrió que los estudiantes obtuvieron un rendimiento académico superior en matemáticas al trabajar de manera colaborativa. Chidan y Cedeño (2023) respaldan el aprendizaje cooperativo en el aula de matemáticas, ya que encontraron mejoras no solo en el rendimiento académico en matemáticas, sino también en la motivación estudiantil. Dorati, Crespo y Cantú (2016) también encontraron mejoras en el rendimiento académico estudiantil en clases de matemáticas después de implementar el trabajo colaborativo, señalando que la percepción de los estudiantes sobre la materia tuvo resultados positivos gracias al aprendizaje colaborativo.

Por otro lado, Broitman et al. (2014) sostienen que la colaboración heterogénea entre estudiantes, especialmente en grupos multigrado, conduce a resultados positivos. Los autores destacan la oportunidad de enriquecer el aprendizaje al conectar conocimientos de diferentes niveles. Cujba y Pifarré (2023) respaldan esta idea al señalar que los proyectos colaborativos pueden impulsar mejoras significativas en el rendimiento académico.

García-García et al. (2013) encontraron que el uso de tecnología para resolver problemas mejora el rendimiento académico en matemáticas y las relaciones sociales entre estudiantes, incluyendo aquellos con necesidades educativas especiales. La implementación de la gamificación, según López-Ramos et al. (2021), también ha demostrado ser efectiva al observar un aumento en la participación y rendimiento académico.

En conjunto, estos estudios respaldan la efectividad de la colaboración para enriquecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, destacando la diversidad de enfoques y estrategias que pueden aplicarse para obtener resultados positivos. A continuación, se exponen a detalle los estudios que integran este tema emergente, comenzando con la investigación realizada por Alarcón en 2004.

El estudio de Alarcón (2004) se enfoca en los efectos del trabajo en equipo y el rendimiento individual en el contexto de la colaboración entre estudiantes en grupo homogéneos, evaluando su impacto en el progreso académico y las relaciones interpersonales de los alumnos. Los resultados de esta investigación señalan que el trabajo cooperativo no solo mejora el rendimiento académico, sino que también fomenta dinámicas positivas en el aula, lo que guarda una estrecha relación con el tema central de la colaboración y contribuye a enriquecer nuestra comprensión de este concepto.

Alarcón señala que en lo que concierne a las interacciones de los estudiantes en ambos grupos, se observó una disminución en la dependencia del profesor, una reducción en la agresión verbal, un aumento en la capacidad de escucha y un incremento en el nivel de responsabilidad. Sin embargo, en el grupo de control, no se registraron cambios significativos en cuanto a la solidaridad y el comportamiento perjudicial hacia los compañeros.

El estudio de Balarezo-Ochoa (2020) también se centró en investigar los efectos de un enfoque metodológico basado en el trabajo colaborativo en grupos homogéneos, en el desempeño de estudiantes de bachillerato en el campo de la lógica matemática. Balarezo-Ochoa (2020) concluye que se observó una mejora significativa en la calidad de la educación en matemáticas en el Colegio de Bachillerato antes y después de la implementación de la propuesta basada en el trabajo cooperativo. La autora señala que estos resultados enfatizan el impacto positivo de la metodología cooperativa en la enseñanza de matemáticas.

Los resultados de Alarcón (2004) y Balarezo-Ochoa (2020) contrastan con los de Broitman, et al. (2014) y Garcia-Garcia, et al. (2013) quienes agruparon a los estudiantes de manera heterogénea en lugar de por afinidad. Su estudio destacó los beneficios del aprendizaje colaborativo en el rendimiento matemático de los estudiantes, con mejoras notables en los resultados de aprendizaje y las habilidades de trabajo en equipo, cuyos frutos fueron expuestos en los datos obtenidos dentro de la aplicación de diversas estratégias didácticas. Ambos estudios subrayan la importancia de la colaboración y la interacción activa en la educación, con un impacto significativo en el rendimiento académico y el desarrollo de habilidades críticas.

Broitman, et al (2014) subrayan que los procesos de aprendizaje que se construyen en las aulas plurigrado son diferentes de los que se promueven en un entorno de aula tradicional. Esto se debe a que los estudiantes avanzados deben explicar sus propios pensamientos y procedimientos a los que están en su zona de desarrollo próximo, lo que les plantea el desafío de comunicar y compartir recursos con estudiantes menos avanzados. Los autores recomiendan la formación de equipos heterogéneos para que los participantes se relacionen de manera positiva.

García-García et al. (2013) concuerdan con Broitman et al. (2014) en la importancia de organizar a los estudiantes en grupos heterogéneos. No obstante, añaden que es crucial que los estudiantes reciban el respaldo adicional de explicaciones por parte de los docentes. Los autores señalan que el aprendizaje colaborativo involucra también al docente, es decir, a todo el contexto de la enseñanza, la comunidad de aprendizaje. No se trata, pues, de la aplicación circunstancial de técnicas grupales, sino de promover el intercambio y la participación de todos en la generación de una cognición compartida.

La elección entre colaboración homogénea o heterogénea para resolver problemas matemáticos depende de varios factores, y no hay una respuesta única que sea mejor en todos los casos. Ambos enfoques tienen sus ventajas y desventajas, y la elección puede depender del contexto específico y de los objetivos del grupo de trabajo.

En grupos homogéneos, los miembros tienen un nivel similar de habilidades matemáticas y conocimientos, lo que puede facilitar la comunicación y comprensión mutua. Pueden avanzar más rápido y pueden tener enfoques similares para abordar problemas. Sin embargo, también puede haber una falta de diversidad de ideas y enfoques, ya que todos los alumnos comparten experiencias y conocimientos similares. Esto podría limitar la creatividad y la variedad de soluciones.

Los grupos heterogéneos reúnen a estudiantes con diversas habilidades, antecedentes y enfoques. Esto puede conducir a una mayor variedad de perspectivas y soluciones creativas. Los miembros pueden aprender unos de otros y superar las debilidades individuales con las fortalezas de los demás. Sin embargo, la comunicación puede ser más desafiante debido a las diferencias en el nivel de comprensión. Algunos miembros pueden sentirse menos capaces o contribuir menos si perciben una brecha significativa en conocimientos.

En muchos casos, la combinación de ambos enfoques puede ser beneficiosa. Esto implica períodos de trabajo homogéneo para facilitar la comprensión y la construcción de conocimientos compartidos, seguidos por períodos de colaboración heterogénea para fomentar la creatividad y la resolución de problemas desde diferentes perspectivas.

El trabajo de Cujba y Pifarré (2023) no se centró en la comparación entre la colaboración homogénea y heterogénea entre estudiantes. En su lugar, el enfoque de la investigación se orientó a examinar si la integración de la tecnología en el aula contribuye a mejorar la comprensión de la estadística en situaciones de problemas matemáticos cotidianos, así como a modificar la percepción negativa que los estudiantes suelen tener con respecto a las matemáticas.

Los autores sostienen que, en términos generales, la estadística no suele despertar un gran interés entre los alumnos. Con el objetivo de abordar esta situación, diseñaron problemas que requerían el uso de herramientas tecnológicas de estadística para resolver situaciones matemáticas vinculadas a la vida cotidiana. Los resultados revelaron un aumento significativo en el interés de los estudiantes por las matemáticas, especialmente cuando se combinó el empleo de la tecnología con la resolución de problemas matemáticos aplicados al día a día.

La resolución de problemas de la vida real puede proporcionar un contexto significativo que permite a los estudiantes ver la utilidad y relevancia de las habilidades matemáticas en situaciones prácticas. Esto puede cambiar su percepción al mostrarles cómo las matemáticas son herramientas para abordar desafíos del mundo real. Además, los estudiantes pueden experimentar directamente cómo las herramientas matemáticas y estadísticas pueden utilizarse para analizar y resolver problemas concretos, lo que puede generar una experiencia de aprendizaje más positiva y mejoras en las relaciones sociales entre estudiantes después de colaborar.

En contraste, el estudio de Dorati et al. (2016), centrado en la enseñanza colaborativa mediante la realización de exámenes y tareas en grupo, demostró mejoras significativas en el rendimiento académico y una actitud más positiva hacia las matemáticas. Sin embargo, a pesar de estos beneficios, no se observaron mejoras perceptibles en las relaciones sociales entre los estudiantes.

Dorati, et al. (2016) llegaron a la conclusión de que las estrategias de enseñanza-aprendizaje cooperativo tuvieron un impacto positivo en el proceso de aprendizaje, lo que se tradujo en un aumento en las calificaciones de los estudiantes en la asignatura. Los autores afirman que este impacto no se vio influenciado por el género ni la edad de los estudiantes, sino por el grado de afinidad entre ellos. Los autores destacaron que las estrategias más apreciadas para trabajar en equipo, entre los participantes del estudio, fueron los exámenes, mientras que la situación que generó mayor tensión fue la presentación de resultados en el pizarrón del equipo, ya que en ocasiones no se seleccionaba al estudiante más competente. Sin embargo, consideran que este desafío motivó a los demás a aprender más acerca del tema.

En paralelo con los estudios anteriormente mencionados, López Ramos, et al. (2021) desarrollaron una intervención, partiendo del trabajo colaborativo basado en planteamientos matemáticos algebraicos mediante el uso de dispositivos móviles con conexión a Internet. Además, se utilizaron materiales didácticos como cajas de cartón, cartulinas de colores, tijeras y otros elementos para la ambientación de la temática elegida por los estudiantes. Los investigadores observaron que la estrategia de gamificación mejoró la interacción entre los estudiantes y su adquisición de conocimientos compartidos.

Según López-Ramos et al. (2021), la implementación de materiales didácticos innovadores y tecnología no solo estimula la participación estudiantil, sino que también genera una percepción positiva. Destacaron que incluso aquellos estudiantes con barreras para el aprendizaje y la participación lograron integrarse exitosamente en las actividades de gamificación.

Por otro lado, Luneta y Legesse (2023) sostienen que fomentar las prácticas discursivas puede mejorar la participación y la percepción estudiantil en el aula de matemáticas. En su estudio, buscaban evaluar si la comprensión conceptual, la fluidez procedimental, la competencia estratégica y el razonamiento adaptativo de los estudiantes participantes era más eficaz después de las discusiones grupales, para las cuales formaron dos grupos, un grupo de control y uno experimental.

Durante la investigación, el grupo experimental participó activamente en dinámicas de discusión grupal, generando ejemplos, expresando acuerdos y desacuerdos, comparando estrategias de resolución de ecuaciones y evaluando conceptos matemáticos. En contraste, el grupo de control experimentó una enseñanza más pasiva, centrada en la exposición del profesor, lo que limitó la participación de los estudiantes y su capacidad para expresar y debatir sus propias ideas y enfoques. En resumen, los autores destacan que los estudiantes del grupo experimental demostraron un mayor entendimiento de los conceptos y procedimientos matemáticos en comparación con los del grupo de control.

La decisión entre trabajar con material didáctico o participar en diálogos con compañeros para aprender matemáticas es multifacética, como sugieren los estudios mencionados, ya que está influenciada por diversos factores, como las preferencias individuales, el contenido específico y los objetivos de aprendizaje. Ambos enfoques pueden resultar beneficiosos y complementarios. Integrar el trabajo individual con material didáctico, con interacciones sociales y la construcción de diálogos puede enriquecer la experiencia de aprendizaje. Además, ajustar la elección del método según las preferencias de los estudiantes puede ser fundamental para optimizar el proceso de aprendizaje matemático.

Los estudios mencionados en esta primera sección destacan varios desafíos para la colaboración en el contexto educativo, específicamente en la enseñanza de las matemáticas. Aquí se resumen algunos de los desafíos identificados por los autores:

Selección de Grupos y Dinámicas de Trabajo: En el estudio de Alarcón (2004), aunque se observó un progreso académico superior en el grupo colaborativo, puede ser un desafío seleccionar grupos de manera efectiva para asegurar la colaboración eficiente;

Colaboración Heterogénea: Broitman, et al. (2014) destacan la oportunidad de la colaboración heterogénea para enriquecer el aprendizaje, pero esto también puede presentar desafíos en la gestión de diferentes niveles de conocimiento y habilidades entre los estudiantes;

Dinámica de Apertura y Flexibilidad: Cujba y Pifarré (2023) subrayan la necesidad de una dinámica de apertura y flexibilidad estudiantil para trabajar colaborativamente, lo que puede requerir un ajuste en la estructura tradicional de las clases; d) Motivación y Participación: Chidan y Cedeño (2023) y Dorati, et al. (2016) señalan la importancia de motivar a todos los estudiantes, ya que aquellos que encuentran las clases monótonas o difíciles pueden representar un desafío para la colaboración,

Adaptación a la Diversidad de Habilidades y Estilos de Aprendizaje: García-García et al. (2013) resaltan la importancia de la adaptación a la diversidad de habilidades y estilos de aprendizaje, lo que implica un desafío para el equipo docente en la planificación y ejecución de actividades colaborativas;

Planificación Meticulosa: Luneta y Legesse (2023) mencionan que trabajar con equipos puede ser un desafío que requiere una planificación meticulosa para garantizar que todos los estudiantes se beneficien de la colaboración;

Implementación de Estrategias Innovadoras: López-Ramos, et al. (2021) destacan la oportunidad que brinda el uso de estrategias de gamificación, pero advierten que la implementación efectiva de enfoques innovadores puede requerir tiempo y recursos;

Uso de Tecnología: Varios estudios (Cujba y Pifarré, 2023; López-Ramos, et al., 2021) resaltan la oportunidad que el uso de la tecnología puede tener en la colaboración, pero señalan que su integración en el aula puede ser un desafío que requiera capacitación y recursos adecuados.

En resumen, mientras que la colaboración en la enseñanza de las matemáticas muestra impactos positivos en el rendimiento académico y en el desarrollo de habilidades sociales, también enfrenta desafíos en la selección de grupos, adaptación a la diversidad, motivación de los estudiantes y la implementación efectiva de estrategias innovadoras y tecnológicas. Estos desafíos subrayan la importancia de una planificación cuidadosa, la flexibilidad y el apoyo continuo por parte de los educadores y las instituciones educativas.

Resultados Afectivos y Motivacionales del Trabajo Colaborativo en el Aula de Matemáticas

Los estudios revisados en esta sección, proporcionan información sobre los resultados del trabajo colaborativo en el aula de matemáticas en términos afectivos y motivacionales. Akinyi Oloo (2006) señala que la colaboración entre estudiantes conlleva una percepción positiva, destacando que compartir y aclarar conocimientos con compañeros beneficia la concentración de manera efectiva en comparación con la interacción con los profesores.

Por otro lado, Donoso et. al (2020) identificaron que la falta de preguntas relacionadas con objetivos y la falta de supervisión afectan negativamente la motivación de los estudiantes, especialmente cuando los profesores no se centran en construir un modelo de situación esencial para abordar problemas matemáticos.

En el estudio de García-Salazar (2012), se destacan las diferencias en las dinámicas interactivas en aulas de matemáticas de secundaria. Se encontró que el tipo de interacciones en el aula influía en el tipo de aprendizaje, desde un enfoque memorístico hasta discusiones y justificaciones, afectando así la motivación de los alumnos.

García García y Traver Martí (2016) enfatizan la importancia del aprendizaje cooperativo para mejorar los resultados académicos y promover la colaboración entre estudiantes, aunque reconocen desafíos organizativos y problemas de compromiso individual.

Gavilán Bouzas y Alario Gavilán (2012) resaltan que el trabajo cooperativo mejora el rendimiento y la motivación de los estudiantes en matemáticas, con interacciones verbales más ricas y una mayor participación.

Gómez (2016) examinó comentarios de docentes sobre el aprendizaje colaborativo, observando impactos positivos en motivación, entusiasmo y rendimiento, aunque algunos docentes expresaron desánimo, sugiriendo la necesidad de familiarización docente con el enfoque. Iglesias et al. (2017) destacan que el aprendizaje cooperativo reduce las percepciones negativas hacia la clase de matemáticas, mientras que Kim y Kim (2021) señalan diferencias de género en las dinámicas de interacción, con un enfoque más colaborativo en estudiantes varones.

Otros estudios, como el de López-Iñesta, et al. (2019), sugieren que el aprendizaje cooperativo puede mejorar la experiencia de aprendizaje en matemáticas al reducir las percepciones negativas en comparación con enfoques tradicionales. Además, Peinado et al. (2019) resaltan los beneficios del trabajo colaborativo en línea para mejorar la participación y reducir el miedo a preguntar. Solano-Luengo (2015) subraya que el aprendizaje cooperativo con características distintivas mejora la convivencia, concentración y motivación de los estudiantes, reconociendo el esfuerzo del equipo y la utilidad de las tareas.

Finalmente, Terán, et al. (2009) concluyen que el trabajo cooperativo, para fomentar aprendizajes significativos, requiere una base sólida de conocimiento previo por parte de los alumnos y una evaluación diagnóstica del docente. En conjunto, estos estudios resaltan la complejidad y la importancia de las dinámicas colaborativas en el aprendizaje de matemáticas, así como la necesidad de considerar diversos factores para maximizar sus beneficios. A continuación, se detallan los estudios de los autores mencionados.

La investigación de Donoso, et al. (2020) estudió las interacciones entre profesores y alumnos, destacando especialmente el papel de los docentes y su impacto en la percepción de los estudiantes sobre la clase de matemáticas. Los investigadores observaron que los profesores de matemáticas participantes en su estudio comenzaron las clases estableciendo objetivos y activando el conocimiento previo de los estudiantes. Sin embargo, se señala que estos docentes no formularon preguntas ni brindaron oportunidades para el diálogo entre los estudiantes. Como resultado, la percepción general de los estudiantes hacia las matemáticas fue negativa. Los autores subrayan la importancia crucial de las interacciones y las oportunidades de diálogo tanto para la resolución de problemas matemáticos como para cambiar la percepción desfavorable que los estudiantes tienen hacia la materia.

Gavilán-Bouzas y Alario Gavilán (2012) respaldan las conclusiones obtenidas por Donoso et al. (2020). En su investigación, destacan que la mejora del rendimiento estudiantil está estrechamente vinculada a las interacciones verbales y al intercambio de ideas tanto entre pares como con los profesores. Sus hallazgos indican que las clases colaborativas promovieron una participación activa por parte de los estudiantes, a diferencia de las clases individuales, donde el papel predominante del profesor condujo a una experiencia de aprendizaje percibida como menos relevante por los propios estudiantes.

López-Iñesta et al. (2019), Gavilán-Bouzas y Alario Gavilán (2012) coinciden al subrayar la relevancia de fomentar la interacción y el intercambio de ideas entre los estudiantes. En el estudio de López-Iñesta, et al. (2019), se destacó que el profesor mantuvo un control estructurado de las interacciones en el grupo y buscó cambiar la percepción de los estudiantes hacia las Matemáticas. Además, los autores concluyeron que los alumnos aprendieron a valorar de manera positiva el trabajo en equipo, destacando que no se debió únicamente a la asignación de tareas, sino a la coordinación del grupo y la toma de decisiones consensuadas.

En consonancia con las investigaciones previas, Riera-Romero y Bosch (2022) idearon una metodología de aprendizaje cooperativo destinada a promover la inclusión de los estudiantes, denominada "Programa CA/AC: Cooperar para aprender/aprender a cooperar". Los investigadores señalan que los profesores dejaron de asumir un papel central en el aula, creando entornos donde los estudiantes pudieran colaborar, lo que resultó en una mayor diversidad de dinámicas y estructuras utilizadas en los grupos a lo largo del proceso educativo. Según los investigadores, esta metodología permitió a los estudiantes desarrollar competencias transversales esenciales para su desarrollo profesional, como la planificación del tiempo, la comunicación, la resolución de problemas y la toma de decisiones.

Akinyi et al. (2016), por su parte, exploraron el impacto de la colaboración entre estudiantes afines, en sus percepciones sobre las matemáticas. Trabajar con compañeros afines implicó que los estudiantes colaboraran con aquellos que compartían intereses, habilidades o metas similares. Los autores resaltan que aquellos estudiantes que participaron en colaboración con sus compañeros afines experimentaron mayores niveles de satisfacción y concentración en sus tareas, al compartir y clarificar conocimientos mutuos.

Tanto Riera-Romero y Bosch (2022) como Akinyi, et al. (2016) enfatizan cómo la colaboración en el proceso de aprendizaje puede potenciar de manera significativa las habilidades de los estudiantes y fortalecer su capacidad para trabajar de manera independiente. Estos hallazgos subrayan la relevancia de esta metodología en el ámbito educativo. La intervención de Akinyi, et al. (2016) destaca el impacto positivo de la enseñanza entre compañeros en el contexto escolar, especialmente cuando los estudiantes tienen la oportunidad de colaborar con compañeros afines en actividades formales dentro de la escuela, lo que enriquece su experiencia de aprendizaje y la hace más significativa.

Por otra parte, los estudios realizados por García-Salazar (2012), Iglesias-Muñiz, et al. (2017); Kim y Kim (2021) y Benjumeda et al. (2015) que se presentan a continuación, se concentraron en la comparación y el contraste de dinámicas interactivas en aulas de matemáticas de secundaria, sin tener en cuenta la afinidad entre los estudiantes. Estos investigadores llevaron a cabo comparaciones entre diferentes métodos de formación de grupos. Para llevar a cabo su investigación, García-Salazar (2012) conformó grupos de escuelas diferentes debido a la disponibilidad de maestros, los cuales incluyeron una secundaria federalizada (Secundaria A, tercer grado), una escuela particular (Secundaria B, primer grado) y una secundaria general del sistema estatal (Secundaria C, primer año) en una zona de clase media.

En el caso de la Secundaria A, el autor encontró que las interacciones estudiantiles de tipo competitivo generaban un tipo de aprendizaje predominantemente memorístico, caracterizado por una comprensión insuficiente o nula, lo que resultaba en una atención mínima en clase. Por otro lado, en la Secundaria B, el autor observó patrones de interacción que fomentaban discusiones, con preguntas específicas y motivación para justificar argumentos, considerar perspectivas diferentes y reflexionar sobre errores, lo que potenciaba un aprendizaje más significativo. En relación con la Secundaria C, se resalta que se promovió la presentación de situaciones problemáticas por parte de los estudiantes, fomentando la interacción y el aprendizaje colaborativo, aunque se menciona que la organización de las actividades carecía de elementos clave para aprovechar plenamente su potencial.

García-Salazar (2012) subraya la importancia de la dinámica en el aula en la formación de las percepciones de los estudiantes sobre el proceso educativo. Destaca la ineficacia del aprendizaje puramente memorístico, en comparación con enfoques que promueven la discusión, la resolución de problemas y el trabajo en equipo. Sin embargo, aún en entornos que fomentan un enfoque más significativo, el autor considera que se debe prestar especial atención a la organización y estructura de las actividades para maximizar su efectividad.

De manera similar, Iglesias-Muñiz, et al. (2017) conformaron a los estudiantes en un grupo experimental colaborativo y uno de control tradicional. Los autores concluyeron que el grupo que participó en actividades colaborativas logró mejores resultados en comparación con el grupo que siguió un enfoque tradicional. Destacaron que los estudiantes del grupo colaborativo valoraron positivamente el trabajo en equipo en sus clases de matemáticas, mientras que algunos alumnos del grupo tradicional expresaron que las clases les resultaban aburridas, agotadoras y difíciles, además de observarse problemas de comportamiento en algunos de ellos.

Kim y Kim (2021) por su parte, resaltaron las diferencias en las dinámicas de interacción en grupos de estudiantes que participaron en el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), destacando el rol de los estudiantes con un mayor dominio en matemáticas en ambos grupos. En el Grupo A, se observó un enfoque colaborativo caracterizado por el intercambio de conocimientos y discusiones activas, mientras que en el Grupo B se encontró una participación activa con menos énfasis en las discusiones, involucrando a estudiantes con diferentes niveles de habilidades en matemáticas.

Benjumeda, et al. (2015), llevaron a cabo una comparación entre grupos de estudiantes que trabajaron colaborativamente utilizando el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Los autores llegaron a la conclusión de que esta metodología resaltó las dificultades que los estudiantes enfrentan al tratar de desarrollar un enfoque que les permita traducir situaciones de la vida real a términos matemáticos. Además, evidenció los desafíos al contrastar, reflexionar y aplicar los resultados matemáticos a estas situaciones del mundo real.

La investigación llevada a cabo por Gracia-García y Traver-Martí (2016) se enfocó en examinar la percepción de los estudiantes después de recibir asistencia para resolver problemas matemáticos, así como en analizar si estas colaboraciones tienen algún impacto en el rendimiento académico. Los autores destacan que el enfoque de aprendizaje cooperativo resultó en un mejor desempeño académico. Además, la ayuda entre compañeros tuvo un efecto positivo tanto al ofrecer como al recibir apoyo en la adquisición de conocimientos. Los resultados obtenidos por los estudiantes en diversas actividades resaltaron la significativa influencia del componente emocional en el proceso de aprendizaje de las matemáticas al trabajar en grupos.

De manera análoga, en su estudio, Solano-Luengo (2015) exploró el aprendizaje colaborativo desde las perspectivas tanto de los alumnos como de los docentes. En sus conclusiones, el autor destaca que los participantes experimentaron una mejora significativa en su percepción de las matemáticas después de participar en actividades colaborativas. Los docentes, por su parte, apreciaron el esfuerzo colectivo del equipo y reconocieron la utilidad de las tareas colaborativas en la búsqueda de nueva información.

Terán de Serrentino y Pachano Rivera (2009) llevaron a cabo una investigación en la que diseñaron una intervención centrada en el trabajo colaborativo para evaluar su impacto en las actitudes estudiantiles hacia las matemáticas, la aritmética, el álgebra y la estadística. En esta investigación, de manera similar que, en las analizadas anteriormente, el diálogo entre la docente y los alumnos promovió la interacción, aprovechando los elementos novedosos y atractivos que hacen que la clase de matemáticas sea un entorno ideal para el aprendizaje, donde la creación de ambientes de aprendizaje sea un colaborador en el logro de contenidos. Resaltan el ambiente amigable en el aula que fomenta el aprendizaje colaborativo, donde los estudiantes compartieron ideas y se comunicaron con la maestra, utilizando materiales como crayones, reglas y compás.

Terán de Serrentino y Pachano Rivera (2009) subrayan la importancia de que el docente realice un diagnóstico para evaluar dicho conocimiento. Señalan que la interacción entre los niños y la maestra resultó beneficiosa, y que la estrategia fue atractiva y motivadora, fomentando actitudes positivas hacia las matemáticas. Las autoras enfatizan la importancia de proporcionar experiencias de aprendizaje enriquecedoras y creativas, junto con el uso riguroso del lenguaje para promover el pensamiento crítico y la discusión de ideas.

El estudio de Rocamora, et al. (2019), subraya la importancia de la motivación en el entorno de clases de matemáticas, especialmente para los estudiantes que enfrentan desafíos en su proceso de aprendizaje y participación. Los autores destacan varios aspectos positivos al implementar el método de clase invertida en matemáticas. Experimentaron una reducción significativa en la tasa de absentismo estudiantil y un progreso constante en las evaluaciones de los alumnos. Observaron que la dinámica grupal resultó efectiva, ya que los materiales audiovisuales fueron bien utilizados y comprendidos por los estudiantes, quienes asimilaron la nueva metodología con facilidad.

En este mismo sentido, en el estudio de Pons, et al. (2008) se observaron diferencias en el rendimiento a favor de los grupos experimentales en comparación con el grupo de control. Los resultados de las investigaciones hasta aquí presentadas concluyen que la enseñanza tradicional de matemáticas y la enseñanza colaborativa representan dos enfoques distintos en la forma en que se imparten y se aprenden los conceptos matemáticos. En el enfoque de Enseñanza Tradicional de Matemáticas el profesor tiene un papel central y desempeña la función principal en la transmisión del conocimiento. La autoridad del profesor prevalece, y la instrucción es más directa.

Los estudiantes en los enfoques de enseñanza tradicional de matemáticas suelen ser receptores pasivos de información. La enseñanza se centra en la presentación de hechos y fórmulas, y los estudiantes memorizan y aplican estos conceptos. Las evaluaciones tienden a ser pruebas estandarizadas que miden el conocimiento memorizado y la capacidad para resolver problemas siguiendo pasos predeterminados. Se valora más la obtención de la respuesta correcta que el proceso o la comprensión profunda de los conceptos.

Por otro lado, en la enseñanza colaborativa de matemáticas se fomenta la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Los estudiantes interactúan más con el contenido y entre ellos, se busca el entendimiento profundo de los conceptos. Los estudiantes no solo memorizan, sino que también comprenden la lógica y la aplicabilidad de los conceptos matemáticos. Se utilizan evaluaciones formativas que miden la comprensión y el progreso continuo, en lugar de solo pruebas finales sumativas, se fomenta el trabajo en grupo y la colaboración entre estudiantes.

La discusión y el intercambio de ideas están presentes en las investigaciones que abordan el aprendizaje colaborativo. En estos estudios se valora tanto el proceso como el resultado. Se da importancia a la comprensión del proceso de resolución de problemas y no solo a la respuesta final y además de adquirir conocimientos matemáticos, se estudia si también los estudiantes también desarrollan habilidades sociales, como la comunicación efectiva y el trabajo en equipo.

El estudio llevado a cabo por Gómez (2016) difiere un poco de estos estudios pues este se enfocó en recopilar percepciones de un grupo de treinta docentes de secundaria acerca del aprendizaje colaborativo. Gómez (2016) destaca que los docentes perciben el trabajo colaborativo como más estresante en comparación con el enfoque individualizado, Sin embargo, también señala que los docentes reconocen que trabajar en grupos reducidos mejora el proceso de aprendizaje en comparación con el aprendizaje individual. El investigador resalta la importancia de que los profesores se familiaricen con este enfoque educativo y empleen estrategias específicas para planificar el trabajo colaborativo.

En su análisis, Gómez enfatiza la necesidad de que los docentes definan claramente los roles de los participantes, establezcan una estructura temporal efectiva, fomenten interacciones significativas para facilitar el aprendizaje, y se involucren en una comunicación eficaz de los resultados, así como en la reflexión sobre el proceso de trabajo y su utilidad. El autor argumenta que estas prácticas contribuyen de manera significativa a que los estudiantes construyan nuevos conocimientos matemáticos de manera más efectiva en entornos colaborativos.

En el análisis de los estudios sobre el trabajo colaborativo en el aula de matemáticas con resultados afectivos y motivacionales, se identifican varios desafíos según las investigaciones de los diferentes autores presentados. Donoso-Osorio et al. (2020) destacan la falta de preguntas relacionadas con los objetivos establecidos por los profesores, lo que dificulta la construcción de un modelo de la situación y afecta la motivación de los estudiantes al abordar problemas matemáticos.

García-Salazar (2012) señala diferencias en la calidad de las interacciones en aulas de secundaria, donde algunos grupos promueven un aprendizaje memorístico y con comprensión limitada, mientras que otros fomentan discusiones enriquecedoras. Estas variaciones en las interacciones pueden influir en el tipo de aprendizaje y la relevancia del conocimiento matemático en secundaria, afectando potencialmente el rendimiento educativo.

García García y Traver Martí (2016) resaltan problemas menores relacionados con la falta de compromiso de algunos estudiantes en el trabajo en grupo, sugiriendo que la diversidad de percepciones sobre el rendimiento académico y las relaciones interpersonales presenta desafíos en la implementación del aprendizaje cooperativo.

Gavilán Bouzas y Alario Gavilán (2012) identifican un desafío inicial al no observar diferencias significativas entre grupos cooperativos e individuales. A medida que avanzaba el estudio, el grupo cooperativo demostró un mejor rendimiento, planteando preguntas sobre la efectividad inmediata del enfoque colaborativo. En el estudio de Gómez (2016), se destaca la expresión de desánimo entre algunos docentes, posiblemente debido a la falta de fomento de la discusión o una estructura inadecuada. La falta de apoyo docente puede afectar la implementación exitosa del aprendizaje colaborativo, subrayando la necesidad de que los docentes se familiaricen con el enfoque y comprendan estrategias para una planificación efectiva.

En resumen, estos desafíos resaltan la complejidad de implementar enfoques colaborativos en el contexto de las matemáticas, para motivar a los estudiantes, destacando la importancia de abordar factores específicos, como la planificación docente, las interacciones en el aula y el compromiso de los estudiantes, para maximizar los beneficios del trabajo conjunto.

Paradigma Interpretativo. Resultados de Estudios Relacionados con la Construcción de Procesos Colaborativos en el Contexto de las Aulas de Matemáticas

Los estudios revisados en esta sección ofrecen una visión cualitativa de las dinámicas de interacción en contextos educativos de matemáticas, abordando tanto los beneficios como los desafíos del aprendizaje colaborativo. Garcia-Salazar (2012) estudió el trabajo en equipo en tres aulas diferentes y encontró que, en un grupo de tercer año de la secundaria A, los alumnos se limitaban a repetir los procesos de solución que el maestro les indicaba, resultando en un aprendizaje memorístico con escasa comprensión. En contraste, en un grupo de primer año de la secundaria B, los estudiantes interactuaban mediante discusiones, preguntas y reflexiones sobre sus procedimientos y errores, lo que condujo a un aprendizaje más significativo. En el grupo de primer año de la secundaria C, las interacciones seguían un patrón de "embudo", donde los estudiantes desglosaban problemas complejos en cuestiones más sencillas para resolverlos, pero este enfoque, aunque inspirado en el aprendizaje cooperativo, carecía de elementos clave para aprovechar todo su potencial, resultando en un aprendizaje menos significativo.

La principal inferencia de los resultados de Garcia-Salazar (2012) es que la calidad de la interacción y el enfoque metodológico en el trabajo en equipo afectan el aprendizaje de los estudiantes. Los grupos que participan en discusiones dinámicas, reflexionan sobre sus errores y justifican sus afirmaciones tienden a lograr un aprendizaje más significativo, mientras que los grupos que se limitan a repetir instrucciones o desglosan problemas de manera simplista sin elementos clave del aprendizaje cooperativo muestran una comprensión más superficial y memorística.

Barbosa et al. (2017) resaltaron la importancia de la comunicación efectiva y una dinámica flexible que fomente el pensamiento crítico. Estos autores estudiaron cómo un grupo de estudiantes trabajando juntos en un proyecto fuera del salón de clases, con la guía de un profesor, se volvieron más activos y participativos con el tiempo. Al principio, las discusiones eran tensas porque no todas las ideas eran aceptadas. Pero luego, las sesiones se volvieron más colaborativas y de escucha mutua, permitiendo que las propuestas fueran más complejas.

Aunque el profesor proporcionó dirección, los estudiantes a menudo aportaban ideas que no siempre seguían sus indicaciones directas. Esto muestra que el espacio era flexible, permitiendo a los estudiantes adoptar diferentes roles de habla y desafiar el papel tradicional del profesor. Según los autores, estas experiencias sugieren que estos espacios pueden fomentar la participación crítica de los estudiantes y promover cambios en la educación.

A su vez, Cobo (1998) señaló que, en los equipos de trabajo estudiantiles, cuando los estudiantes aportan ideas nuevas y diferentes, el proceso de resolución de problemas avanza de manera más significativa. Por el contrario, si los intercambios entre los estudiantes son principalmente cooperativos o progresivos y solo repiten elementos que ya han aparecido en el proceso, la dinámica de la resolución de problemas será menos efectiva.

Además, Cobo identifica siete modelos interactivos al analizar los roles comunicativos de los alumnos en equipos de trabajo durante la resolución de problemas: cooperativos, donde los estudiantes trabajan juntos de manera igualitaria para alcanzar un objetivo común; trabajo dirigido, cuando un estudiante asume un rol de liderazgo y guía al equipo en la resolución del problema; situaciones de trabajo en paralelo, donde los estudiantes trabajan individualmente en diferentes aspectos del problema al mismo tiempo; trabajo alternativo, cuando los estudiantes se turnan para trabajar en diferentes partes del problema; complementariedad de funciones, en este modelo cada estudiante se enfoca en tareas diferentes que se complementan entre sí para resolver el problema; relanzamiento del proceso de resolución, que se refiere a intervenciones que reorientan o revitalizan el proceso de resolución cuando este se estanca; e intercambios de desacuerdo, donde los estudiantes discuten y debaten sus diferentes puntos de vista, lo que puede conducir a soluciones más creativas y efectivas.

Por otro lado, Colom y Rosich (2015) exploraron las interacciones entre estudiantes con y sin TDAH, enfatizando la influencia de las dimensiones emocionales y cognitivas, y señalando que las diferencias en el nivel de habilidad pueden ser un desafío. Mientras tanto, Dreyfus et al. (2018) observaron procesos de construcción del aprendizaje en grupos pequeños, resaltando la complejidad y la gestión del tiempo como desafíos para los equipos.

Falsetti et al. (2003) por su parte, estudiaron interacciones entre equipos, destacando la importancia de las discusiones entre estudiantes y los desafíos de los conflictos interpersonales en la colaboración estudiantil. Simultáneamente, Kumpulainen y Kaartinen (2003) investigaron la colaboración entre parejas con diferentes habilidades, resaltando la importancia de la diversidad en la colaboración. Lodhi et al. (2019), por su parte, examinaron la resolución de problemas entre estudiantes bilingües, destacando la libertad de expresión en el idioma deseado como clave.

Asimismo, Ortiz Jiménez y Pérez Astorga (2021) analizaron estrategias de profesores, resaltando la gestión argumentativa y advirtiendo sobre la dependencia excesiva en la guía docente. Parra Álvarez y Flores Macías (2008) estudiaron procesos de construcción del aprendizaje cooperativo, destacando la libre expresión de ideas en los equipos como deseable.

Por su parte, Pöysä-Tarhonen et al. (2021) investigaron la resolución de problemas con enfoques diferentes, subrayando desafíos en la planificación y organización del trabajo colaborativo. Solano-Luengo (2015) examinó el aprendizaje cooperativo, destacando beneficios como una mejor relación entre estudiantes y profesores, y advirtiendo sobre la dependencia en el docente. Solar-Bezmalinovic (2018) analizó la argumentación en la enseñanza de matemáticas, identificando estrategias clave y advirtiendo sobre la falta de compromiso de algunos participantes.

Finalmente, Uesaka y Manolo (2007) destacaron la influencia positiva de permitir a estudiantes asumir roles de enseñanza, mientras que Webb (1991) resaltó la importancia de estrategias específicas para cultivar una interacción efectiva en grupos pequeños. Estas investigaciones colectivamente subrayan la complejidad y la dinámica del aprendizaje colaborativo, enfatizando la importancia de la participación equitativa, el diálogo argumentativo y la construcción compartida del conocimiento para abordar desafíos académicos y cotidianos de manera efectiva.

Los resultados presentados sugieren varias implicaciones tanto para los docentes como para los investigadores interesados en explorar cómo aprenden los estudiantes de matemáticas en el aula. Primero, resaltan la necesidad de considerar la diversidad de enfoques y dinámicas de interacción que pueden influir en el proceso de aprendizaje colaborativo (Kumpulainen y Kaartinen, 2003). Los estudios revisados muestran que las estrategias de enseñanza, la comunicación efectiva y la gestión flexible son elementos clave que pueden fomentar el pensamiento crítico y la construcción compartida del conocimiento (Ortiz Jiménez y Pérez Astorga, 2021).

Además, se destaca la importancia de considerar las dimensiones emocionales y cognitivas de los estudiantes, así como las diferencias individuales en habilidades y estilos de aprendizaje (Colom y Rosich, 2015). Esto sugiere que los docentes pueden adoptar enfoques holísticos que integren tanto aspectos cognitivos como socioemocionales en sus aulas.

Otra implicación relevante de estos estudios, es la necesidad de explorar cómo las interacciones entre estudiantes con diversas habilidades y antecedentes pueden influir en el proceso de aprendizaje (Pöysä-Tarhonen et al., 2021). Los estudios revisados muestran que la diversidad en la colaboración puede ser beneficiosa, pero también puede plantear desafíos que deben abordarse de manera efectiva para maximizar el aprendizaje de todos los estudiantes.

Además, se destaca la importancia de investigar las estrategias y roles del profesor en el fomento del aprendizaje colaborativo (Ortiz Jiménez y Pérez Astorga, 2021). Los resultados indican que la gestión argumentativa, la libertad de expresión y la reducción de la dependencia en la guía docente son aspectos clave a considerar en el diseño de entornos de aprendizaje efectivos.

Por último, se subraya la necesidad de abordar desafíos prácticos relacionados con la planificación, organización y gestión del tiempo en contextos de aprendizaje colaborativo (Barbosa et al., 2017; Dreyfus et al., 2018) Esto implica que los docentes e investigadores deben prestar atención a la implementación de estrategias y recursos que faciliten la participación equitativa y el diálogo argumentativo en el aula.

En resumen, estos resultados sugieren que tanto docentes como investigadores interesados en explorar cómo aprenden los estudiantes de matemáticas en el aula deben considerar una variedad de factores, incluyendo la diversidad de enfoques, las dimensiones emocionales y cognitivas, las interacciones entre estudiantes con diferentes habilidades, el papel del profesor, y los desafíos prácticos asociados con el aprendizaje colaborativo. Integrar estas consideraciones en la investigación puede contribuir a una comprensión más completa y efectiva de los procesos de aprendizaje en el aula de matemáticas.

Los estudios de Barbosa, et al. (2017) señalan un desafío clave en la colaboración estudiantil: la comunicación efectiva. La dificultad para expresar ideas o comprender las de los demás puede complicar el proceso de resolución de problemas, destacando la importancia de habilidades comunicativas en el trabajo en equipo. Además, Colom y Rosich (2015) resaltan la disparidad en el nivel de habilidad como un obstáculo significativo. Las diferencias en las habilidades matemáticas entre los estudiantes pueden dar lugar a desigualdades en la contribución al equipo, subrayando la necesidad de abordar estas disparidades para fomentar un entorno colaborativo más equitativo.

En cuanto al tiempo, el estudio de Dreyfus, Rasmussen, Apkarian y Tabach (2018) destaca las limitaciones temporales como un desafío emergente en la colaboración. La resolución de problemas en grupo puede consumir más tiempo que hacerlo individualmente, haciendo hincapié en la importancia de una gestión eficiente del tiempo para garantizar que se cubran todos los conceptos necesarios y se cumplan los plazos establecidos.

Los conflictos interpersonales también surgen como un desafío en la colaboración, según Falsetti, Rodríguez y Aragón (2003). Las diferencias de opinión, la falta de tolerancia o la carencia de habilidades para resolver conflictos pueden generar tensiones en el equipo, afectando la capacidad del grupo para resolver problemas matemáticos de manera efectiva. Esta dinámica resalta la necesidad de fomentar habilidades de resolución de conflictos en los estudiantes.

La falta de diversidad de habilidades, como mencionan Kumpulainen y Kaartinen (2003), presenta otro desafío. Equipos desequilibrados en términos de habilidades pueden llevar a que algunos estudiantes se sientan abrumados o subutilizados. Abordar esta falta de equilibrio y promover la diversidad de habilidades puede fortalecer la dinámica del equipo. La dependencia excesiva en la guía docente se identifica como un desafío en el estudio de Ortiz Jiménez y Pérez Astorga (2021). Algunos estudiantes pueden depender demasiado de los demás, lo que puede resultar en una falta de comprensión real de los conceptos matemáticos. Este desafío destaca la importancia de equilibrar la colaboración con la independencia en el proceso de aprendizaje.

Las dificultades en la planificación y organización se presentan como desafíos en el trabajo entre estudiantes según Pöysä-Tarhonen et al. (2021). Coordinar esfuerzos, asignar tareas de manera equitativa y cumplir con plazos pueden ser obstáculos en el trabajo en equipo, subrayando la necesidad de habilidades organizativas y de planificación. La falta de compromiso se destaca como un desafío en el estudio de Solar-Bezmalinovic (2018). Algunos estudiantes pueden no estar completamente comprometidos con el proceso de aprendizaje en equipo, lo que puede afectar negativamente la dinámica del grupo y reducir la eficacia del trabajo conjunto. Este desafío resalta la importancia de motivar y comprometer a todos los miembros del equipo.

Finalmente, Uesaka y Manolo (2007) subrayan la importancia de la interacción en grupos pequeños, destacando que ofrecer a los estudiantes roles de enseñanza puede mejorar la interacción y el uso de herramientas visuales. Además, Webb (1991) señala que la calidad de la asistencia ofrecida y recibida, así como la adaptabilidad a las necesidades individuales, son cruciales para cultivar una interacción efectiva en grupos reducidos. Estos hallazgos resaltan la importancia de estrategias pedagógicas que fomenten la participación activa y adaptativa en entornos de aprendizaje colaborativo.

Resumen de la Revisión de la Literatura

En el ámbito de la educación matemática, la colaboración entre estudiantes y entre estudiantes y profesores ha sido objeto de numerosas investigaciones que buscan entender su impacto tanto en el rendimiento académico como en los procesos psicológicos internos de los estudiantes. Estos estudios se dividen en dos paradigmas principales: el positivista y el interpretativo. Cada uno aborda la colaboración desde perspectivas y metodologías distintas, proporcionando una visión amplia y detallada de los efectos y beneficios del trabajo en equipo en el aprendizaje de las matemáticas.

Los temas emergentes de los estudios centrados en el paradigma positivista son: a) El impacto de la colaboración entre estudiantes o entre estudiantes y profesores en el rendimiento académico: En estos estudios se examina cómo la colaboración entre estudiantes o entre estudiantes y profesores repercute directamente en el rendimiento académico en el ámbito matemático y b) El impacto de la colaboración entre estudiantes en procesos psicológicos internos estudiantiles: En estos estudios se analizan los efectos psicológicos internos, como cambios en actitudes o percepciones de los estudiantes hacia las matemáticas, resultantes de la colaboración entre ellos.

Los estudios focalizados en el paradigma interpretativo se presentan como una categoría menos frecuente, y entre ellos destaca un tema: la construcción de procesos colaborativos en el contexto de las aulas de matemáticas. Este enfoque interpretativo se adentra en la comprensión de cómo los participantes dentro de un entorno educativo, específicamente en el ámbito matemático, construyen colaborativamente procesos de aprendizaje.

Luneta y Legesse (2023) y Alarcón (2004) han encontrado que el trabajo en grupo profundiza la comprensión de conceptos matemáticos y mejora el rendimiento académico. Por otra parte, Balarezo-Ochoa (2020) y García-García et al. (2013) señalan que el uso de tecnología y la gamificación aumentan la participación y el desempeño estudiantil. Además, Broitman et al. (2014) y Cujba y Pifarré (2023) sostienen que la colaboración heterogénea entre estudiantes también conduce a mejoras significativas.

En cuanto a los resultados afectivos y motivacionales, varios estudios, como el de Gavilán Bouzas y Alario Gavilán (2012) y García-Salazar (2012), destacan que el aprendizaje cooperativo mejora la motivación y el rendimiento en matemáticas al fomentar interacciones verbales y la participación activa. Iglesias et al. (2017) y Kim y Kim (2021) exploraron cómo las dinámicas interactivas y el género pueden influir en la percepción y desempeño de los estudiantes. Solano-Luengo (2015) y Terán et al. (2009) coinciden en que el trabajo colaborativo promueve una actitud más positiva hacia las matemáticas y facilita un ambiente de aprendizaje enriquecedor.

En estudios relacionados con las implicaciones del trabajo colaborativo en el aula de matemáticas, según investigaciones cualitativas, autores como Johnson et al. (2014) han subrayado que esta metodología no solo mejora el rendimiento académico, sino que también fortalece habilidades como el trabajo en equipo y la resolución de problemas. Estudios indican que el trabajo en grupos heterogéneos promueve un aprendizaje más profundo y significativo, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos académicos y profesionales futuros en un entorno participativo y estimulante.

En resumen, estos estudios evidencian que el trabajo colaborativo en matemáticas no solo optimiza el rendimiento académico y la comprensión conceptual, sino que también impacta de manera positiva en la motivación de los estudiantes y en su percepción de la materia. Esto subraya la importancia de implementar estrategias colaborativas efectivas en el aula, no solo para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, sino también para fomentar habilidades sociales y cognitivas esenciales en los estudiantes mexicanos.

La dinámica de las interacciones entre compañeros en el aula de matemáticas de secundaria es un aspecto fundamental que puede tener un impacto significativo en el aprendizaje y la motivación de los estudiantes. Esta intervención se propone explorar cómo estas interacciones influyen en la comprensión de conceptos matemáticos y el compromiso de los alumnos. Las aulas de matemáticas no son solo lugares para enseñar fórmulas y teoremas, sino también espacios donde los estudiantes se comunican, colaboran y aprenden unos de otros, enriqueciendo así su experiencia educativa.

Un primer punto a considerar es cómo las dinámicas interactivas afectan directamente la comprensión de los conceptos matemáticos. Las intervenciones y el apoyo que se brindan entre compañeros pueden facilitar una mejor integración del conocimiento y la resolución de problemas complejos. Por ejemplo, cuando los estudiantes participan en discusiones grupales, tienen la oportunidad de explicar sus ideas, lo que no solo refuerza su propio entendimiento, sino que también ayuda a sus compañeros a ver los conceptos desde diferentes ángulos.

Esto es especialmente importante en matemáticas, donde las ideas abstractas suelen beneficiarse de ser explicadas en un lenguaje más accesible y a través de ejemplos prácticos. Además, es sobresaliente examinar la motivación y el compromiso que estas interacciones generan en los estudiantes. La colaboración puede aumentar el sentido de pertenencia y el apoyo emocional, lo que a su vez lleva a disfrutar más del proceso de aprendizaje.

Capítulo III: Enfoque Cualitativo de Estudio de Caso para Explorar el Trabajo Colaborativo en una Escuela de Chihuahua

El trabajo colaborativo en el aula es una práctica educativa que ha sido objeto de estudio debido a su potencial para facilitar la internalización de procesos, la organización y el intercambio de ideas entre los estudiantes. Según Jones et al. (1997), este tipo de dinámica no solo puede promover el aprendizaje a través de la interacción social, sino que también integra aspectos cognitivos y afectivos en el proceso educativo. La complejidad de estas interacciones presenta un desafío significativo para los investigadores, quienes deben abordar la multidimensionalidad del trabajo colaborativo en el aula.

Coll y Chapman (2020) destacan que la investigación sobre la colaboración en el aula ha sido mayormente cuantitativa, con una representación limitada de estudios basados en enfoques cualitativos. Estos últimos, afirman los autores, son necesarios para una comprensión más completa del trabajo colaborativo, ya que pueden integrar aspectos sociales y afectivos que son fundamentales para el análisis educativo. La falta de estudios cualitativos en este campo limita nuestra capacidad para capturar la riqueza y complejidad de las experiencias de los estudiantes durante las actividades colaborativas (Capera et al. 2022)

La colaboración entre estudiantes no solo puede enriquecer el proceso de aprendizaje, sino que también puede impactar tanto su rendimiento académico como su desarrollo personal (Mandarachi-Flores y Anccana-Llamocca, 2022). Este estudio se enfoca en llenar un vacío investigativo sobre la colaboración en el aula de matemáticas desde una perspectiva cualitativa-interpretativa en México. La elección de este enfoque se justifica por la escasez de investigaciones similares, buscando mejorar la comprensión de estas dinámicas.

En este capítulo, se detalla la elección de un enfoque cualitativo para abordar esta cuestión, explicando los instrumentos empleados para analizar las estrategias discursivas que los estudiantes de secundaria utilizan al interactuar con sus compañeros de equipo en el aula de matemáticas. Además, se exploran las dinámicas interactivas entre pares observadas durante la resolución de problemas matemáticos. También se discuten las razones detrás de la selección de estos métodos y cómo contribuyen a una comprensión más profunda de las dinámicas grupales en este contexto educativo específico.

Enfoque Cualitativo del Estudio

La complejidad inherente al estudio de las interacciones entre estudiantes en el salón de clases demanda un abordaje metodológico que trascienda la mera cuantificación de variables. Este procedimiento, tal como lo mencionan Chung y Britez (2023), implica la exploración exhaustiva y la interacción con individuos específicos con el propósito de obtener información acerca de un fenómeno concreto que se está estudiando.

Aunado a lo anterior, la investigación cualitativa es una "indagación sobre cómo se viven las experiencias humanas realmente verificables"(Chung y Britez, 2023, p. 47). Por lo tanto, se trata de un elemento de interpretación que se fundamenta en la comprensión del pensamiento humanista, la teoría fenomenológica, la hermenéutica y el construccionismo social.

Por lo cual, la decisión de emplear un enfoque cualitativo se fundamenta en el reconocimiento de que el trabajo en equipo estudiantil es un proceso complejo, influenciado por factores contextuales y dinámicas grupales.

En este sentido, Guba y Lincoln (1981) explican que en el enfoque cualitativo se sostiene que la realidad es socialmente construida a través de las interacciones de los individuos. Este enfoque promueve la investigación naturalista, estudiando fenómenos en sus contextos reales para captar la complejidad de las dinámicas sociales. Su diseño es flexible, permitiendo ajustes según las situaciones emergentes, y utiliza técnicas como observaciones y análisis de interacciones para recopilar datos ricos y contextuales. El análisis se realiza de manera inductiva, buscando patrones y temas emergentes, lo que implica un profundo respeto por los participantes y la obtención de su consentimiento informado. Así, esta metodología resulta ideal para entender fenómenos complejos en contextos sociales específicos.

Por lo tanto, con el fin de caracterizar las estructuras discursivas y las dinámicas interactivas empleadas por estudiantes en un curso de secundaria de matemáticas al plantear problemas de trigonometría, se optó por un enfoque de investigación cualitativa. En particular, se busca analizar las formas en que los estudiantes organizan y expresan sus ideas, así como las interacciones que se generan durante el planteamiento y resolución de un problema matemático (Deslauriers, 2004; Hernández et al., 2014; Sandín, 2003; Strauss y Corbin, 2002).

La elección de un enfoque cualitativo permite al investigador adentrarse en las interacciones entre estudiantes, ofreciendo una oportunidad para la comprensión de sus participaciones y comportamientos. Asimismo, el enfoque cualitativo se distingue por su flexibilidad metodológica. En este estudio, se reconoce la importancia de adaptar el método de investigación a las particularidades del contexto estudiado, permitiendo una exploración holística y contextualizada de los fenómenos observados. Siguiendo las sugerencias de Creswell y Miller (2000), el enfoque metodológico se ajusta dinámicamente a las exigencias y dinámicas emergentes durante el proceso investigativo.

Por último, el enfoque cualitativo brinda al investigador la oportunidad de observar las complejas interacciones sociales y cognitivas que caracterizan el trabajo en equipo estudiantil. Al profundizar en estas dinámicas, se aspira a desentrañar las complejidades subyacentes al proceso de resolución de problemas matemáticos en el entorno escolar de educación secundaria elegido para el estudio. Esta investigación se emprende con el compromiso de capturar la esencia y la profundidad de las experiencias de los estudiantes de secundaria en la resolución conjunta de desafíos matemáticos.

Estudio de Caso

Esta investigación cualitativa se enmarca dentro de un estudio de caso, caracterizado por el análisis de un fenómeno contemporáneo dentro de su entorno real (Stake, 2015). Este enfoque reconoce, como se explicó anteriormente, la complejidad inherente a las dinámicas colaborativas presentes en el aprendizaje matemático en equipo (Yin, 2003). De esta manera, se busca obtener una comprensión contextualizada del fenómeno en estudio, lo que se espera que contribuya al conocimiento en este ámbito.

Las dinámicas interactivas en el aula suelen ser complejas y los estudios de caso pueden analizar estas dinámicas en detalle, observando cómo diferentes factores influyen en la dinámica de grupo, el aprendizaje individual y colectivo, y el desarrollo de habilidades de resolución de problemas (Yin, 2003). Es decir, al considerar la complejidad de las dinámicas interactivas, los estudios de caso pueden ofrecer una visión detallada de cómo se desarrollan estas interacciones en el contexto específico del aula de matemáticas de secundaria.

Los estudios de caso explican Cansa-Honores y Quezada Llanto, (2021) incluyen una variedad de tipos de datos combinados, por ejemplo, datos descriptivos que ofrecen información general sobre el caso, como características demográficas, ubicación geográfica y contexto relevante. También se utilizan datos observacionales, que registran comportamientos o interacciones relevantes para el caso, como registros de comportamiento y transcripciones de conversaciones. Además, se pueden incluir datos numéricos que cuantifican aspectos específicos del caso, como el número de interacciones. La disponibilidad y análisis de estos datos también facilitan la evaluación de la aplicabilidad de los resultados a otros casos similares.

Dado que el estudio se centra en observar y analizar los procesos que construyen los estudiantes mientras interactúan con sus compañeros, el enfoque cualitativo proporcionado por un estudio de caso resulta adecuado para explorar estas dimensiones (Flores-Valdéz, 2023).

El enfoque cualitativo de diseño de casos utilizado en este estudio se focaliza en analizar las dinámicas de interacción en el trabajo en equipo durante la resolución de problemas matemáticos entre estudiantes de secundaria. Esta metodología, respaldada por la perspectiva de Creswell y Creswell (citados en Garro y Jorrín Aberraín, 2009), posibilita una comprensión detallada de cómo los alumnos abordan y resuelven desafíos específicos de manera colaborativa. Además, considerando la sugerencia de Mauriz-Turrado y Fernández-Río (2023), se reconoce que el aula escolar constituye un entorno propicio para este tipo de estudio, dada la cantidad de tiempo que los estudiantes pasan en él. Como parte del diseño, se llevará a cabo una prueba piloto para probar escenarios, participantes, instrumentos y técnicas de análisis de datos.

Participantes y Contexto del Estudio

Los participantes del estudio eran estudiantes que, en el momento de la investigación cursaban el tercer año en un aula de matemáticas de una escuela secundaria, que se detalla más adelante. Este grupo en particular estaba compuesto por un total de 20 alumnos, de los cuales 12 eran hombres y 8 mujeres, con edades comprendidas entre los 15 y 16 años. La selección de los alumnos se realizó por conveniencia, sin la intención de obtener una muestra representativa o aleatoria, facilitada por la relación profesional que la autora mantenía con el grupo. Es importante señalar que la autora había trabajado previamente con estos estudiantes en diversas dinámicas de trabajo en equipo, por lo que ya estaban familiarizados con este tipo de actividades antes del inicio del estudio. Esto podría sesgar los resultados, ya que los estudiantes no solo estaban acostumbrados al trabajo colaborativo, sino que también habían recibido varias lecciones sobre la medición de ángulos y triángulos y el uso de las razones trigonométricas, como seno, coseno, y tangente.

Al inicio del ciclo escolar, la administración escolar llevó a cabo estudios de perfil grupal que incluían pruebas de VAK e inteligencias múltiples, entre otros, revelando que el grupo exhibía diversos estilos de aprendizaje, como es común en cualquier aula. Es importante destacar también la presencia de un estudiante diagnosticado con Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH) dentro de este grupo.

Criterios de Inclusión de Participantes

Como se mencionó previamente, los participantes de este estudio fueron seleccionados mediante criterios de selección intencional, una técnica que implica la elección deliberada de individuos o casos basados en criterios prácticos o de conveniencia, en lugar de utilizar métodos de selección aleatoria (Gómez et al., 1996). Esta estrategia se justificó por la accesibilidad de los participantes, evitando así los esfuerzos adicionales requeridos por métodos de muestreo más rigurosos. Además, la selección intencional puede ofrecer una comprensión más profunda del fenómeno estudiado al centrarse en individuos que representan características o experiencias relevantes para el contexto (Izquierdo, 2015), en este caso, un grupo de estudiantes de una secundaria pública mexicana. No obstante, como se mencionó anteriormente, esta estrategia también puede introducir sesgos, dado que los estudiantes ya estaban familiarizados con el trabajo en equipo y el uso de funciones trigonométricas.

Contextualización del Estudio

El escenario que se eligió para realizar el estudio es una escuela secundaria ubicada en la Ciudad de Chihuahua, al norte de la República Mexicana. La escuela está situada en el centro de la ciudad y se encuentra rodeada de calles transitadas y una zona comercial, lo que garantiza su accesibilidad. Además, el sistema de transporte público facilita el traslado hacia la escuela desde varios puntos de la ciudad. En los alrededores del plantel se encuentran varios centros educativos, como un jardín de niños y diversas escuelas primarias. También hay espacios de recreación, como un centro comunitario, un parque, y numerosos establecimientos comerciales. Aunque no están en la misma zona, se encuentran cercanos el Hospital General y el Hospital Infantil de Chihuahua, museos, unidades deportivas y centros recreativos.

La escuela perteneciente al subsistema estatal, forma parte de la zona escolar número 59 y ofrece su servicio en el turno matutino. Cuenta con un personal completo, que incluye directivo, subdirector, 5 secretarias, 1 trabajadora social, 1 orientadora, 3 prefectas, 5 trabajadores manuales y 31 docentes para atender a los 415 alumnos distribuidos en 15 grupos en este ciclo escolar. Las instalaciones escolares constan de 14 aulas, además de un laboratorio utilizado para impartir clases. Los salones son amplios y están equipados con suficientes butacas para los alumnos, pizarrones y algunas aulas cuentan con estantería, calentón, aire acondicionado o mini Split. La biblioteca está disponible para el alumnado, aunque tiene una oferta limitada de materiales de consulta. En términos de perfil socioeconómico, la mayoría de los alumnos provienen de familias obreras, reflejando un nivel socioeconómico medio-bajo, según lo registrado en el formulario de inscripción a dicho centro escolar.

Equipo de USAER y Necesidades Estudiantiles en la Escuela del Estudio

El equipo de Unidades de Servicio de Apoyo a la Educación Regular (USAER) dentro de la escuela que se eligió para el estudio, está compuesto por 15 miembros, que incluyen tanto personal administrativo como maestros especializados. Según el informe del Sistema de Consulta de Estadística Educativa (INDEX) de la Secretaría de Educación Pública (2018), estos profesionales colaboran en la identificación, evaluación y diseño de intervenciones para superar las barreras educativas, realizando actividades que abarcan desde trabajo social y psicomotricidad hasta comunicación y psicología, con el objetivo de proporcionar un apoyo integral a la población estudiantil.

El informe de la SEP identifica una variedad de necesidades entre los alumnos de la escuela seleccionada para el estudio, que abarcan desde discapacidades hasta condiciones como el Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH) y el Trastorno del Espectro Autista (TEA), así como estudiantes con dificultades de aprendizaje como la discapacidad intelectual y problemas familiares que afectan su participación en clase. Según este informe, tanto los estudiantes como los padres de familia perciben un ambiente escolar positivo, destacando las relaciones con sus compañeros y docentes, así como la diversidad presente en el entorno educativo.

Según un informe de la Secretaría de Educación Pública (2018), en la escuela objeto de estudio, prevalece una percepción general de escasa interacción y colaboración entre los estudiantes en las aulas. Tanto docentes como alumnos, así como padres de familia, indican en el informe que los alumnos suelen trabajar de manera individual o tienen una interacción limitada con sus compañeros. Este tipo de dinámicas centradas en el trabajo individual, explican Álvarez Méndez, 2020, reducen notablemente las oportunidades de colaboración y aprendizaje conjunto en el aula, siendo la colaboración un componente crucial para el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas, como lo han demostrado diversos estudios en este campo (Alarcón , 2004, Broitman, et al., 2014, Terán de Serrentino y Pachano Rivera, 2009, Gavilán Bouzas y Alario Gavilán, 2012, García-Salazar , 2012).

Finalmente, el informe de la Secretaría de Educación Pública (2018) revela que los estudiantes de la escuela elegida para el estudio enfrentan dificultades para comprender los problemas matemáticos, y además experimentan ansiedad y desinterés hacia la materia. Varias investigaciones respaldan la idea de que la ansiedad y las actitudes negativas hacia las matemáticas representan obstáculos importantes para el aprendizaje (Pérez Nogales y Pari Condori, 2023, Bauselas Herreas, 2017, Villamizar Acevedo et al., 2020), manifestándose en comportamientos como el aburrimiento, la falta de interés y la falta de motivación.

Instrumentos de Recolección de Datos del Estudio

Antes de la recolección de datos, se llevó a cabo un pilotaje con el objetivo de probar los instrumentos y organizar el trabajo en equipo. Este pilotaje, cuyos resultados se presentan en el capítulo siguiente, resultó fundamental ya que permitió establecer los primeros códigos para la observación. Así, se pudo construir una base sólida para el análisis posterior.

Derivado de este pilotaje, se empleó un marco de observación basado en los códigos emergentes, el cual resultó clave para la categorización de las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas observadas durante el estudio. Dicho marco facilitó la clasificación de las interacciones en equipo, lo que proporcionó una estructura útil para comprender el proceso colaborativo.

El diseño de un problema específico, relacionado con la Razón Trigonométrica del Seno y el Teorema de Pitágoras, se incluyó como parte del estudio. El planteamiento fue: "¿Cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 17° y ha recorrido una distancia de 8 km?". Cada equipo recibió una variación de este problema, asignándoles diferentes ángulos de elevación y distancias recorridas. Además, se les proporcionó una tabla de Funciones Trigonométricas y se les incentivó a utilizar la función seno para resolver el problema, aplicando la fórmula sen x = Cateto Opuesto / Hipotenusa. Con estas indicaciones, los equipos debían elaborar representaciones visuales del problema, incluyendo cálculos trigonométricos y el uso del Teorema de Pitágoras para determinar la altura del avión.

Durante la intervención, se empleó la observación directa no participante, junto con la grabación en video, para capturar tanto las estrategias discursivas como las dinámicas interactivas entre los estudiantes. Esta combinación de técnicas permitió obtener una visión integral del proceso colaborativo. Además, estas herramientas facilitaron la evaluación de la integración de las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas por parte de los estudiantes, lo que a su vez permitió identificar prácticas efectivas y áreas de mejora. De esta manera, se favoreció el desarrollo de habilidades comunicativas y cognitivas esenciales en entornos educativos y profesionales.

En particular, se prestó atención al análisis de las estrategias discursivas, centradas en el uso de recursos lingüísticos y en la interacción social para mejorar la comunicación. Se evaluó el uso de términos matemáticos, la expresión de dudas y la negociación sobre las características del problema, lo cual resultó crucial para comprender cómo los participantes utilizaban el lenguaje para avanzar en la resolución del problema.

Asimismo, se analizaron las dinámicas interactivas, enfocadas en la internalización de la ayuda recibida durante las interacciones para desarrollar capacidades cognitivas. Se examinó si los estudiantes colaboraron de manera efectiva, debatieron ideas y si esta cooperación contribuyó significativamente a la resolución del problema matemático. Este análisis brindó información valiosa sobre cómo la interacción grupal puede facilitar el aprendizaje y la solución de problemas complejos.

En resumen, este estudio utilizó una combinación de diseño de problemas matemáticos, observación directa, videograbación y análisis de dinámicas interactivas para investigar cómo los estudiantes trabajan en equipo para resolver problemas de trigonometría. La integración de estas herramientas permitió el análisis de las interacciones y estrategias que favorecen el aprendizaje colaborativo.

Organización de la Actividad en Equipo

El acopio de datos se organizó en mayo de 2024, asignando equipos a los estudiantes mediante un sistema de colores y números. Antes de ingresar al aula, cada estudiante giraba una tómbola en la puerta y recibía una cuenta numerada que determinaba su equipo: rosa (1), rojo (2), morado (3) o verde (4). Esta asignación no solo organizó a los estudiantes, sino que también programó las fechas de evaluación: los equipos con números 1, 2, 3 y 4 fueron evaluados respectivamente los días 13, 14, 16 y 17 de mayo del 2024.

Cada sesión de observación se llevó a cabo de 13:00 p.m. a 13:50 p.m. Antes de comenzar, se distribuyó material impreso y se dieron instrucciones claras para asegurar que cada estudiante comprendiera su rol. Además, se realizó un sorteo para designar a un miembro del equipo responsable de grabar las interacciones durante la actividad.

La metodología empleada incluyó la observación no participante y la videograbación para capturar las dinámicas de grupo de manera objetiva. La observación no participante permitió a al investigador documentar las interacciones naturales de los estudiantes sin intervenir en su trabajo, asegurando la integridad de los datos recolectados y facilitando un análisis detallado y libre de influencias externas sobre el comportamiento de los participantes.

Por otro lado, la videograbación ofreció una perspectiva aún más detallada, permitiendo revisar y analizar múltiples veces las interacciones entre los estudiantes. Esta herramienta no solo facilitó la identificación de patrones y temas emergentes, sino que también mejoró la validez y la confiabilidad de los hallazgos del estudio al capturar eventos que podrían haber pasado desapercibidos durante la observación en vivo. En resumen, el uso combinado de observación no participante y videograbación proporcionó una metodología sólida para investigar las interacciones grupales en un entorno educativo, enriqueciendo la comprensión e interpretación de los datos recolectados.

Aspectos Éticos del Estudio

Para garantizar los aspectos éticos del estudio, durante tanto la fase de prueba piloto como la recolección de datos en el estudio, se administró un formulario de consentimiento informado a los padres o tutores legales de los alumnos, así como al director de la institución. Estos formularios fueron devueltos firmados antes de la implementación del estudio. La relevancia de este procedimiento radica en asegurar que los padres estén debidamente informados acerca de la naturaleza del estudio, sus objetivos, procedimientos, así como los riesgos y beneficios potenciales para sus hijos. Además, el consentimiento informado garantiza que la participación de los estudiantes sea voluntaria y consciente, protegiendo así sus derechos y privacidad. Dicho documento se encuentra adjunto en el Anexo 1.

Asimismo, para describir la interacción entre los equipos, se han utilizado abreviaturas con el fin de preservar el anonimato de los estudiantes. Por ejemplo, E1A representa al primer estudiante del Equipo Azul, E2R al segundo estudiante del Equipo Rojo, E3Am al tercer estudiante del Equipo Amarillo, E4V al cuarto estudiante del Equipo Verde, y así sucesivamente.

Proceso de Análisis de Interacciones en la Resolución de Problemas Matemáticos

El proceso de análisis de datos en el contexto de la resolución de problemas matemáticos por equipos de estudiantes implica varios pasos. Los códigos emergentes del piloto anterior servirán como guía para el análisis de las interacciones, ofreciendo pautas para una observación sistemática. Aunque cada interacción es única y puede presentar características diferentes que no necesariamente se ajusten a los códigos propuestos, estos abarcan aspectos fundamentales como la búsqueda de claridad, la colaboración, la corrección de errores, el debate, el progreso en la tarea, la priorización, la exploración de opciones, la expresión de emociones como ansiedad o confianza, el liderazgo, la participación activa, las propuestas de solución y el uso de conceptos matemáticos.

Estructura del Análisis

El primer paso consistió en transcribir todas las interacciones y conversaciones de los estudiantes en las videograbaciones. Esto implica convertir el contenido del video en texto escrito para facilitar su análisis.Una vez transcritas, se identifican las unidades de análisis relevantes para el estudio. Estas pueden incluir las estrategias utilizadas por los equipos para resolver el problema, las discusiones entre los miembros del equipo, las preguntas planteadas, las explicaciones dadas, entre otros aspectos.

Para llevar a cabo este análisis, se organizaron las transcripciones de los registros de audio y video en tres columnas: la primera indicaba el número de línea, la segunda la identidad del participante, y la tercera reflejaba el contenido verbal o las acciones realizadas. Se utilizó una versión adaptada al español del Vienna-Oxford International Corpus of English (VIENA) por Osimk-Teasdale et al. (2021) para la codificación del corpus oral, lo que permitió la identificación de elementos vocales utilizados en el habla espontánea de los estudiantes, como pausas, sonidos producidos por el hablante (toses, risas, bostezos, estornudos), y eventos no vocales ni comunicativos, que se explican en el capítulo de metodología. Este marco facilitó la identificación de patrones discursivos y estrategias colaborativas en el diálogo entre los estudiantes, proporcionando una estructura clara para analizar cómo se manifiestan las dinámicas y estrategias discursivas en el contexto específico del estudio.

Codificación del Corpus Oral

Tabla 2. *Corpus Internacional Viena-Oxford*

1.Identificación de Participantes/Estudiantes	
E1ES	Estudiante uno del Equipo Rosa
E2ER	Estudiante dos del Equipo Rojo
E3EM	Estudiante tres del Equipo Morado
E4EV	Estudiante Cuatro del Equipo Verde
EE	Las intervenciones asignadas a más de un hablante (por ejemplo, varios estudiantes del equipo), ya sea que hablen al unísono o de manera escalonada, se marcan con una identificación colectiva de hablante EE.

2.Entonación	
Ejemplo: E1: ¿eso es lo que hace mi siguiente eh diapositiva?	Las palabras pronunciadas con una entonación ascendente van seguidas de un signo de interrogación "?".
Ejemplo: E7: ese es el punto dos. absolutamente sí.	Las palabras pronunciadas con una entonación descendente van seguidas de un punto ".".

3.Énfasis	
E7: eh la internacionalización es un tema muy IMPORTANTE E3: maÑAna ya tenemos que trabajar en la presentación	Si un hablante da una prominencia particular a una sílaba, palabra o frase, esta se escribe en letras mayúsculas

4. Pausas	
Ejemplo: EX-f: porque todos me dan diferentes (.) diferentes (.) puntos de vista	Cada pausa breve en el habla (de hasta medio segundo) se marca con un punto entre paréntesis.
Ejemplo: E1: aja (2) entonces finalmente la llegada el lunes por la tarde sigue siendo válida	Las pausas más largas se cronometran con la precisión de un segundo y se marcan con el número de segundos entre paréntesis, por ejemplo, (1) = 1 segundo, (3) = 3 segundos.

5. Superposiciones	
Ejemplo: SE1: es tu mejor <1> caso </1> escenario (.) E2: <1> sí </1> E1: está bien Ejemplo: E9: es (.) identificar <1> algo</1> donde (.) E3: <1> ajá </1>	Siempre que dos o más intervenciones ocurren al mismo tiempo, las superposiciones se marcan con etiquetas numeradas: <1> </1>, <2> </2>,... Todo lo que sea simultáneo recibe el mismo número. Todas las superposiciones se marcan en azul. Todas las superposiciones son aproximadas y las palabras pueden dividirse si es necesario. En este caso, la etiqueta se coloca dentro de la palabra dividida.
6. Otras Continuaciones	
Ejemplo: E1: ¿qué pasa hasta (.) hasta las doce? E2: **sí**= E1: =**de verdad**. así que es, es bastante tiempo.	Siempre que un hablante continúa, completa o apoya el turno de otro hablante de inmediato (es decir, sin una pausa), se marca con "=".
7. Elongación de Sonidos	
Ejemplo: E1: puedes correr más rá:pido pero ellos tienen mucha más técnica con el balón	Los sonidos alargados se marcan con dos puntos ":".
Ejemplo: E5: personalmente esa es mi opinión, la: eh::m	Los sonidos excepcionalmente largos (es decir, que se aproximan a 2 segundos o más) se marcan con dos puntos dobles "::".
8. Repetición	
Ejemplo: E11: eh: me gustaría asistir a- a- a a este tipo de curso	Todas las repeticiones de palabras y frases (incluidas las auto-interrupciones y los comienzos erróneos) se transcriben.
9. Fragmentos de Palabras	
Ejemplo: E6: con un mínimo de (.) de **particion** E1: mhm E6**: -pación** de universidades francesas para decir que tenemos eh (.) un doctorado conjunto o un máster conjunto	Con los fragmentos de palabras, un guion marca dónde falta una parte de la palabra.
10. Risa	
Ejemplo: E1: en Dinamarca, bueno, quién sabe. **@@** E2: <**@**> sí </**@**> **@@** eso es correcto	Toda risa y sonidos similares a la risa se transcriben con el símbolo @, aproximando el número de sílabas (por ejemplo, ja ja ja = @@@). Las intervenciones pronunciadas con risa se colocan entre las etiquetas <@> </@>.
11. Transcripción Incierta	
Ejemplo: E3: tengo muchos amigos muy	Los fragmentos de palabras, palabras o frases que no se pueden identificar con fiabilidad se colocan entre

(generosos) Ejemplo: EX-4: harán lo que quieran porque son una compan(ías)	paréntesis ( ).
12. Variaciones de Pronunciación y Falsos Cognados	
Ejemplo: E4: yo también: (.) eh jugué (.) tenis eh <pvc> bices </pvc> eh ¿alquilamos? ¿fuimos?	Las variaciones notables en los niveles de fonología, morfología y léxico, así como las palabras 'inventadas', se marcan con <pvc> </pvc>.
Ejemplo: E9: cómo estabas controlando tal cosa y cómo <pvc> (avrivate) </pvc> (eso)	Lo que se escucha se representa en la ortografía según principios generales de la ortografía inglesa. La transcripción incierta se coloca entre paréntesis ( ).
Ejemplo: E6: lo que tratamos de explicar aquí es el crecimiento de la inversión extranjera directa (2) en una cierta industria (.) y una cierta <pvc> compy {company} </pvc>	Si se puede identificar una palabra existente correspondiente, esta palabra existente se añade entre llaves { }.
Ejemplo: E2: de todos modos, te hago un a total (.) <pvc> summamary {summary} <ipa> sʌməˈmærɪ </ipa> </pvc> de destinos	Particularmente cuando se trata de variaciones notables en el nivel de fonología, como sustitución o adición de sonidos, se debe añadir una representación fonética entre las etiquetas <ipa> </ipa>.
13. Sonidos Onomatopéyicos	
Ejemplo: E1: puede ser bastante INOFENSIVO y al final del día tú (.) <ono> dəʃ dəʃ dəʃ </ono> (.) alguien	Cuando los hablantes producen ruidos para imitar algo en lugar de usar palabras, estos ruidos onomatopéyicos se representan en símbolos IPA entre las etiquetas <ono> </ono>.
14. Palabras en Otro Idioma	
Ejemplo: E5: <L1de> bei firmen </L1de> o donde sea	Las intervenciones en el primer idioma (L1) de un participante se colocan entre etiquetas que indican el L1 del hablante.
Ejemplo: E7: eh esto es <LNde> die seite? (welche) </LNde> es	Las intervenciones en idiomas que no son inglés ni el primer idioma del hablante se marcan con LN, indicando el idioma
Ejemplo: E4: depende en en en <LQit> roma </LQit>	Las intervenciones en idiomas que no se puede determinar si son el primer idioma del hablante o un idioma extranjero se marcan con LQ, indicando el idioma.
Ejemplo: E2: eh queremos ir a- a <LNvi> xx xxx </LNvi> isla primero que nada	Las intervenciones incomprensibles en el L1 de un participante, LN o en un LQ se representan con x's que aproximan el número de sílabas

Ejemplo: E4: y ahora hacemos el paseo en bote (1) <L1xx> xxxxx </L1xx> E3: mhm	Las intervenciones en un idioma que no se puede reconocer se marcan con L1xx, LNxx o LQxx.
15. Deletrear	
Ejemplo: E1: y ellos (3) crearon algo (1) algo eh (2) JARGÓN. ¿sabes? ¿la palabra JARGÓN? (.) <spel> j a r- </spel> <spel> j a r g o n? </spel> jargon	La etiqueta <spel> </spel> se usa para marcar palabras o abreviaturas que son deletreadas por el hablante, es decir, palabras cuyos componentes se pronuncian como letras individuales.
16. Modos de Habla	
Ejemplo: E2: porque, como expliqué antes, es que tenemos en las <rapido> universidades de Chihuahua tenemos </rapido> un procedimiento específico e <rapido> </rapido> <lento> </lento> <grito> </grito> <suave> </soft> <susurro> </susurro> <suspiro> </suspiro> <leyendo> </leyendi> <leyendo en voz alta> </leyendo en voz alta> <al telefono> </al telefono> <imitando> </imitando> <cantando> </cantando> <bostezando> </bostezando>	Las intervenciones que se pronuncian en un modo particular (rápido, suave, susurrado, leído, etc.) y son notablemente diferentes del estilo de habla normal del hablante se marcan en consecuencia. La lista de modos de habla es abierta.
17. Respiración	
Ejemplo: E1: así que siempre hh (.) va dando vueltas (2) sí	La respiración notable hacia dentro o hacia fuera se representa con dos o tres h's (hh = relativamente corta; hhh = relativamente larga).
18. Ruidos del Hablante	
<tose> <se aclara la garganta> <se suena> <estornuda> < <resopla> <aplaude> <se chasquea los labios> <bosteza> <silba> <traga> <asiente>	Los ruidos producidos por el hablante actual siempre se transcriben. Los ruidos producidos por otros hablantes solo se transcriben si parecen relevantes (por ejemplo, porque hacen que el discurso sea ininteligible o influyen en la interacción). La lista de ruidos de los hablantes es abierta.

Ejemplo: E3: EX-m: pero NUNCA SABES cuándo aparece, nunca sabes E3: <tos (6)>	Estos ruidos se transcriben como parte del texto en curso y se colocan entre corchetes angulares < >. Si se considera importante indicar la duración del ruido (por ejemplo, si una tos interrumpe la interacción), esto se hace añadiendo el número de segundos entre paréntesis después del descriptor.
19. Retroalimentación No Verbal	
<asiente>	Siempre que la información esté disponible, el feedback no verbal se transcribe como parte del texto en curso y se coloca entre corchetes angulares < >.
S3: pero creo que, si estructuras la gobernanza corporativa adecuadamente, puedes tener todo (1) S7: <suave> mhm </suve> <asiente (2)>	Si se considera importante indicar la duración del feedback no verbal, esto se hace añadiendo el número de segundos entre paréntesis.
20. Anonimato	
	Un principio fundamental de VOICE es la sensibilidad hacia el grado adecuado de anonimización. Como regla general, los nombres de personas, empresas, organizaciones, instituciones, ubicaciones, etc., se reemplazan por alias, y estos alias se colocan entre corchetes cuadrados []. Los alias se numeran de manera consecutiva, comenzando con el 1.
Ejemplo: E9: esa es una de las cosas (.) que yo (1) simplemente quería aclarar. (2) [E13]?	Siempre que se dirija o se haga referencia a los hablantes que participan en la interacción, sus nombres se reemplazan por sus respectivos identificadores de hablante.
Ejemplo: E6: así que: (1) ya sea YO mismo o el señor [E2/apellido] o incluso el jefe (.) debería estar allí cada año	El primer nombre de un hablante se representa por el identificador de hablante en corchetes cuadrados [E1], etc. El apellido de un hablante se marca como [E1/apellido, etc.
Ejemplo: E8: así que mi nombre es [E8] [E8/apellido] de Viena	Si se pronuncia el nombre completo de un hablante, las dos etiquetas se combinan como [E1] [E1/apellido], etc.
E2: esa división está dirigida por (1) [nombre3] [apellido3] (1)	Los nombres de personas que no forman parte de la interacción en curso se sustituyen por [nombre1], etc., [apellido1], etc., o una combinación de ambos.
21. Eventos Contextuales	
{suena el móvil} {E7 entra en la sala}	La información contextual se añade entre llaves {} solo si es relevante para la comprensión de la

{E2 señala a E5} {E4 comienza a escribir en la pizarra} {E4 deja de escribir en la pizarra} {E2 se levanta y camina hacia la pizarra (7)} {E3 sirve café (3)} {SS leyendo en silencio (30)}	interacción o para la interacción en sí. Si se considera importante indicar la duración del evento, esto se puede hacer añadiendo el número de segundos entre paréntesis.
E3: un dólar obtienes (.) (por) un euro obtienes un dólar veintisiete. (.) E4: correcto. {E5 se levanta para servir algunas bebidas} E3: ahora mismo a esta hora (3) E1: eh página cinco es el eh (4) {E5 coloca algunos tazas y vasos en el escritorio (4)} E1: creo que es la descripción- eh parte de lo que acabo de explicar (.)	Explicación: La pausa en la conversación ocurre debido al evento contextual.
22. Conversaciones Paralelas	
Ejemplo: E1: cuatro mil millones <spel> u s </spel> dólares. (.) E4: bastante impresionante (.) E1: eh <to E2> no es así </to E2> (.) entiendo algunos otros países con los que tratamos	Para indicar que un hablante se dirige no al grupo entero sino a un hablante en particular, el tramo de discurso se marca con (por ejemplo) <to E1> </to E1>, eligiendo el identificador del hablante destinatario.
Ejemplo: E7: he encontrado a la gente muy estresada SS: @@@ E7: eso es (.) no sé cuántos de ustedes estudian aquí, pero es MUY importante presionar el botón de cerrar la puerta en ese ascensor. Esto es algo que nunca <3> he visto en Suecia </3> {comienza una conversación paralela entre E1 y E3} o en cualquier otro lugar <4> pero es muy importante presionar este botón </4> SS: <3> @@@@ </3> SS: <4> @@@@@@@@ </4> @@ E7: <5> ni siquiera he visto	Siempre que surjan dos o más hilos conversacionales que sean demasiado difíciles de transcribir, como regla general solo se transcribe el hilo principal de la conversación. Los hilos que no se transcriben se tratan como un evento contextual e indicados entre llaves { }.

este botón en otro ascen- sor </5> SS: <5> @@@@@@@@@@ </5> {la conversación paralela entre E1 y E3 termina} @@@	
23. Discurso Ininteligible	
Ejemplo: E4: nosotros <un> xxx </un> para el <7> supremo (.) tres </7> posibilidades E1: <7> siguiente sí </7>	El discurso ininteligible se representa con x's que aproximan el número de sílabas y se coloca entre las etiquetas <un> </un>.
Ejemplo: E7: obviamente el el PROCESO <un> x <ipa> θeɪŋ </ipa> </un> (.) q- q- tomará (.) tomará al menos d- década	Si es posible distinguir algunos de los sonidos pronunciados, se añade una transcripción fonética de las x's entre las etiquetas <ipa> </ipa>.
24. Inicio y Fin de la Transcripción	
<inicio CD1_4_00:35>	El comienzo de la transcripción se indica señalando el número de CD, el número de pista y la posición exacta de la pista respectiva en minutos y segundos.
<final CD1_21_01:27>	El final de la transcripción se anota de la misma manera.
<final CD1_19_01:27> (intervalo 00:06:36) {múltiples conversaciones paralelas, difícilmente inteligibles} <inicio CD1_21_02:03>	Un intervalo en la transcripción se indica entre paréntesis, incluyendo su duración en hh: mm. Las llaves {} se usan para especificar las razones o circunstancias del intervalo.
<final CD1_24_03:02> (ngrab 00:00:45) {cambio de minidisco} <inicio CD2_1_00:00>	Una interrupción en la grabación se indica de la misma manera, pero abreviada como "ngrab" (es decir, no grabado). La duración que indiques será normalmente una estimación.

Nota: Adaptada de Osimk-Teasdale, et. al. (2021).

Codificación de los Datos

Se procedió a codificar los datos transcritos, es decir, asignar etiquetas o códigos a los diferentes segmentos de texto. Esto permitió organizar y categorizar la información para su posterior análisis. Los códigos surgidos durante la fase piloto proporcionaron una estructura para registrar y analizar las interacciones entre los estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos, simplificando la comprensión de los procesos de aprendizaje colaborativo en este contexto específico.

Análisis Temático

Se llevó a cabo un análisis temático para identificar patrones, temas y tendencias emergentes en los datos. Esto implicó agrupar y categorizar los códigos relacionados para identificar temas comunes y variaciones entre los diferentes equipos de estudiantes.

Interpretación de los Resultados

Una vez completado el análisis de datos, se procedió a interpretar los resultados obtenidos. Esto implicó reflexionar sobre los hallazgos del estudio y considerar su relevancia en relación con la pregunta de investigación y los objetivos del estudio.

Elaboración de Conclusiones

Finalmente, se elaboran conclusiones basadas en los resultados del análisis de datos. Se discutieron las implicaciones de los hallazgos para la teoría, la práctica y la investigación futura, y se destacaron las contribuciones del estudio a la comprensión del problema de investigación.

En resumen, el análisis de datos después de obtener videograbaciones de equipos de estudiantes resolviendo un problema de matemáticas implica transcribir, codificar, analizar e interpretar los datos para extraer conclusiones relevantes. Este proceso estructurado permitió la comprensión de los procesos de aprendizaje colaborativo y la dinámica de grupo en la resolución de problemas matemáticos.

Acopio de datos

El proceso de acopio de datos inició con una dinámica diseñada para formar equipos de trabajo. Primero, se pidió a los estudiantes que se alinearan fuera del salón de clases, dándoles la libertad de hacerlo según su preferencia. Esta libertad inicial tenía el objetivo de observar comportamientos espontáneos y permitir una organización no predeterminada por influencias externas.

Una vez alineados, se colocó una tómbola en la entrada del salón, la cual contenía cuentas de varios colores: rosa, rojo, morado y verde, seleccionados deliberadamente para facilitar la posterior formación de los equipos. Al ingresar al salón, los estudiantes tomaron una cuenta de la tómbola de manera aleatoria, un elemento azaroso que se introdujo para evitar sesgos en la conformación de los grupos, los cuales se formaron de la misma manera, asegurando una distribución equitativa y diversificada en términos de las posibles interacciones entre los miembros.

Tras la selección de las cuentas, los estudiantes se agruparon según el color obtenido, formando cuatro equipos: Equipo Rosa, Equipo Rojo, Equipo Morado y Equipo Verde, cada uno compuesto por cinco miembros. Esta metodología no solo facilitó la implementación del instrumento, sino que también permitió observar y analizar de manera estructurada las dinámicas grupales, las interacciones entre los miembros y el desarrollo de la tarea asignada.

Este enfoque metodológico, cuidadosamente diseñado, fue esencial para garantizar que la implementación del instrumento de estudio fuera eficaz y que los datos recolectados reflejaran con precisión las dinámicas observadas en un entorno controlado. Además, la creación de equipos mediante un proceso aleatorio pero organizado, permitió que la investigación mantuviera un alto grado de autenticidad y veracidad en los resultados obtenidos.

Figura 2. *Tómbola con las cuentas de colores*

En la anterior figura, se encuentra la tómbola con las diversas cuentas utilizadas para la formación de los equipos, los cuales se realizaron de forma aleatoria y por colores.

Las intervenciones se realizaron de equipo en equipo en las siguientes fechas: Equipo Rosa (ES), 13 de mayo del 2024, Equipo Rojo (ER), 14 de mayo del 2024, Equipo Morado (EM), 16 de mayo del 2024 y finalmente el Equipo Verde (EV), el 17 de mayo del 2024. Posteriormente, se dio inicio con la intervención, para lo cual, se les encomendó a los estudiantes la tarea de preparar una regla, lápiz, calculadora y su tabla de razones trigonométricas para estudiar la Función Seno. Luego, se les pidió resguardar los procedimientos realizados durante la implementación del instrumento, así como los resultados obtenidos con la finalidad de permitir al resto de sus compañeros desarrollar el trabajo sin conocimiento previo.

Figura 3.*Tabla de Razones Trigonométricas*

Angulo	Seno	Coseno	Tangente
0	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
4°	0.0698	0.9976	0.0699
5°	0.0872	0.9962	0.0875
6°	0.1045	0.9945	0.1051
7°	0.1219	0.9925	0.1228
8°	0.1392	0.9903	0.1405
9°	0.1564	0.9877	0.1584
10°	0.1736	0.9848	0.1763
11°	0.1908	0.9816	0.1944
12°	0.2079	0.9781	0.2126
13°	0.2250	0.9744	0.2309
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839
22°	0.3746	0.9272	0.4040
23°	0.3907	0.9205	0.4245
24°	0.4067	0.9135	0.4452
25°	0.4226	0.9063	0.4663
26°	0.4384	0.8988	0.4877
27°	0.4540	0.8910	0.5095
28°	0.4695	0.8829	0.5317
29°	0.4848	0.8746	0.5543
30°	0.5000	0.8660	0.5774
31°	0.5150	0.8572	0.6009
32°	0.5299	0.8480	0.6249
33°	0.5446	0.8387	0.6494
34°	0.5592	0.8290	0.6745
35°	0.5736	0.8192	0.7002
36°	0.5878	0.8090	0.7265
37°	0.6018	0.7986	0.7536
38°	0.6157	0.7880	0.7813
39°	0.6293	0.7771	0.8098
40°	0.6428	0.7660	0.8391
41°	0.6561	0.7547	0.8693
42°	0.6691	0.7431	0.9004
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.000

Angulo	Seno	Coseno	Tangente
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6820	1.0724
48°	0.7431	0.6691	1.1106
49°	0.7547	0.6561	1.1504
50°	0.7660	0.6428	1.1918
51°	0.7771	0.6293	1.2349
52°	0.7880	0.6157	1.2799
53°	0.7986	0.6018	1.3270
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826
57°	0.8387	0.5446	1.5399
58°	0.8480	0.5299	1.6003
59°	0.8572	0.5150	1.6643
60°	0.8660	0.5000	1.7321
61°	0.8746	0.4848	1.8040
62°	0.8829	0.4695	1.8807
63°	0.8910	0.4540	1.9626
64°	0.8988	0.4384	2.0503
65°	0.9063	0.4226	2.1445
66°	0.9135	0.4067	2.2460
67°	0.9205	0.3907	2.3559
68°	0.9272	0.3746	2.4751
69°	0.9336	0.3584	2.6051
70°	0.9397	0.3420	2.7475
71°	0.9455	0.3256	2.9042
72°	0.9511	0.3090	3.0777
73°	0.9563	0.2924	3.2709
74°	0.9613	0.2756	3.4874
75°	0.9659	0.2588	3.7321
76°	0.9703	0.2419	4.0108
77°	0.9744	0.2250	4.3315
78°	0.9781	0.2079	4.7046
79°	0.9816	0.1908	5.1446
80°	0.9848	0.1736	5.6713
81°	0.9877	0.1564	6.3138
82°	0.9903	0.1392	7.1154
83°	0.9925	0.1219	8.1443
84°	0.9945	0.1045	9.5144
85°	0.9962	0.0872	11.4301
86°	0.9976	0.0698	14.3007
87°	0.9986	0.0523	19.0811
88°	0.9994	0.0349	28.6363
89°	0.9998	0.0175	57.2900
90°	1		

Esta figura, muestra la tabla que tiene los valores de las razones trigonométricas, las cuales son relaciones matemáticas que se definen en el contexto de un triángulo rectángulo, en función de la medida de los ángulos, los cuales van de 0° hasta los 90°, en sus valores Seno, Coseno y Tangente; en esta intervención sólo se empleó la Función Seno.

Cabe resaltar que los planteamientos fueron distintos para cada equipo, pero todos con la misma intencionalidad. Así mismo, se presentaron las siguientes instrucciones: " Se les otorgará una hoja que contiene el planteamiento de un problema matemático, deberán darle lectura de manera detallada y dar solución a lo que se les pide".

Después de las instrucciones orales, y de entregarle a cada equipo la hoja con el planteamiento matemático, los estudiantes de cada grupo comenzaron a intercambiar ideas, centrándose en cómo podrían dar solución al problema. El análisis de las interacciones se presenta en el siguiente capítulo.

Resumen del Capítulo III

El capítulo III presenta un enfoque cualitativo (Guba y Lincoln, 1981) para explorar el trabajo colaborativo en una escuela secundaria de Chihuahua. Este enfoque se centra en el análisis de las interacciones en equipo de los estudiantes, con el objetivo de comprender sus participaciones y comportamientos en este contexto específico. Tal metodología permite una exploración holística del fenómeno observado, especialmente en la resolución de problemas matemáticos en el entorno escolar.

En particular, el estudio se enfoca en un caso específico (Stake, 1995) dentro de la misma escuela secundaria pública, analizando las interacciones entre los estudiantes para profundizar en las dinámicas colaborativas que influyen en el aprendizaje matemático. Desde la perspectiva del constructivismo social de Vygotsky (1978), se destaca la importancia de la interacción social y la colaboración en la construcción activa del conocimiento. Este marco teórico guía el diseño del estudio, que incluye observaciones detalladas de los equipos estudiantiles mientras resuelven problemas de trigonometría, empleando técnicas como la videograbación y la observación no participante.

El diseño metodológico se complementa con diversas herramientas, como problemas matemáticos estructurados, transcripciones detalladas de interacciones y análisis temáticos de datos. En el siguiente capítulo se presenta como fue el pilotaje del estudio.

Capítulo IV: Pilotaje del Estudio: Evaluación de Métodos, Interacciones y Estrategias para la Resolución Colaborativa de Problemas Matemáticos

El pilotaje del estudio se diseñó con el objetivo de evaluar y mejorar los métodos de investigación antes de su implementación definitiva. La prueba piloto permitió no solo poner a prueba la viabilidad y efectividad de los métodos propuestos, sino también identificar posibles problemas logísticos y de recursos. Además, fue clave para que tanto los investigadores como los participantes se familiarizaran con el proceso de recolección y análisis de datos, abordando simultáneamente cuestiones éticas relacionadas con la investigación. La organización del grupo de veinte estudiantes en cuatro equipos de cinco integrantes facilitó la gestión de la dinámica colaborativa y el análisis de los resultados.

Para la planificación de esta fase, se tomaron decisiones relacionadas con la secuencia didáctica y la pedagogía a emplear. No solo se clarificó el tipo de problema matemático que los estudiantes debían resolver, sino también el entorno educativo que gestionaría la actividad. La intervención diseñada fue evaluada previamente por un comité asesor, que sugirió ajustes para optimizar el desarrollo de la prueba piloto. Este proceso previo de planificación permitió una gestión más eficiente del escenario, garantizando un ambiente propicio para la participación activa de los estudiantes.

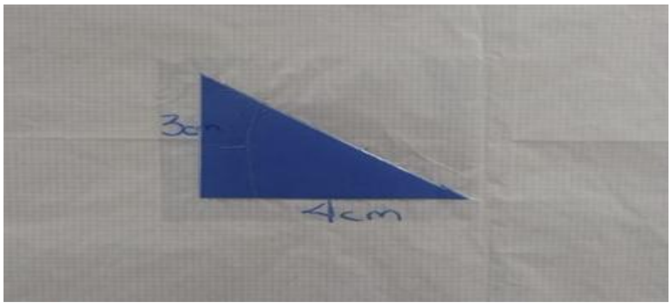
Gestión del Escenario para la Prueba Piloto

La dinámica de formación de equipos se organizó de manera creativa. Se les pidió a los estudiantes que buscaran debajo de sus escritorios un dulce, previamente colocado allí. Cada dulce tenía un color específico, y los estudiantes con el mismo color formaron equipos, denominados Azul, Rojo, Amarillo y Verde. Una vez organizados, se les asignó la tarea de estudiar el Teorema de Pitágoras, y un sorteo determinó qué miembro de cada equipo sería responsable de grabar la actividad.

Las instrucciones entregadas a los equipos fueron las siguientes: replicar en sus cuadernos un triángulo con medidas proporcionadas y explorar cómo construir cuadrados sobre los lados del triángulo para, finalmente, establecer la relación entre estas medidas y la hipotenusa. Se presentaron las siguientes instrucciones al grupo: "*Observen el triángulo en la pizarra con las medidas laterales dadas, replíquenlo en una hoja de papel en su cuaderno. Luego, construyan los posibles cuadrados que surjan de los lados del triángulo y busquen una forma de construir un tercer cuadrado en la diagonal del triángulo que contenga la suma de las áreas de los cuadrados formados por los lados. Finalmente, establezcan la relación entre estas medidas* *laterales y la longitud de la hipotenusa, y proporcionen una forma matemática que se pueda usar para cualquier triángulo rectángulo*".

Después de las instrucciones orales, y de presentarles a los estudiantes una figura de un triángulo de 3 x 4 cm. cada equipo comenzó a intercambiar ideas, centrándose en cómo podrían diseñar un nuevo cuadrado.

Figura 4. *Triángulo para el planteamiento matemático*



En la anterior, se muestra el triángulo rectángulo, generado por los alumnos, para dar inicio con la consigna.

Transcripción de Datos del Pilotaje

Una parte esencial del análisis de la prueba piloto fue la transcripción detallada de las discusiones de cada equipo. Estas transcripciones fueron organizadas en tablas de tres columnas que permitieron segmentar las interacciones en episodios significativos. Además de reflejar el contenido verbal, se incluyeron gestos y acciones relevantes, utilizando corchetes y paréntesis para diferenciar estos elementos de la comunicación hablada. Este enfoque en la transcripción fue crucial para preservar la riqueza de los intercambios y proporcionar una base sólida para el análisis de las interacciones observadas.

Se utilizaron seudónimos para proteger la identidad de los participantes, manteniendo así la confidencialidad de los datos. Además de las transcripciones, se incluyó una descripción narrativa de las actividades desarrolladas por cada equipo, lo que proporcionó un contexto más amplio para comprender las dinámicas de interacción. Este enfoque no solo permitió una visión detallada del proceso colaborativo, sino también la identificación de patrones y temas recurrentes en las discusiones.

Equipo Azul

Tabla 3. *Equipo Azul, episodio 1*

01	E1A	¿Alguien sabe que vamos a hacer? [cuestiona al resto del equipo]

02	E4A	El trabajo es formar un cuadrado sobre el triángulo central como parte de la nueva construcción.
03	E5A	Pero, las instrucciones dicen que tenemos que hacer dos cuadrados, ¡y no sé dónde van! [la alumna se muestra ansiosa]
04	E2A	Oigan, creo que van a los lados del triángulo, miren uno aquí de 3 centímetros por 3 y otro de 4 por 4 (.) [después de unos segundos de silencio, comenzaron con el trazo
05	E3A	Veamos chicos [interrumpe una compañera] sí el reto es formar un cuadro que tenga 25 centímetros de área que es la suma de 9 más 16, creo que el área del cuadrado que trazamos, no es la misma [el ambiente en el equipo se torna tenso y con muchas dudas]
06	E2A	No. ¡Si está bien!, pues el nuevo cuadrado debe partir del triángulo central
07	E1A	¡Tienes razón! [comenta el alumno a su compañero] ahora solo busquemos como escribirlo en números, así como para que lo usemos en cualquier triángulo
08	E3A	¡Siento que esto es lo más fácil 3 + 4 (.) [después de un breve silencio añade] ¡Oh, 7! ¿verdad? ¿De dónde vamos a sacar el 25?
09	E5A	Supongo que si multiplicamos 3 por 3 y luego 4 por 4 y lo sumamos nos dio 25, busquemos qué número multiplicado nos dé 25 [mira a sus compañeros esperando una respuesta]
10	E3A	Entonces, creo que es 5 y si lo escribimos como 5 por 5, nos quedaría así 3 x 3 + 4 x 4= 5 x 5
11	E4A	Tiene más lógica, pero veo tantos signos juntos que me confundo.
12	E2A	¡Matemáticas compañeros, matemáticas! [exclamó al resto del equipo]

Nota: Elaboración propia

Figura 5. *Producto del equipo azul*

Esta figura es el producto del equipo azúl, donde muestran los cuadros obtenidos y la ubicación dada.

En el trabajo del equipo azul se pueden identificar varias dinámicas de interacción entre los estudiantes que revelan diferentes niveles de comprensión y colaboración: E1A, en la línea 1, inicia la conversación cuestionando al equipo sobre el objetivo de la tarea, lo que indica una búsqueda de claridad y comprensión compartida. E4A (línea 2) ofrece una interpretación de las instrucciones y establece la dirección del trabajo, demostrando liderazgo y claridad en su comunicación.

El estudiante E5A en la línea 3, expresa ansiedad al morderse los labios por no entender completamente las instrucciones, lo que sugiere una preocupación por comprender y contribuir de manera efectiva al equipo. E2A (línea 4) propone una solución práctica y comienza a trabajar en la tarea, demostrando iniciativa y habilidades para resolver problemas. E3A en la línea 5, interviene para plantear una duda sobre la solución propuesta, lo que refleja un espíritu crítico y un deseo de asegurar la precisión en el trabajo del equipo.

Los participantes E1A y E2A (líneas 6 y 7) confirman la validez de la propuesta inicial y buscan una forma de expresarla matemáticamente, lo que demuestra un esfuerzo por sistematizar y generalizar el conocimiento adquirido. E3A en la línea 8, sugiere una solución alternativa y explica su razonamiento, lo que podría sugerir habilidades de análisis y pensamiento crítico. E5A, en la línea 9, contribuye con una idea para resolver el problema, lo que indica su participación activa en el proceso de resolución.

El participante E4A en la línea 11, expresa confusión y busca aclaración, lo que demuestra una disposición para colaborar y aprender de los demás. E2A (línea 12) enfatiza la importancia de aplicar principios matemáticos, lo que resalta la relevancia de utilizar un enfoque sistemático y lógico en la resolución de problemas. En resumen, las interacciones en este equipo muestran una combinación de preguntas, propuestas, dudas y resoluciones, lo que refleja un proceso de trabajo colaborativo donde los estudiantes están comprometidos con comprender y resolver el problema de manera efectiva.

Tabla 4. *Códigos emergentes en el equipo azul*

Búsqueda de Claridad	Los estudiantes muestran una tendencia a buscar claridad sobre las instrucciones y los objetivos de la tarea (E1A, E5A).

Liderazgo y Dirección	Se observa un liderazgo por parte de estudiantes al establecer la dirección del trabajo y ofrecer interpretaciones de las instrucciones (E4A, E2A).
Expresión de Ansiedad/inseguridad	Algunos estudiantes expresan ansiedad o inseguridad sobre su comprensión de la tarea, lo que puede influir en la dinámica del grupo (E5A).
Propuestas de solución	Se evidencia la iniciativa y la capacidad para resolver problemas al proponer soluciones prácticas y trabajar en la tarea (E2A).
Espíritu Crítico	Los estudiantes muestran un espíritu crítico al plantear dudas y cuestionar las soluciones propuestas (E3A).
Participación Activa	Los estudiantes contribuyen activamente con ideas y sugerencias para resolver el problema, mostrando una disposición para colaborar (E1A, E5A).
Búsqueda de claridad	Se observa una disposición para buscar clarificación y aprender de los demás al expresar confusión y buscar aclaración (E4A).
Uso de conceptos Matemáticos	Se destaca la importancia de aplicar principios matemáticos en la resolución de problemas, lo que demuestra un enfoque sistemático y lógico (E2A).

Nota: Elaboración propia

Estos códigos emergentes reflejan diferentes dinámicas y aspectos de la interacción del equipo azul, que pueden influir en el proceso de trabajo colaborativo y en los resultados obtenidos.

Equipo Rojo

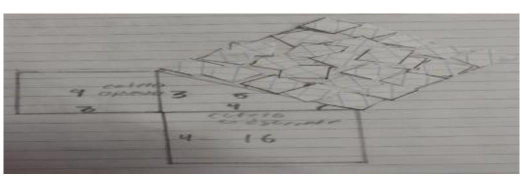
Tabla 5. *Equipo Rojo, episodio 1*

01	E4R	Primero hay que trazar el cuadro de 4x4, el que es un poco más grande.
02	E1R	Las medidas aproximadas son de 3 centímetros a 4 centímetros del triángulo. Por eso digo que es primero el triángulo.
03	Todos	[Observan la hoja en la que trabajan, borran el primer trazo y comienzan de nuevo]

04	E3R	Ya tenemos el triángulo, ¿cómo quieren dibujar el cuadrado?
05	E4R	Esperen, aquí va el de 3 y aquí el de 4
06	E2R	¿Pero te quedaría menos de aquí? [el alumno contempla el trazo y comenta]
07	E5R	No, miren es que tenemos que sacar los dos cuadrados que tengan de área 9 y 16
08	E1R	Bueno sí, pero es que tenemos que sumar el área de 9 y 16 que nos da 25 y es el área que tenemos que sacar en el otro cuadro.
09	E2R	¿En qué forma vamos a poner el cuadro?
10	E3R	Hagamos 25 cuadros de 1 centímetro por 1 centímetro y vamos a acomodarlos.
11	E4R	Como si lo pones con la regla; pero que sea 1, 2, 3, 4…… ¡No le soplen! [exclamó la alumna, mientras el resto del equipo sonreía al ver volar los papelitos]
12	E1R	Hagámoslo bien, quedamos que son 1 centímetro a 1 centímetro. Y que quedaría 1, 2, 3, 4, 5 y así sucesivamente
13	E3R	Creo que ya está; pero como lo podemos representar (.) ((preguntó al resto de sus compañeros))
14	E4R	Fácil, escribamos 3 + 4= 5
15	E1R	Siento que esto no está bien. ((afirma el alumno, mientras el resto de sus compañeros reflejan una sensación de inseguridad))

Nota: Elaboración propia

Figura 6. *Producto del equipo rojo*



En esta última imagen, se encuentra plasmado cómo el equipo rojo utilizó papel cortado de 1 cm por lado, para representar en una sola figura, el cuadrado de las medidas del triángulo base.

En el equipo rojo se pueden identificar varias dinámicas de interacción que reflejan diferentes niveles de comprensión y colaboración: el participante E4R en la línea 1 establece la prioridad de trazar el cuadrado más grande primero, lo que indica una comprensión inicial de la tarea y una estrategia para abordarla. El participante E1R (línea 2) plantea un debate sobre la ubicación del triángulo, lo que sugiere una interpretación diferente de las instrucciones y una discusión sobre cómo proceder. Todos los miembros del equipo observan y corrigen un error en el trazo inicial, lo que muestra una disposición para rectificar errores y trabajar en conjunto para mejorar el trabajo. E3R (línea 4) pregunta al equipo sobre cómo dibujar el cuadrado, lo que demuestra una voluntad de explorar diferentes opciones y buscar soluciones.

Los participantes E1R (línea 2) y E4R colaboran para calcular y explicar la necesidad de obtener un área total de 25 para los dos cuadrados, lo que muestra una comprensión compartida del problema y la búsqueda de una solución conjunta: E2R y E3R (líneas 9 y 10) proponen diferentes enfoques para representar el cuadrado, lo que indica una consideración de diferentes perspectivas y posibles soluciones. E4R (línea 11) toma la iniciativa para sugerir una forma de representar los cuadrados, lo que muestra una participación activa en la resolución del problema. El participante E1R en la línea 15, expresa dudas sobre la solución propuesta, lo que indica una sensación de inseguridad o falta de confianza en el enfoque del equipo.

Tabla 6. *Códigos emergentes en el equipo rojo*

Establecimiento de Prioridades	E4R prioriza la tarea de trazar el cuadrado más grande primero, lo que indica una estrategia de abordaje de la tarea.
Debate y Discusión	Se observa un intercambio de ideas entre los miembros del equipo, como la discusión sobre la ubicación del triángulo entre E1R y E4R.
Corrección de Errores	Todos los miembros del equipo participan en la corrección de un error inicial, mostrando una disposición para rectificar y mejorar el trabajo en conjunto.
Colaboración y Explicación	E1R y E4R colaboran para calcular y explicar la necesidad de un área total de 25 para los cuadrados, lo que indica una comprensión compartida del problema y la colaboración en la resolución.
Exploración de Opciones	E3R pregunta al equipo sobre diferentes formas de dibujar el cuadrado, demostrando una disposición para considerar varias opciones y soluciones.

Participación Activa	Varios miembros del equipo participan activamente en la discusión y en la búsqueda de soluciones, mostrando compromiso con el trabajo en equipo.
Expresión de ansiedad/ Inseguridad	E1R expresa dudas sobre la solución propuesta, lo que sugiere una sensación de inseguridad o falta de confianza en el enfoque del equipo.

Nota: Elaboración propia

Equipo Amarillo

Tabla 7. *Equipo Amarillo, episodio 1*

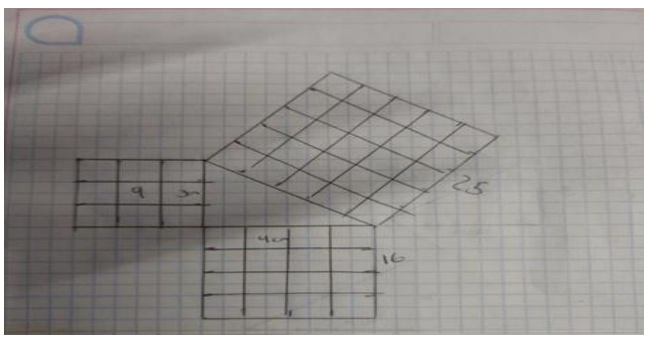
01	E1Am	Bueno, vamos a empezar primero haciendo un triángulo porque sería de 3 de alto y de base de 4 que es lo que tenemos que hacer y después vamos a juntar la diagonal, ¿no?
02	E3Am	Sí, vamos a hacer un triángulo, tiene 3 centímetros en total de lado.
03	E4Am	(Silencio de 3 segundos)
04	E4Am	Pero, ¿qué hay que hacer después de, pues, trazar el triángulo?
05	E2Am	Tenemos que volver a revisar las medidas, 3 centímetros y 4 centímetros ¿Qué procedería?
06	E5Am	Según yo, al lado de los que acabamos de hacer, vamos a hacer un cuadrado con las medidas del alto que tiene el triángulo.
07	E1Am	Si uno es de 4, un ejemplo, la base de 4, los de lado, vamos a hacer de 4 por 4 Si fuera de 4,
08	E5Am	Obviamente Sí, de 4 de 3. (Breve silencio) Y después de eso, en la parte de abajo del triángulo, vamos a hacer otro cuadrado con las mismas medidas y esto sería 4 por 4
09	E2Am	Bueno, un cuadrado de 3 por 3 y si quieren, pues, para que les quede mejor, lo pueden dividir, así como en líneas, para que sea el área que tiene, o sea, 4 por 4, queda 16 o todo terreno, ¿verdad? Todo terreno, todo terreno ¿Qué tal?

10	todos	(se ríen todos los integrantes del equipo por esto último dicho por su compañero)
11	E4Am	El área la tenemos que sacar en el otro cuadrado que hicimos antes. Bien de 3 por 3, ¿qué será? 9 y 16. Ahora sí, ¿Qué se dio? ¿Cómo se queda?
12	E1Am	Así, ya, y así todos los cuadritos, pues ya serán 16 cuadritos Es toda el área que se puede hacer exactamente; pero después de eso, tu cuenta cuantos tenemos en total, (se dirige hacia su compañero denominado con A4Am) así, el de 3 que... (se traba un poco al hablar) pues, es igualito al del 4.
13	E2Am	Se ve que tenemos 25 cuadros en total...mmmm, técnicamente lo mismo que sea 3 por 3 más la suma de 4 por 4.
14	E5Am	Ya lo trazamos así, rápido, chicos. Pues sí, ya lo dividimos igual que en la otra parte del triángulo, pues, que ya nos quedaron los 25 cuadritos. Digo, ahora ¿cómo quedaría sobre la diagonal?
15	E3Am	Quedaría así, bueno, después de acabar esto, ya lo que tocaría será buscar cómo representarlo matemáticamente. Digo, creo deberíamos sumar 9 más 16 que daría 25.
16	EE	(se observan pensativos postergando un poco el silencio en el equipo)
17	E2Am	Pero también hay que tomar en cuenta la diagonal, que es de 5 Y si nos da, nos dio 25, eso nos ayuda de cierta manera.
18	E4Am	¿Porque 5? (el alumno se nota desconcertado)
19	E1Am	Porque es un número que, pues, está en la tabla del 5, entonces sería por 5. Entonces, sería, está en la altura, que sería 5 por 5, que te da 25
20	E3Am	Oye, digo... después de esto ¿Y? ¿Nos serviría dividir los cuadritos?
21	E5Am	Sí, tocaría dividirlos entre los mismos ([Sonriendo se miran entre todos)
22	E2Am	Pero ya lo dividimos así, miren así parece, lo dividimos así, miren 1, 2, 3, 4, igual con el de abajo que es 1,2,3, y ya nomás tocaría escribirlo, así, así, así
23	E2Am	(escribe en la hoja de trabajo 9 +16 = 25)

24	E5Am	Y así quedan los 25 cuadritos.
25	E1Am	Sí, pues así nos quedó, ¿Qué tal nos quedó, ehhh? ¿Fino? (pregunta al resto de su equipo, mostrándose satisfecho por lo que acababan de hacer)
26	E2Am	Finooooo!!!! (le responde su compañero, mientras voltea a ver a los demás)
27	A4Am	Bueno, considero... somos una cosa bárbara!!!!!@@@ (rieron, reflejando una cara de emoción y entusiasmo por terminar su trabajo)

Nota: Elaboración propia

Figura 7. *Producto del equipo amarillo*



La representación gráfica del equipo amarillo, hace evidente el uso y conteo de la cuadricula de las figuras obtenidas como medio para comprobar si el cuadrado de la medida de los lados, puede generar la medida de la tercer figura trazada.

En el equipo amarillo, el participante E1Am (turno 1) asume un rol de liderazgo al iniciar el proceso y establecer un plan para completar la tarea, mientras que los miembros del equipo E3Am y E4Am (líneas 2 y 11) contribuyen con sugerencias y comentarios para seguir adelante. Los miembros del equipo E2Am y E5Am, (turnos 5 y 6) discuten diferentes enfoques y opciones para resolver el problema, lo que indica una colaboración activa y una disposición para considerar diversas perspectivas.

En las participaciones de E1Am y E3Am (líneas 7 y 15) se hace referencia a conceptos matemáticos como áreas y sumas para resolver el problema, lo que indica una comprensión de los principios matemáticos y su aplicación en situaciones prácticas. Los estudiantes E2Am y E5Am (líneas 13 y 14) proponen soluciones para completar la tarea, como dividir los cuadrados y escribir la ecuación final, lo que muestra una capacidad para pensar de manera innovadora. Al finalizar la tarea, los estudiantes: E1Am, E2Am, A4Am (líneas 25, 26 y 27). expresan satisfacción y confianza en su trabajo. En resumen, las interacciones en este equipo muestran una combinación de liderazgo compartido, colaboración activa, uso de conceptos matemáticos y resolución creativa de problemas.

Tabla 8. *Códigos emergentes en el equipo amarillo*

Liderazgo y Dirección	E1Am asume un rol de liderazgo al iniciar el proceso y establecer un plan para completar la tarea (línea 1).
Colaboración y Explicación	Los miembros del equipo amarillo contribuyen con sugerencias y comentarios para avanzar en la tarea, demostrando una actitud colaborativa (líneas 2, 5, 6).
Uso de Conceptos Matemáticos	Se utilizan conceptos matemáticos como áreas y sumas para resolver el problema, lo que refleja una comprensión de los principios matemáticos (líneas 11, 13).
Propuestas de solución	Los estudiantes proponen soluciones para completar la tarea, como dividir los cuadrados y escribir la ecuación final (líneas 9, 23).
Expresión de confianza/seguridad	Al finalizar la tarea, los estudiantes expresan satisfacción y confianza en su trabajo, lo que refleja un sentido de logro (líneas 25, 26).

Nota: Elaboración propia

Estos códigos emergentes revelan una dinámica de trabajo en equipo amarillo que incluye liderazgo compartido, colaboración activa, uso de conocimientos matemáticos y resolución creativa de problemas.

Equipo Verde

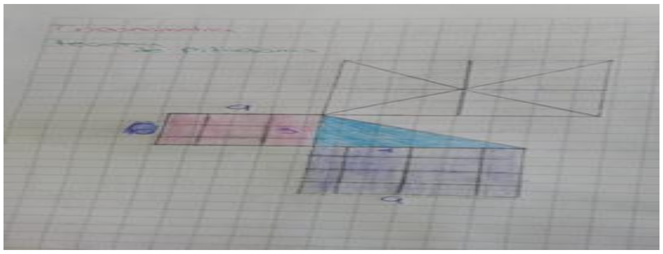
Tabla 9. *Equipo Verde, Episodio 1*

01	E5V	Empezamos por trazar un triángulo que tenga 3 cm de altura, 4 cm de largo, y unir la hipotenusa, porque no recuerdo bien como se llamaba (manifiesta este alumno)
02	E3V	¿Cómo decirlo? ¿No se me ocurrió otra cosa?
03		[Los integrantes del equipo se muestran tensos)

04	E1V	Ahora le estoy haciendo cuadraditos a los cuadrados que acabamos de hacer. No sé por qué, pero ahí está, trabajo es trabajo. (expresa el estudiante)
05	E4V	Este sería 3 por 3, cuya área sería de 9 lado por lado. Otro cuadradito aquí que mide 4 cm por 4 cm.
06	E2V	Estoy dibujando triángulos al nuevo cuadrado.
07	E3V	Ok. Pero aquí hay solo ocho triángulos y no es lo que nos están pidiendo. Miren, este tiene 16 cm de área. Y aquí vamos a hacer otro de puros cuadritos que tengan de área la suma de 9 más 16 que son 25.
08		[los alumnos se muestran un poco aturdidos)
09	E5V	Esperen creo que ya se cómo, vamos a hacer otro de 5 por 5, ¡que me quedó chueco!
10	E1V	Mira, mira. 5 aquí. 5 acá, cuya área es de 25. ¡Ven fácil! (asiente el alumno)
11	E2V	Ahora creo … ([un poco de silencio, se muestran reflexivos) debemos escribir 3+4=7 para representarlo en lenguaje matemático
12	E3V	Si, pero esperen si sumamos 3 por 3 más 4 por 4, nos da 25, ¿de dónde sacan el 7? (Cuestiona a sus compañeros)
13	E5V	Creo que estamos mal. Si pues, el número veinticinco se encontraba en la tabla del cinco con lo que construimos el otro cuadrado.
14	E2V	¡Exacto! Debemos corregirlo por 9 + 16 =25

Nota: Elaboración propia

Figura 8. *Producto del equipo verde*



En la evidencia presentada por el equipo verde, se puede observar el uso de la colorimetría para el trazo de los cuadrados indicados y como producto el tercer cuadro formado con las medidas de los otros dos.

En las interacciones del equipo verde, se observan varios aspectos: El participante E5V comienza la conversación estableciendo una estrategia para abordar el problema, pero muestra dudas sobre los términos utilizados, indicando una búsqueda de claridad y comprensión (línea 1). El estudiante, E3V, en la línea 2, expresa su falta de ideas y duda sobre cómo abordar la tarea, mostrando una manifestación de incertidumbre. El participante E1V, en la línea 4, se involucra en la tarea, aunque muestra cierta confusión sobre su propósito, indicando una disposición para seguir adelante y completar el trabajo.

Los estudiantes E4V y E2V contribuyen con propuestas prácticas y realizan cálculos para resolver el problema, mostrando habilidades para abordar la tarea de manera concreta (líneas 5 y 6). El participante E3V, en la línea 7, señala un error en la estrategia propuesta por el equipo y ofrece una corrección, demostrando habilidades para identificar errores y buscar soluciones alternativas.

El estudiante E5V propone una nueva estrategia para resolver el problema, mostrando una actitud proactiva y la disposición para encontrar soluciones (línea 9). Los participantes E1V y E2V en las líneas 10 y 11 respectivamente aplican conocimientos matemáticos para calcular áreas y resolver ecuaciones, demostrando habilidades para utilizar conceptos matemáticos en la resolución de problemas.

El estudiante E3V cuestiona una afirmación previa y fomenta la reflexión sobre el proceso de resolución, mostrando un enfoque crítico y analítico (línea 12). Los participantes E5V y E2V en las líneas 13 y 14, corrigen el error identificado y confirman la solución correcta, mostrando la capacidad del equipo para trabajar en conjunto y llegar a una conclusión satisfactoria.

Tabla 10 . *Códigos emergentes del equipo verde*

Búsqueda de Claridad	Representado por las intervenciones de E5V y E3V, quienes expresan dudas y buscan comprender mejor el problema que están abordando (líneas 1 y 2).
Expresión de ansiedad/ Inseguridad	Se refleja en la intervención de E3V, quien admite su falta de ideas y confusión sobre cómo proceder con la tarea (línea 2).

Desarrollo de la Tarea	E1V y E4V están enfocados en llevar a cabo la tarea, a pesar de la confusión o la falta de claridad en algunos aspectos (líneas 4 y 5).
Propuestas de Solución	E5V y E2V contribuyen con ideas para resolver el problema, proponiendo nuevas estrategias y realizando cálculos pertinentes (líneas 9 y 6).
Uso de conceptos matemáticos	E1V y E2V aplican conceptos matemáticos al calcular áreas y resolver ecuaciones para abordar la tarea (líneas 10 y 11).
Debate y Discusión	E3V plantea preguntas y desafía las afirmaciones previas, fomentando la reflexión crítica dentro del equipo (línea 12).
Corrección de errores	E5V y E2V trabajan juntos para corregir errores y confirmar la solución correcta al problema, mostrando colaboración y resolución efectiva (líneas 13 y 14).

Nota: Elaboración propia

Dinámicas de los Equipos

Cada equipo presentó dinámicas de interacción únicas que reflejaron diferentes niveles de comprensión y colaboración. Por ejemplo, en el equipo azul, las interacciones se caracterizaron por un liderazgo compartido, donde diferentes miembros asumieron roles activos en la resolución del problema. En el equipo rojo, las discusiones giraron en torno a la interpretación de las instrucciones, lo que fomentó un debate sobre cómo proceder, revelando así la capacidad de los estudiantes para corregir errores y trabajar en conjunto.

El equipo amarillo, por su parte, mostró una colaboración activa desde el inicio, con un enfoque en la aplicación de conceptos matemáticos para resolver el problema. Finalmente, en el equipo verde, se observaron momentos de incertidumbre, pero también una disposición para seguir adelante, lo que reflejó una actitud proactiva y una búsqueda constante de soluciones. En conjunto, estas interacciones evidencian la diversidad de enfoques y estrategias que los estudiantes emplearon para abordar el problema, lo que enriqueció el análisis de las dinámicas colaborativas.

Códigos Emergentes del Pilotaje

Una vez que los datos se fragmentaron en episodios y se crearon tablas para resumir las interacciones del trabajo de cada equipo, se procedió al análisis de cada episodio. Durante este proceso, se redactaron memorandos para registrar reflexiones mientras la autora observaba a los equipos. Esta fase de la prueba piloto, se centró en identificar breves secuencias de intercambios con contenido matemático y en caracterizar algunos de estos intercambios mediante códigos emergentes.

Los códigos emergentes de las interacciones entre alumnos proporcionan perspectivas sobre cómo abordan la resolución de problemas matemáticos (Chico y Planas, 2011). Los resultados obtenidos en la prueba piloto se presentan a continuación (ver tabla 9).

Tabla 11. *Códigos emergentes de la prueba piloto*

	Estrategias Discursivas
	Búsqueda de claridad
BC1	Aclaración de conceptos
BC2	Solicitudes de explicaciones adicionales
BC3	Consultas sobre procedimientos e instrucciones
	Errores y su corrección
EC1	Identificación de errores.
EC2	Rectificación de errores.
EC2	Revisión de cálculos, razonamientos o enfoques.
	Desarrollo de la tarea
DT1	Planificación de pasos a seguir.
DT2	Distribución de responsabilidades.
DT3	Avance progresivo en la tarea matemática
	Establecimiento de Prioridades
EP1	Identificación de aspectos clave de la tarea.
EP2	Asignación de importancia a diferentes partes del problema.
EP3	Gestión del tiempo y recursos disponibles.
	Uso de conceptos Matemáticos

UM1	Aplicación de conceptos matemáticos.
UM2	Utilización de teoremas, propiedades y procedimientos.
UM3	Integración de conceptos matemáticos en la resolución de problemas específicos.
	Dinámicas Interactivas
	Colaboración y Explicación
CE1	Colaboración entre miembros del equipo.
CE2	Explicación de ideas o estrategias.
CE3	Ayuda mutua en la resolución de problemas.
	Debate y Discusión
DD1	Intercambio de opiniones y argumentos.
DD2	Justificación de enfoques adoptados.
	Exploración de Opciones
EO1	Búsqueda de alternativas para abordar el problema.
EO2	Consideración de diferentes enfoques o estrategias.
EO3	Evaluación de la viabilidad y efectividad de opciones.
	Participación Activa
PA1	Contribución en actividades y discusiones.
PA2	Involucramiento constante en el proceso de resolución de problemas.
PA3	Apoyo a los miembros del equipo para mantener una participación activa.
	Propuestas de solución
PS1	Ideas o estrategias propuestas para resolver el problema.
PS2	Evaluación y selección de soluciones más adecuadas.
PS3	Consideración de posibles implicaciones o consecuencias de las soluciones propuestas.
	Aspectos emocionales o afectivos
	Expresión de ansiedad/Inseguridad
EA1	Manifestación de preocupaciones o dudas.
EA2	Expresión de falta de confianza en habilidades o enfoques.

EA3	Solicitud de apoyo o clarificación para superar la ansiedad.
	Expresión de confianza/seguridad:
EC1	Manifestación de seguridad en habilidades o enfoques.
EC2	Convicción en la viabilidad de soluciones propuestas.
EC3	Expresión de confianza en la capacidad del equipo para resolver el problema.
	Liderazgo y Dirección
LD1	Influencia ejercida para guiar o coordinar actividades del grupo.
LD2	Organización de tareas o asignación de roles.
LD3	Dirección hacia el logro de objetivos establecidos.

Nota: Elaboración propia

Los códigos emergentes de la prueba piloto fueron utilizados como una guía de observación para analizar las interacciones. Cada código representa una estrategia discursiva, dinámica interactiva o aspecto emocional que luego pueden analizarse para identificar patrones, tendencias y temas emergentes en las interacciones de los estudiantes. Estos códigos sirven como una herramienta organizativa y analítica que puede facilitar el proceso de recopilación y análisis de datos en el estudio. Los códigos emergentes de la prueba piloto pueden ser refinados; no son definitivos y es posible que los que finalmente emerjan del estudio no sean los mismos. Sin embargo, sirven de base para la codificación inicial del estudio.

Lecciones Extraídas del Piloto

El pilotaje reveló varias áreas de oportunidad que podrían mejorar el diseño del estudio definitivo. En primer lugar, se identificó la necesidad de ajustar la claridad de las instrucciones para asegurar que todos los estudiantes comprendan plenamente la tarea, lo que sugiere una revisión de las indicaciones para garantizar su accesibilidad universal. En segundo lugar, se observó que la formación de equipos heterogéneos, que agrupa a estudiantes con diferentes niveles de habilidades, fomenta una colaboración más efectiva, lo que será fundamental en el estudio principal.

Por último, se concluyó que el entorno de aprendizaje debe ser optimizado, y una solución sería programar las sesiones de grabación en días distintos para evitar la duplicación de respuestas entre equipos. Estos ajustes no sólo garantizarán la integridad de los datos, sino también un ambiente más adecuado para el aprendizaje y la interacción colaborativa.

En resumen, el pilotaje del estudio permitió identificar tanto fortalezas como áreas de oportunidad en la metodología propuesta, estableciendo las bases para optimizar el diseño del estudio definitivo. Las dinámicas observadas entre los equipos, los códigos emergentes y las lecciones aprendidas son componentes clave para mejorar el enfoque de la investigación, garantizando un proceso más efectivo y coherente en el análisis de la interacción colaborativa en el aula.

Conclusiones del Capítulo IV

El pilotaje realizado antes del estudio reveló diversas áreas de oportunidad que ofrecieron pautas para mejorar el diseño del estudio definitivo. En primer lugar, se identificó la necesidad de ajustar la claridad de las instrucciones para asegurar que todos los estudiantes comprendan plenamente la tarea, lo que sugiere mejorar la manera de proporcionar indicaciones a los estudiantes para garantizar su accesibilidad universal. En segundo lugar, se observó que la formación de equipos heterogéneos, que agrupa a estudiantes con diferentes niveles de habilidad, fomentó una colaboración más efectiva, lo cual resultó fundamental en el estudio principal, pues de el plan piloto se tomaron todos los aspectos favorables para la aplicación formal.

Por último, se concluyó que era necesario optimizar el entorno de aprendizaje; una solución consistió en programar las sesiones de grabación en días distintos para evitar la duplicación de respuestas entre equipos. Estos ajustes no sólo garantizaron la integridad de los datos, sino que también propiciaron un ambiente más adecuado para el aprendizaje y la interacción colaborativa.

Una de las fortalezas del pilotaje fue la obtención de códigos emergentes a partir de la prueba piloto, los cuales se utilizaron como guía de observación para analizar las interacciones en el estudio posterior. Cada código representó una estrategia discursiva o dinámica interactiva. Estos códigos funcionaron como herramienta organizativa y analítica, facilitando el proceso de recopilación y análisis de datos en el estudio. Los códigos emergentes de la prueba piloto sirvieron como base para la codificación inicial del estudio.

En resumen, el pilotaje del estudio permitió identificar tanto fortalezas como áreas de oportunidad en la metodología propuesta, estableciendo las bases para optimizar el diseño del estudio definitivo. Las dinámicas observadas entre los equipos, los códigos emergentes y las lecciones aprendidas constituyen componentes clave para mejorar el enfoque de la investigación, garantizando un proceso más efectivo y coherente en el análisis de la interacción colaborativa en el aula.

Capítulo V. Estrategias Discursivas y Dinámicas Interactivas en la Resolución de Problemas Matemáticos: Análisis de Cuatro Equipos

En este capítulo se presenta el análisis de los datos recopilados para estudiar las interacciones entre estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos en un aula de secundaria y su impacto en el aprendizaje colaborativo. El objetivo principal es investigar si las interacciones en equipo fomentan la generación e integración de ideas, si los estudiantes ajustan sus enfoques a medida que discuten y reciben retroalimentación y si el trabajo colaborativo mejora el proceso de resolución de problemas. Este estudio se llevó a cabo en una escuela secundaria pública del norte de México, y sus resultados, de naturaleza cualitativa, son explicables dentro de su contexto específico y no generalizables a otros entornos.

El análisis se centra en estudiar cómo los estudiantes trabajan juntos en cuatro equipos de cinco personas cada uno para resolver un problema de trigonometría. Se estudiaron las estrategias discursivas de los estudiantes y las dinámicas interactivas de los integrantes de cada equipo.

Aunque las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas están estrechamente relacionadas, su enfoque y manifestación en el aula son distintos. Las estrategias discursivas se centran en el uso de recursos lingüísticos de los alumnos que potencialmente optimizan la comunicación. Por ejemplo, cuando los estudiantes explican un procedimiento matemático para asegurar que todos comprendan el proceso, están empleando una estrategia discursiva.

Por otro lado, las dinámicas interactivas se refieren al proceso de internalización y transformación de la ayuda recibida durante las interacciones. En la resolución de problemas, las dinámicas interactivas se manifiestan cuando los estudiantes trabajan juntos para desarrollar y ajustar sus enfoques a medida que discuten y reciben retroalimentación. Este proceso de ajuste y negociación es esencial para el desarrollo cognitivo y la construcción de nuevos conocimientos.

Estos dos aspectos, las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas, fueron el foco de análisis en las interacciones de los cuatro equipos de trabajo: el equipo rosa (ES), rojo (ER), morado (EM) y verde (EV), respectivamente. Las estrategias discursivas incluyen: aclaración de conceptos, solicitudes de explicaciones adicionales, consultas, identificación y rectificación de errores, revisión de cálculos, razonamientos o enfoques, gestión del tiempo y uso de conceptos matemáticos.

Las dinámicas interactivas, por otro lado, incluyen: colaboración entre miembros del equipo, explicación de ideas o estrategias, ayuda mutua en la resolución de problemas, debate y discusión, justificación de enfoques adoptados, búsqueda de alternativas para abordar el problema, evaluación de la viabilidad y efectividad de opciones, apoyo a los miembros del equipo para mantener una participación activa, evaluación y selección de soluciones.

En resumen, mientras que las estrategias discursivas se enfocan en cómo los estudiantes usan el lenguaje y la comunicación para expresar y argumentar sus ideas, las dinámicas interactivas se refieren a cómo negocian y ajustan esas ideas en un contexto de colaboración y consenso dentro del equipo.

Organización de los Resultados del Estudio

Los resultados del estudio se presentan en seis subsecciones para cada equipo participante. Esta estructura permite una visión integral del proceso de resolución del problema matemático que desarrolló cada equipo, enfocándose tanto en las interacciones entre los estudiantes como en sus estrategias discursivas.

En la primera subsección, se presenta la transcripción de las interacciones de cada equipo. Este componente permite analizar cómo se desarrolla la comunicación entre los miembros del grupo, la manera en que comparten ideas, si formulan hipótesis y si negocian posibles soluciones. Las transcripciones son un reflejo del proceso discursivo y colaborativo que ocurre durante la resolución del problema, revelando tanto la complejidad de las interacciones como la riqueza de los diálogos generados en el contexto del aula. Al analizar estas transcripciones, se pueden identificar diferentes estilos de comunicación, así como la distribución de roles entre los participantes, las estrategias de liderazgo, y las formas en que se solicita y ofrece ayuda dentro del grupo.

La segunda subsección proporciona una representación visual de las soluciones propuestas por los equipos, a través de fotografías que muestran dibujos realizados por los estudiantes. Estos dibujos no solo representan las soluciones de cada equipo, sino que también ilustran el proceso de razonamiento detrás de cada respuesta. La inclusión de imágenes visuales como señala Mayer (1985), implica tanto la representación simbólica del problema como la búsqueda activa de una solución. En este sentido, los dibujos actúan como una extensión del pensamiento de los estudiantes, permitiéndoles organizar sus ideas de manera gráfica y ayudando a clarificar conceptos que de otro modo podrían permanecer abstractos. A pesar de que el objetivo principal de esta intervención fue estudiar las interacciones entre los estudiantes al resolver un problema matemático, la representación gráfica de sus soluciones añade una capa adicional al análisis. Los dibujos reflejan no solo el proceso de razonamiento matemático, sino también la manera en que los estudiantes conceptualizan visualmente el problema y su solución. Esto refuerza la idea de que la visualización juega un rol clave en la resolución de problemas, al permitir que los estudiantes estructuren y comuniquen su comprensión del problema matemático.

En la tercera subsección, se presenta una tabla que sintetiza los códigos emergentes de las interacciones observadas. Estos códigos permiten describir los patrones recurrentes en las dinámicas grupales y las estrategias discursivas empleadas por los equipos. El proceso de codificación facilita la identificación de comportamientos clave, como el uso de preguntas para guiar la discusión, la distribución de tareas entre los miembros del equipo, y las formas en que se genera consenso o conflicto en torno a la solución del problema. Además, la tabla ofrece una descripción detallada de las estrategias discursivas más utilizadas, como la explicación verbal de procedimientos, el uso de ejemplos concretos y la reformulación de ideas para clarificar conceptos.

En la cuarta subsección, se presenta la descripción de las estrategias discursivas y dinámicas interactivas de cada equipo. El objetivo es identificar cómo los equipos construyen colectivamente su comprensión del problema y cómo las interacciones entre los miembros influyen en la calidad de las soluciones propuestas. Este análisis revela que las estrategias más efectivas no solo dependen del conocimiento matemático de los estudiantes, sino también de su habilidad para comunicarse de manera clara, colaborar de forma equitativa y utilizar el lenguaje como herramienta para explorar y validar ideas.

En la quinta subsección, se presentan los resultados del análisis de las estrategias y dinámicas interactivas observadas. Aquí se examinan los patrones que emergen a lo largo del proceso de resolución de problemas, destacando las tácticas más comunes y su efectividad en distintos contextos grupales. Este análisis proporciona una visión global de cómo cada equipo aborda el problema, resaltando las diferencias y similitudes en sus enfoques y la forma en que estas afectan los resultados finales.

Finalmente, en la sexta subsección se lleva a cabo una comparación de las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas de los cuatro equipos que participaron en el estudio. Aunque no se trata de un estudio comparativo ni se busca que los resultados sean generalizables a otros contextos, este análisis resulta de especial interés para el equipo de investigación. Contrastar las dinámicas y estrategias observadas entre los equipos participantes permite obtener una visión más clara de las interacciones emergentes en este contexto específico, lo que puede ofrecer una mejor comprensión del fenómeno investigado.

La organización de los datos en estas seis subsecciones ofrece una visión del proceso de resolución de problemas en el aula, subrayando la importancia de la comunicación efectiva y la colaboración como factores importantes para la resolución de problemas matemáticos.

Resultados del Equipo Rosa

Transcripción de las Interacciones del Equipo Rosa

El equipo Rosa demostró una actitud proactiva y empleó una metodología colaborativa en la resolución del problema matemático. Mediante un liderazgo facilitador, donde los miembros del equipo toman decisiones y trabajan de manera efectiva; así el líder actúa como un guía en vez de dirigirlos de manera autoritaria y una comunicación abierta, en la cual la transmisión de la información es clara, precisa y existe una retroalimentación mútua, con lo que lograron avanzar hacia la solución del problema. Sin embargo, la falta de claridad en algunas consultas, la corrección tardía de errores y la participación desigual fueron áreas que presentaron desafíos y que requerían atención para mejorar la organización del trabajo en equipo. Una planificación más detallada y una reflexión crítica más profunda del equipo en general, a lo cual se llegó después del debido análisis de sus interacciones; por lo que habrían enriquecido tanto el proceso como los resultados del trabajo colaborativo del equipo rosa.

Tabla 12. *Equipo Rosa*

<inicio ES_ 13/05/2024_13:05>

01	E2ES	¡Haber, vamos a leer las instrucciones! Mmm.... <leyendo> lean detenidamente el siguiente problema, dibujen lo que en él se te pide y encuentra el dato faltante. Utiliza la tabla de razones trigonométricas enfocándote únicamente en la función seno=
02	E4ES	= ¡Yo leo el problema! {E4 interrumpiendo a E2} Vamos a ver, número uno, ¿cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 17 grados y ha recorrido una distancia de 8 kilómetros?
03	E1ES	Por lo que entiendo tenemos que basarnos en las tablas solo en la función seno, porque nos piden la altura y ahí se usa el Cateto Opuesto, miren la parte verde de la tabla {Todos observan su tabla de razones y se voltean a ver mostrando una cara de seriedad, como recordando el uso de la misma}
04	E5ES	Ahora localizamos los 17 grados de seno, ¿no? {E5 preguntando al resto del equipo, (3) esperando escuchar sus aportaciones}
05	E2ES	Esperen, las instrucciones <leyendo> dicen dibujemos lo que dice el problema, creo debemos empezar por ahí {E2 volteando a ver a todos sus compañeros}
06	E3ES	Entonces, después de que dibujamos el avión sigue el triángulo, ¿digo? {E3 cuestiona al resto de los estudiantes, (2) aguardando su respuesta}
07	EE	{EE <asintiendo>}

08	E4ES	¡Listo! ¿Ya vieron? {E4 observando a sus compañeros} ¡YA ESTÁN!, ahora, ¿qué sigue?
09	E1ES	En este caso, <leyendo> se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de seno es: seno igual a cateto opuesto entre hipotenusa… (5) Entonces, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 17° y ha recorrido una distancia de 8km, tendríamos que usar también la tabla para saberlo.
10	E2ES	Eso lo entiendo, pero ¿qué no deberíamos primero colocar las medidas en el dibujo? {E2 observando e invitando a sus compañeros a considerar el proceso a seguir}
11	E5ES	¿Cómo? El ángulo ya lo tenemos. ¿El cateto era otro? {E5 <señalando> hacia el triángulo trazado, específicamente sobre la base del mismo} ¿esa es la distancia, ¿no? la distancia sería medir la línea así. {E5 <indicando> con su lápiz sobre el dibujo, en dirección a lo que desea explicar}
12	E2ES	La distancia sería medir la línea así {E2 <repasando> su lápiz encima de la diagonal del triángulo, el resto del equipo se percibe pensativo}
13	E1ES	Aquí vamos a poner el ángulo que es de 17 grados {E1 indicando el lugar del triángulo donde va dicha medida} Ahora, sacamos la hipotenusa, y por ahí empezamos.
14	E3ES	¿Y el cateto? Lo podemos poner como sea, ¿verdad? {E3 <escribiendo> la medida sobrante, eligiendo al azar uno de los lados del triángulo} ¡Ah:í esTá! <asintiendo>
15	E4ES	¿Qué es esto? {E4 cuestionando a sus compañeros} Lo que no sabemos es la altura, suponiendo que el avión va aquí, en la puntita de aquí, entonces esto es lo que no sabemos, la altura, pero sí sabemos cuánto ha recorrido, aquí va a los 8 kilómetros y aquí tenemos la elevación que es el ángulo de 17. {E4 ofrece la explicación a sus compañeros utilizando el dibujo realizado y aplicando las medidas en donde, según sus conocimientos, deben de ubicarse}
16	E5ES	Entonces, ¿lo que tenemos que saber es la altura? {E5 preguntando al resto del equipo} O sea, ahora hay que pasar esto que era lo del triángulo a la fórmula, ya tenemos la función de seno {E5 <asintiendo>, mirando a sus compañeros para involucrarlos a continuar con el procedimiento}

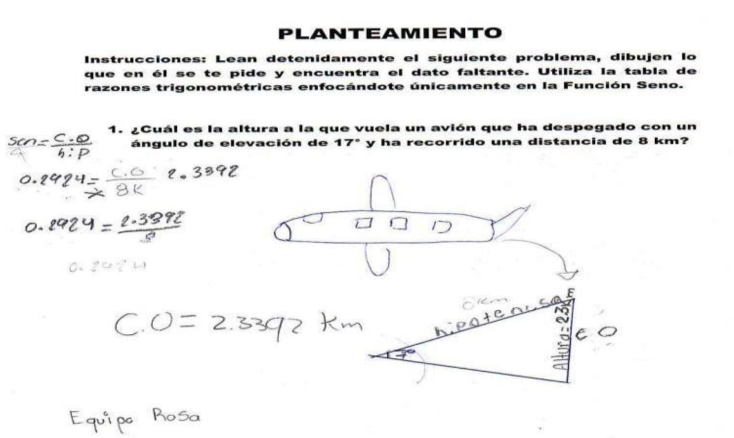
17	E2ES	Sí, así es, ahora sigue buscar en nuestra tablita a cuanto equivale el Seno de 17° {E2 dirigiéndose al resto de sus compañeros (3)} =
18	E1ES	=Si lo checamos es de 0.2924
19	E3ES	Ahora sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924, le escribimos lo que sería del cateto opuesto y los 8 kilómetros que es lo de la hipotenusa {E3 levantando las manos}
20	E1ES	O:h! ENTIENDO <expresando satisfacción> ahora para sacar el cateto opuesto, estos dos de aquí que serían la hipotenusa y el seno se multiplican, que es 0.2924 por 8, haber ¿cuánto da? {E1 preguntando, (2) esperando una respuesta}
21	E5ES	Nos da 2.3392, entonces esto sería nuestro cateto opuesto <aplaudiendo>
22	E3ES	Bueno, lo único que necesitábamos <lento> era saber el cateto opuesto y para hacer eso era multiplicar la función de seno por la hipotenusa </lento> que ambos datos ya lo teníamos, entonces que era 2.3392, esa es la altura.
23	E4ES	¡Fácil! ¿verdad? @@@@ {E5 comenta, en tanto que EE <chocando los puños> y <sonriendo> por lo realizado}
24	E1ES	Para terminar ¡entreguemos nuestro Picasso! @@@ {E1 refiriéndose por Picasso al dibujo que elaboraron}

<final ES 13/05/2024_13:28>

Nota: Elaboración propia

Representación Visual de la Solución Propuestas por el Equipo Rosa

Figura 9. *Producto del Equipo Rosa*



En el producto del equipo rosa, se observa la imagen sobre cómo conciben los integrantes del equipo la consigna; así como los algoritmos empleados para llegar a la formalización de la interrogante.

El desafío que enfrentaba el equipo rosa consistía en calcular la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 17 grados y ha recorrido una distancia de 8 kilómetros. Para abordar este problema, los estudiantes recurrieron a los principios de la trigonometría, utilizando la función seno para descomponer las relaciones geométricas involucradas. Este enfoque no solo refleja el manejo adecuado de herramientas matemáticas, sino también la relevancia de la visualización gráfica para facilitar la comprensión del problema.

Inicialmente, los estudiantes representaron el escenario mediante un triángulo, aunque, de forma inesperada, no trazaron un triángulo rectángulo, como habría sido lo correcto. En su primera interpretación, la hipotenusa del triángulo correspondía a la distancia recorrida por el avión (8 km), mientras que el ángulo de elevación de 17 grados se ubicaba en la base del triángulo. El objetivo principal era determinar la altura, que corresponde al lado opuesto al ángulo de elevación.

A pesar del error en el dibujo inicial, el equipo aplicó correctamente la función seno, que relaciona el ángulo de elevación con la proporción entre la altura y la hipotenusa. Utilizando esta función, despejaron la fórmula y realizaron los cálculos pertinentes, llegando a la conclusión de que el avión volaba a una altura aproximada de 2.34 kilómetros.

El proceso seguido, junto con las fórmulas empleadas, evidencia primero un error en la visualización de los datos del problema, seguido de una reconstrucción ordenada de los pasos necesarios para resolverlo. Esto demuestra no solo la comprensión de los conceptos trigonométricos por parte del equipo rosa, sino también su capacidad para aplicarlos a una situación real, aun cuando su representación gráfica inicial no fuera precisa.

Códigos Emergentes del Equipo Rosa

A continuación, se describen los códigos emergentes del equipo rosa, divididos en dos grandes categorías: estrategias discursivas y dinámicas interactivas.

Tabla 13. *Códigos emergentes del Equipo Rosa*

Estrategias Discursivas

Búsqueda de claridad	Aclaración de conceptos. E1ES: Línea 3 - "Por lo que entiendo tenemos que basarnos en las tablas solo en la función seno, porque nos piden la altura y ahí se usa el Cateto Opuesto." y E5ES: Línea 4 - "Ahora localizamos los 17 grados de seno, ¿no?" Solicitudes de explicaciones adicionales. E5ES: Línea 11 - "¿Cómo? El ángulo ya lo tenemos. ¿El cateto era otro?"
Errores y su corrección	Consultas sobre procedimientos e instrucciones. E2ES: Línea 5 - "Esperen, las instrucciones dicen dibujemos lo que dice el problema, creo debemos empezar por ahí." Identificación de errores: E5ES: Línea 11 - "¿El cateto era otro?" Rectificación de errores: E1ES: Línea 13 - "Aquí vamos a poner el ángulo que es de 17 grados." Revisión de cálculos, razonamientos o enfoques: E3ES: Línea 19 - "Ahora sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924."
Desarrollo de la tarea	Planificación de pasos a seguir. E2ES: Línea 5 - "Esperen, las instrucciones dicen dibujemos lo que dice el problema." Distribución de responsabilidades: E1ES: Línea 13 - "Ahora, sacamos la hipotenusa, y por ahí empezamos." Avance progresivo en la tarea matemática. E5ES: Línea 21 - "Nos da 2.3392, entonces esto sería nuestro cateto opuesto."
Establecimiento de prioridades	Identificación de aspectos clave de la tarea: E1ES: Línea 9 - "En este caso, se nos pide que usemos únicamente la función de seno." Asignación de importancia a diferentes partes del problema: E4ES: Línea 15 - "Lo que no sabemos es la altura." Gestión del tiempo y recursos disponibles: E1ES: Línea 24 - "Para terminar ¡entreguemos nuestro Picasso!"
Uso de conceptos matemáticos	Aplicación de conceptos matemáticos: E1ES: Línea 9 - "Entonces, si queremos saber cuál es la altura, la función de seno es: seno igual a cateto opuesto entre hipotenusa." Utilización de teoremas, propiedades y procedimientos: E3ES: Línea 19 - "Sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924, le escribimos lo que sería del cateto opuesto y los 8 kilómetros que es lo de la hipotenusa."

	Integración de conceptos matemáticos en la resolución de problemas específicos: E2ES: Línea 17 - "Sí, así es, ahora sigue buscando en nuestra tablita a cuanto equivale el Seno de 17°."
Dinámicas Interactivas	
Colaboración y Explicación	Colaboración entre miembros del equipo. E1ES: Línea 9 - "En este caso, se nos pide que usemos únicamente la función de seno." Explicación de ideas o estrategias. E4ES: Línea 15 - "Lo que no sabemos es la altura, suponiendo que el avión va aquí, en la puntita de aquí, entonces esto es lo que no sabemos, la altura." Ayuda mutua en la resolución de problemas. E2ES: Línea 12 - "La distancia sería medir la línea así."
Debate y Discusión	Intercambio de opiniones y argumentos. E5ES: Línea 11 - "¿Cómo? El ángulo ya lo tenemos." Justificación de enfoques adoptados. E1ES: Línea 20 - "Para sacar el cateto opuesto, estos dos de aquí que serían la hipotenusa y el seno se multiplican."
Exploración de Opciones	Búsqueda de alternativas para abordar el problema. E2ES: Línea 5 - "Esperen, las instrucciones dicen dibujemos lo que dice el problema." Consideración de diferentes enfoques o estrategias. E5ES: Línea 4 - "Ahora localizamos los 17 grados de seno, ¿no?" Evaluación de la viabilidad y efectividad de opciones. E3ES: Línea 22 - "Bueno, lo único que necesitábamos era saber el cateto opuesto."
Participación Activa	Contribución en actividades y discusiones. E1ES: Línea 24 - "Para terminar ¡entreguemos nuestro Picasso!" Involucramiento en el proceso de resolución de problemas. E5ES: Línea 21 - "Nos da 2.3392, entonces esto sería nuestro cateto opuesto." Apoyo a los miembros del equipo para mantener una participación activa. E1ES: Línea 24 - "Para terminar ¡entreguemos nuestro Picasso!"

Propuestas de solución	Ideas o estrategias propuestas para resolver el problema. E5ES: Línea 16 - "Entonces, ¿lo que tenemos que saber es la altura?" Evaluación y selección de soluciones más adecuadas. E3ES: Línea 21 - "Nos da 2.3392, entonces esto sería nuestro cateto opuesto." Consideración de posibles implicaciones o consecuencias de las soluciones propuestas. E1ES: Línea 24 - "Para terminar ¡entreguemos nuestro Picasso!"
Aspectos emocionales o afectivos	Expresión de ansiedad/Inseguridad. No se observan manifestaciones claras de ansiedad o inseguridad durante la interacción. Expresión de confianza/seguridad. E1ES: Línea 23 - "¡Fácil! ¿verdad?" Liderazgo y Dirección E4ES: Línea 8 - "¡Listo! ¿Ya vieron? ¡YA ESTÁN!, ahora, ¿qué sigue?"

Nota: Elaboración propia

Descripción de Estrategias Discursivas del Equipo Rosa

El equipo Rosa buscó claridad al enfrentarse al problema matemático. La aclaración de conceptos puede leerse en las líneas E1ES: Línea 3-¨Por lo que entiendo tenemos que basarnos en las tablas solo en la función seno, porque nos piden la altura y ahí se usa el Cateto Opuesto y E5ES: Línea 4- ¨Ahora localizamos los 17 grados de seno, ¿no? ¨, donde los estudiantes se aseguran de comprender y aplicar correctamente la función seno. La solicitud de explicaciones adicionales (E5ES: Línea 11- ¨ ¿Cómo? El ángulo ya lo tenemos. ¿El cateto era otro? ¨) y la consulta sobre procedimientos (E2ES: Línea 5- ¨Esperen, las instrucciones <leyendo> dicen dibujemos lo que dice el problema, creo debemos empezar por ahí¨) reflejan una actitud proactiva de los alumnos hacia la comprensión del enunciado y las instrucciones.

El proceso de identificación y corrección de errores ayudó a los estudiantes a la resolución del problema. En E5ES: Línea 11, el equipo cuestiona posibles errores en la identificación del cateto, lo que resultó una estrategia para evitar malentendidos. La rectificación de errores (E1ES: Línea 13- ¨Aquí vamos a poner el ángulo que es de 17 grados¨) y la revisión de cálculos (E3ES: Línea 19- ¨Ahora sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924, le escribimos lo que sería del cateto opuesto y los 8 kilómetros que es lo de la hipotenusa¨) mostraron una actitud reflexiva hacia los cálculos y procedimientos utilizados. Sin embargo, se observó un retraso en la identificación de errores, lo cual podría haberse prevenido con una revisión más temprana.

La planificación de pasos (E2ES: Línea 5- ¨Esperen, las instrucciones <leyendo> dicen dibujemos lo que dice el problema, creo debemos empezar por ahí¨) y la distribución de responsabilidades (E1ES: Línea 13-¨Aquí vamos a poner el ángulo que es de 17 grados¨) reflejaron que los estudiantes pudieron construir una estructura organizada en el equipo. El avance progresivo (E5ES: Línea 21-¨Nos da 2.3392, entonces esto sería nuestro cateto opuesto <aplaudiendo>¨) indica una metodología sistemática que guía al equipo hacia la solución.

El equipo identificó aspectos clave del problema (E1ER: Línea 9- ¨En este caso, <leyendo> se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de seno es: seno igual a cateto opuesto entre hipotenusa¨) y asignó importancia a diferentes partes del problema (E4ES: Línea 15-¨ ¿Qué es esto? {E4 cuestionando a sus compañeros} ¨). La gestión del tiempo y recursos disponibles (E1ES: Línea 24-¨Para terminar ¡entreguemos nuestro Picasso! ¨) también muestra una planificación efectiva, aunque una gestión más equilibrada del tiempo a lo largo del proceso podría haber permitido una mayor reflexión.

La aplicación de conceptos matemáticos (E1ER: Línea 9- ¨En este caso, <leyendo> se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de seno es: seno igual a cateto opuesto entre hipotenusa¨) y la utilización de teoremas y procedimientos (E3ES: Línea 19- ¨Ahora sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924, le escribimos lo que sería del cateto opuesto y los 8 kilómetros que es lo de la hipotenusa¨) son fundamentales. La integración de conceptos en la resolución específica (E2ES: Línea 17- ¨Sí, así es, ahora sigue buscar en nuestra tablita a cuanto equivale el Seno de 17°¨) refleja una comprensión adecuada del contenido matemático. Sin embargo, una discusión más detallada sobre la aplicación de estos conceptos podría mejorar la comprensión tanto al momento de resolver un problema matemático, como en la aplicación de situaciones en la vida cotidiana.

Descripción de Dinámicas Interactivas del Equipo Rosa

La colaboración es evidente en la interacción entre los miembros del equipo (E1ES: Línea 9-¨En este caso, <leyendo> se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de seno es: seno igual a cateto opuesto entre hipotenusa¨). La explicación de ideas (E4ES: Línea 15-¨ ¿Qué es esto? {E4 cuestionando a sus compañeros} ¨) y la ayuda mutua (E2ES: Línea 12-¨La distancia sería medir la línea así¨) destacan una comunicación fluida y un enfoque colaborativo. No obstante, la participación activa y equitativa de todos los miembros del equipo no siempre es clara.

El intercambio de opiniones (E5ES: Línea 11-¨ ¿Cómo? El ángulo ya lo tenemos. ¿El cateto era otro? ¨) y la justificación de enfoques (E1ES: Línea 20-¨Ahora sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924, le escribimos lo que sería del cateto opuesto y los 8 kilómetros que es lo de la hipotenusa¨) indican un debate constructivo que permite al equipo explorar y confirmar estrategias adecuadas. Este enfoque de discusión contribuye a la validación de los métodos utilizados.

El equipo muestra disposición para explorar alternativas (E2ER: Línea 5-¨Esperen, las instrucciones <leyendo> dicen dibujemos lo que dice el problema, creo debemos empezar por ahí¨) y considerar diferentes enfoques (E5ES: Línea 4-¨Ahora localizamos los 17 grados de seno, ¿no? ¨). La evaluación de la viabilidad (E3ES: Línea 22-¨Bueno, lo único que necesitábamos <lento> era saber el cateto opuesto y para hacer eso era multiplicar la función de seno por la hipotenusa </lento> que ambos datos ya lo teníamos, entonces que era 2.3392, esa es la altura. ¨) refleja un análisis crítico, facilitando la selección de la solución más efectiva.

La participación activa de algunos de los miembros del equipo (E1ES: Línea 24- ¨Para terminar ¡entreguemos nuestro Picasso! ¨ y E5ES: Línea 21-¨Nos da 2.3392, entonces esto sería nuestro cateto opuesto <aplaudiendo>¨) y el apoyo para mantener la involucración subrayan un ambiente de trabajo dinámico y colaborativo. Sin embargo, la desigualdad en la participación y la falta de reflexión crítica sobre las soluciones propuestas podrían mejorar.

La generación y evaluación de propuestas (E5ES: Línea 16 y E3ES: Línea 22-¨Bueno, lo único que necesitábamos <lento> era saber el cateto opuesto y para hacer eso era multiplicar la función de seno por la hipotenusa </lento> que ambos datos ya lo teníamos, entonces que era 2.3392, esa es la altura. ¨) muestran un enfoque orientado a la solución que considera las implicaciones y consecuencias de las estrategias adoptadas.

Aunque no se observan manifestaciones claras de ansiedad o inseguridad, la expresión de confianza (E4ES: Línea 23-¨ ¡Fácil! ¿verdad? ¨) contribuye a un ambiente positivo y motivador, facilitando la resolución del problema.

El liderazgo y la dirección (E4ES: Línea 8-¨ ¡Listo! ¿Ya vieron? {E4 observando a sus compañeros} ¡YA ESTÁN!, ahora, ¿qué sigue? ¨) se manifiestan en la capacidad del equipo para coordinarse y avanzar hacia la solución de manera organizada y eficiente.

Análisis de las Estrategias Discursivas y las Dinámicas Interactivas del Equipo Rosa

El análisis de las estrategias discursivas y dinámicas interactivas del equipo Rosa, en el contexto particular del estudio, muestra que los resultados fueron producto de la interacción espontánea entre sus miembros. Las fortalezas y áreas de mejora emergieron de manera natural a medida que los estudiantes colaboraban y se enfrentaban al problema matemático. El equipo, a través de su propio proceso de trabajo, mostró esfuerzos por compartir ideas y colaborar, aunque surgieron dificultades en aspectos como la claridad en las consultas, la identificación oportuna de errores y la participación equitativa de todos los integrantes. Estas dinámicas no fueron planificadas de antemano, sino que surgieron en función de las relaciones y comportamientos que se dieron en ese momento particular.

Uno de los principales desafíos del equipo fue la ambigüedad en las consultas. Por ejemplo, en la línea 11, E5ES se planteó una pregunta sobre el cateto sin especificar qué aspecto no se comprendía claramente. Esta falta de precisión obstaculiza el progreso del equipo, ya que la ambigüedad en las preguntas dificulta la comprensión y la resolución del problema. La comunicación entre los miembros de un equipo es importante, y haber formulado consultas más concretas podría haber facilitado un avance más rápido y eficiente.

En el turno 05, E2ES intenta corregir al grupo sugiriendo que deben empezar dibujando, lo que indica una posible incertidumbre por seguir correctamente las instrucciones. Su tono muestra un indicio de querer asegurar que el grupo esté alineado con el procedimiento correcto. En el turno 11, E5ES parece confuso al preguntar sobre las medidas y el dibujo, lo que puede reflejar una inquietud por entender completamente el problema.

Otro aspecto a mejorar fue el retraso en la identificación de errores. En el mismo ejercicio, la identificación de un error ("¿El cateto era otro?") ocurrió tarde en el proceso, cuando el equipo ya había avanzado considerablemente en una dirección incorrecta. Reconocer los errores de manera temprana habría optimizado el tiempo y los recursos del equipo, permitiéndoles corregir el rumbo antes de profundizar en el error.

Este patrón también se observó en la corrección insuficiente de errores, como en las Línea 13, del E1ES: *Aquí vamos a poner el ángulo que es de 17 grados* y en la línea 19 el E3ES: *Ahora sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924, le escribimos lo que sería del cateto opuesto y los 8 kilómetros que es lo de la hipotenusa,* donde las correcciones se limitaron a proponer soluciones sin abordar los procesos subyacentes de los mismos. Analizar en profundidad por qué se cometieron estos errores podría haber sido una oportunidad de aprendizaje más valiosa y haber prevenido su repetición.

Por otro lado, el equipo Rosa demostró fortalezas, especialmente en su actitud colaborativa. Desde el inicio de la interacción, hubo un esfuerzo por compartir ideas y discutir diferentes enfoques. E1ES, E2ES, E4ES y E5ES participaron activamente en las discusiones, haciendo sugerencias y validando las contribuciones de los demás, lo que demuestra un alto nivel de involucramiento recíproco. Este tipo de colaboración refleja la creación de un "espacio de problema conjunto", como lo describen Teasley y Roschelle (1993), donde los participantes negocian ideas y trabajan hacia una solución común.

E1ES emergió en el equipo como un líder organizacional ocasionalmente dominante, lo que trajo tanto aspectos positivos como negativos en la dinámica del equipo. El liderazgo emergente de E1ES lo llevó a fomentar la participación de los demás miembros del equipo, pidiéndoles que confirmaran valores y realizaran cálculos. Esto es indicativo de una dinámica en la que el líder actúa más como facilitador que como figura autoritaria, promoviendo la inclusión y el aprendizaje colaborativo, por ejemplo, hacia el final (turnos 23 y 24), se percibe satisfacción y alivio cuando los estudiantes logran resolver el problema correctamente. El uso de expresiones como "¡Fácil!" y las bromas sobre el dibujo ("¡entreguemos nuestro Picasso!") sugieren que el ambiente se torna más relajado.

El liderazgo organizacional ocasionalmente dominante en este estudio se caracteriza por una combinación flexible de facilitación y autoridad rígida, adaptada a las necesidades del equipo. Este enfoque promueve la participación activa de todos los miembros en la toma de decisiones y en la resolución de problemas, creando un ambiente colaborativo y positivo. Sin embargo, el líder también puede ejercer una autoridad más rígida cuando es necesario para mantener el progreso. La efectividad de este liderazgo depende de asegurar una participación equitativa y de gestionar el tiempo y la reflexión crítica de manera balanceada. La falta de equidad en la participación debido al miedo que sienten los estudiantes al equivocarse y la prisa por terminar tareas pueden limitar el aprendizaje colectivo y la calidad de las soluciones, resaltando la importancia de una gestión cuidadosa y reflexiva.

El caso de E1ES ilustra un liderazgo de este tipo. En ocasiones el líder se asegura de involucrar al equipo en la toma de decisiones y en la resolución de problemas. Al solicitar confirmación sobre valores y cálculos, el líder fomenta la participación y asegura que todos los miembros estén alineados y comprometidos con la tarea. Además, el uso de un lenguaje relajado y humorístico, como se observa en las expresiones y bromas mencionadas, ayuda a crear un ambiente donde el aprendizaje es una experiencia colectiva y amena, lo que refuerza la cohesión del equipo.

Sin embargo, la equidad en la participación es un aspecto que puede quedar comprometido si no se gestiona adecuadamente, ya que no todos los miembros pueden sentirse igualmente incluidos o con oportunidades para expresarse. El liderazgo organizacional efectivo, por lo tanto, debe no solo facilitar la colaboración, sino también asegurarse de que todos tengan las mismas oportunidades de contribuir, ajustándose a las dinámicas y necesidades del grupo.

En algunos momentos, como en el turno 14, E3ES tomó decisiones de forma unilateral sin consultar explícitamente al equipo, lo que afectó la cohesión del grupo: *¿Y el cateto? Lo podemos poner como sea, ¿verdad? ¡Ah: í esTá!* Además, la participación no fue completamente equitativa, lo que limitó el potencial de aprendizaje colectivo. La desigualdad en la participación es una debilidad recurrente en este equipo y asegurar que todos los miembros se involucren de manera activa es crucial para justificar el trabajo entre todos para resolver el problema.

El manejo del tiempo y la falta de reflexión crítica también representaron áreas de mejora. En las líneas finales del ejercicio, como en E1ES: Línea 23 y Línea 24, el equipo mostró una tendencia a confiar en sus soluciones sin analizarlas críticamente. La prisa por terminar, pues el instrumento se implementó en las últimas horas del horario escolar, resultó en una gestión del tiempo que afectó tanto la calidad de la solución final como el aprendizaje. Una reflexión más profunda sobre las decisiones tomadas y un manejo del tiempo más equilibrado habrían permitido una mejora en ambos aspectos.

En términos de aplicación de conceptos matemáticos, el equipo Rosa aplicó correctamente las funciones trigonométricas, como se observa en E1ES: Línea 9 y E3ES: Línea 19, pero no profundizó en la comprensión completa de estos conceptos. Aunque el equipo fue capaz de utilizar correctamente las fórmulas matemáticas, una discusión más detallada y una revisión más exhaustiva de los conceptos podría haber enriquecido su entendimiento y mejorado su desempeño.

Finalmente, aunque el equipo desarrolló fortalezas en la colaboración entre sus miembros, existen oportunidades de mejora. La identificación más temprana de errores, la planificación detallada desde el inicio, una mayor equidad en la participación, y una reflexión crítica más profunda, la cual se logra durante la socialización de las soluciones, estos son aspectos que podrían potenciar tanto la eficacia del trabajo colaborativo como el entendimiento matemático del equipo.

En resumen, el equipo Rosa demostró una actitud proactiva y empleó una metodología colaborativa efectiva para abordar un problema matemático. A través de un liderazgo organizacional que promovió la participación activa y una comunicación abierta y constante, el equipo pudo avanzar de manera significativa en varios aspectos del desafío. Este enfoque permitió una colaboración fluida y un avance notable en la resolución del problema.

Sin embargo, se identificaron áreas que requieren atención para mejorar en futuros desafíos. La falta de claridad en las consultas planteadas, junto con la corrección tardía de errores, afectó la eficacia del proceso. Además, se observó una participación desigual entre los miembros del equipo, lo cual impactó en la cohesión y el rendimiento global.

Para optimizar el proceso y los resultados del trabajo colaborativo en el futuro, sería una buena opción, implementar una planificación más detallada que incluya una distribución equitativa de tareas y roles, tal como lo menciona Loya Salazar (2024). También es necesario promover una reflexión crítica más profunda, que permita identificar y abordar las debilidades y fortalezas del equipo. Este enfoque permitirá mejorar la claridad en la comunicación, la corrección oportuna de errores y la participación equilibrada de todos los miembros, enriqueciendo así tanto el proceso de colaboración como los resultados obtenidos.

Resultados del Equipo Rojo

Transcripción de las Interacciones del Equipo Rojo

El equipo rojo destacó por su activa participación estudiantil y la retroalimentación recíproca. No obstante, existió la oportunidad de equilibrar de manera más equitativa los roles de liderazgo y asegurar que todos los integrantes se sintieran igualmente empoderados para contribuir. De haber continuado trabajando juntos, el equipo podría haber consolidado estas fortalezas y aprovechado las oportunidades de mejora para optimizar aún más su dinámica grupal.

Tabla 14. *Equipo Rojo*

<inicio ER_14/05/2024_13:02>

01	EE	<leyendo instrucciones (7)>
02	E5ER	Escuchen por favor {E5 dirigiéndose a sus compañeros}. Instrucciones: <leyendo> lean detenidamente el siguiente problema, dibujen lo que en él se te pide y encuentra el dato faltante. Utiliza la tabla de razones trigonométricas enfocándote únicamente en la función seno. Vamos a ver, este es el planteamiento: enCONtrar la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18 grados y ha recorrido una distancia de 10 kilómetros.
03	E1ER	Creo que deberíamos empezar por hacer el dibujo, mira tú {E1 dirigiéndose a E4 saca la regla y haz los trazos.}
04	E4ER	No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee! @@@ {E4 observando detenidamente la hoja del ejercicio}
05	E2ER	Primero vamos a dibujar un avión, así después de que dibujemos el avión, sigue el triángulo, aquí vamos a poner el ángulo que es de 18 grados.
06	E5ER	Lo que no sabemos es la altura, entonces suponiendo que el avión va aquí, en la esquina de aquí, entonces esto es lo que no sabemos, la altura.
07	E3ER	Primero traza un triángulo del tamaño que quieras, solo trázalo de manera que forme una escuadra.
08	E4ER	¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso? @@@ {los compañeros de equipo sonriendo levemente e interviniendo}

09	E3ER	Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, ¡ponte buzo compa! <exclamando> @@@@ {E3 <riendo> después de su comentario}
10	E4ER	¡Tienen razón! <exclamando> {E4 sonrojado, comenzando a trazar el triángulo rectángulo} listo, ya está, ahora pongamos los grados de elevación.
11	E1ER	Yo pienso que deben de ir aquí {E1 comenta <apuntando> hacia una parte del triángulo trazado}
12	E2ER	Pero…… (6) ¿por qué ahí? {E2 preguntando al EE, después de un breve silencio, (3) mostrando un rostro de <confusión>}
13	E3ER	Mira, es lógico, cuando un avión despega, lo hace en este sentido, pues se va a elevar {E3 tomando el dibujo y <subraya> en él, la línea donde, según EE despegaba el avión}
14	E2ER	¡Oh es ciERto! <asiente>
15	E5ER	En definitiva, creemos que aún estás tomando WIFI @@@@@ {Riendo los miembros del equipo, mostrando <alegría> por el trabajo que estaban desempeñando}
16	E4ER	Sí; pero sí sabemos cuánto ha recorrido, aquí van los 10 kilómetros y aquí tenemos la elevación que es el ángulo de 18°, entonces lo que tenemos que saber es la altura, o sea, de pasar esto que era lo del triángulo, pasarlo a la fórmula {E4 dirigiéndose al EE}
17	E3ER	Bien, ahora establecemos la distancia que ha recorrido y buscaremos la altura. {EE retomando el enfoque de la consigna, después de <bromear> un poco}
18	E1ER	En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°? {E1 cuestionando al resto del equipo}
19	E4ER	18°, con la función de seno es de 0.3090; si el triángulo está así, ¡es la parte de acá! <seguridad>

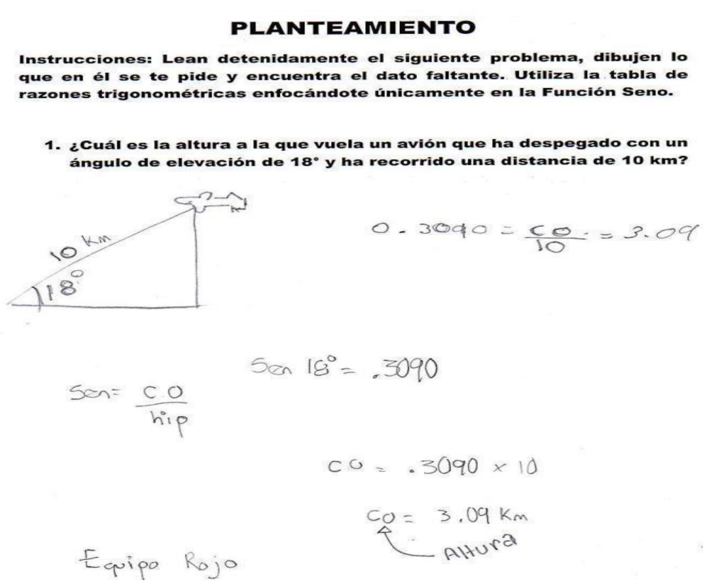
20	E3ER	¡Estás en lo correcto! <asiente> eso es el Cateto opuesto sobre hipotenusa.
21	E1ER	¡Entiendo!, entonces ya tenemos la función de seno, que es 18° y si lo checamos en nuestra tabla es 0.3090, entonces sustituimos que seno es 0.3090, lo escribimos, y los 10 kilómetros que es lo de la hipotenusa, eso es para sacar el CO o cateto opuesto {E1 ofreciendo una explicación al equipo en cuanto a los procedimientos a seguir}
22	E2ER	Estos dos de aquí, que serían la hipotenusa y el seno, se multiplican: 0.3090 por 10 {E2 <enfocándose> en todo momento en el trazo del triángulo}
23	E3ER	¡Espera!, sería nuestro cateto OPUESTO igual a 3.09 km
24	E5ER	¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura. {E5 <asiente> mostrando en su rostro <seguridad>}
25	E1ER	Entonces no estamos mal, ¡eso fue to:do! {E1 reflejando <agrado> por concluir su producción}

<final ER_14/05/2024_13:24>

Nota: Elaboración propia

Representación Visual de la Solución Propuesta por el Equipo Rojo

Figura 10. *Resultado del Trabajo del Equipo Rojo*



En la figura correspondiente al equipo rojo, se puede examinar cómo es la perspectiva del problema, cómo consideran al avión como un punto que forma parte del triángulo rectángulo y así mismo las fórmulas y procedimientos matemáticos utilizados para llegar a un resultado.

Los miembros del equipo rojo enfrentaron el desafío de calcular la altura a la que volaba un avión que había despegado con un ángulo de elevación de 18 grados y había recorrido una distancia de 10 kilómetros. Para abordar este problema, los estudiantes optaron por representar la situación mediante un triángulo rectángulo en un diagrama. En este triángulo, la hipotenusa simbolizaba la distancia recorrida por el avión, que era de 10 kilómetros, mientras que el ángulo de 18 grados se situaba entre la base del triángulo y la hipotenusa, que correspondía a la trayectoria del avión.

La incógnita que buscaban resolver era la altura a la que se encontraba el avión, representada en el triángulo como el lado opuesto al ángulo de 18 grados. Para calcular esta altura, los estudiantes recurrieron a la función seno en trigonometría. El seno del ángulo de elevación es igual al cociente entre la altura del avión y la distancia recorrida. Para hallar la altura, multiplicaron el valor de la hipotenusa por el seno del ángulo.

Al aplicar la fórmula y sustituir los valores dados—un ángulo de 18 grados y una hipotenusa de 10 kilómetros—los estudiantes obtuvieron que la altura a la que volaba el avión era de aproximadamente 3.09 kilómetros. El dibujo realizado muestra el triángulo, las fórmulas utilizadas, los pasos de despeje y, finalmente, la solución del problema, proporcionando una visualización del proceso y los resultados obtenidos.

Códigos emergentes del equipo Rojo

A continuación, se describen los códigos emergentes del equipo rojo, divididos en dos grandes categorías: estrategias discursivas y dinámicas interactivas.

Tabla 15. *Códigos emergentes del equipo rojo*

Estrategias Discursivas	
Búsqueda de claridad	Aclaración de conceptos: Línea 04: E4ER-¨ No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee! ¨-pregunta sobre cómo realizar el triángulo rectángulo. Línea 09: E3ER-¨Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no¨, aclara que las funciones trigonométricas se usan en triángulos rectángulos. (Solicitudes de explicaciones adicionales: Línea

12: E2ER- ¨Pero…… (6) ¿por qué ahí? ¨ pregunta por qué colocar el ángulo en una parte específica del triángulo.

Consultas sobre procedimientos e instrucciones: Línea 02: E5ER- ¨Escuchen por favor {E5 dirigiéndose a sus compañeros}. Instrucciones: <leyendo> lean detenidamente el siguiente problema, dibujen lo que en él se te pide y encuentra el dato faltante. Utiliza la tabla de razones trigonométricas enfocándote únicamente en la función seno. Vamos a ve: r, este es el planteamiento: enCONtrar la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18 grados y ha recorrido una distancia de 10 kilómetros. lee y aclara las instrucciones del problema al equipo. ¨

Errores y su corrección

Identificación de errores: Línea 08: E4ER-¨ ¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso? ¨ duda sobre el tipo de triángulo a dibujar.

Rectificación de errores: Línea 10: E4ER-¨ ¡Tienen razón! ¨ corrige el tipo de triángulo a rectángulo después de la intervención de E3ER.

Revisión de cálculos, razonamientos o enfoques: Línea 22: E2ER- ¨Estos dos de aquí, que serían la hipotenusa y el seno, se multiplican: 0.3090 por 10¨ revisa los cálculos multiplicando el seno por la hipotenusa.

Desarrollo de la tarea:

Planificación de pasos a seguir: Línea 05: E2ER-¨Primero vamos a dibujar un avión, así después de que dibujemos el avión, sigue el triángulo, aquí vamos a poner el ángulo que es de 18 grados¨ detalla los pasos para abordar el problema.

Distribución de responsabilidades: Línea 03: E1ER-¨ Creo que deberíamos empezar por hacer el dibujo, mira tú, dirigiéndose a E4ER quienes se encargan de trazar el triángulo y aplicar las fórmulas.

Avance progresivo en la tarea matemática: Línea 17: E3ER-¨Bien, ahora establecemos la distancia que ha recorrido y buscaremos la altura¨. El equipo retoma el enfoque de la consigna después de una broma y avanza en el cálculo de la altura.

Establecimiento de prioridades:

Identificación de aspectos clave de la tarea: Línea 18: E1ER-¨En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°? ¨ identifica la necesidad de usar la función seno.

Asignación de importancia a diferentes partes del problema: Línea 16: E4ER-¨ Sí; pero sí sabemos cuánto ha recorrido, aquí van los 10 kilómetros y aquí tenemos la elevación que es el ángulo de 18°, entonces lo que tenemos que saber es la altura, o sea, de pasar esto que era lo del triángulo, pasarlo a la fórmula¨ y el equipo se enfocan en calcular la altura como la parte crucial del problema.

Gestión del tiempo y recursos disponibles: Línea 25: E1ER-¨Entonces no estamos mal, ¡eso fue to:do!¨ El equipo concluye el problema en un tiempo adecuado, mostrando que gestionaron su tiempo eficazmente.

Aplicación de conceptos matemáticos: Línea 18: E1ER-¨En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°? ¨ aplica la función seno para calcular la altura.

Uso de conceptos matemáticos:

Utilización de teoremas, propiedades y procedimientos: Línea 19: E4ER-¨18°, con la función de seno es de 0.3090; si el triángulo está así, ¡es la parte de acá! ¨ usa el valor del seno de 18° de la tabla.

Integración de conceptos matemáticos en la resolución de problemas específicos: Línea 24: E5ER-¨ ¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura¨, integra el uso de la función seno para obtener la altura final.

	Dinámicas Interactivas
Colaboración y Explicación	Colaboración entre miembros del equipo: Línea 01-25: -¨Los miembros del equipo inician por leer de manera individual el problema, posteriormente, E5ER-¨Dirigiéndose a sus compañeros: Instrucciones: <leyendo> lean detenidamente el siguiente problema, dibujen lo que en él se te pide y encuentra el dato faltante. Utiliza la tabla de razones trigonométricas enfocándote únicamente en la función seno. Utiliza la tabla de razones trigonométricas enfocándote únicamente en la función seno. Vamos a ve:r, este es el planteamiento: enCONtrar la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18 grados y ha recorrido una distancia de 10 kilómetros¨ y así consecutivamente hasta la Línea 25: E1ER-¨ Entonces no estamos mal, ¡eso fue to:do!¨ donde las interacciones de los alumnos finalizan con la consigna y el equipo colabora activamente durante toda la resolución del problema. Explicación de ideas o estrategias: Línea 09: E3ER-¨Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, ¡ponte buzo compa!¨ explica por qué deben usar un triángulo rectángulo y Línea 21: E1ER-¨¡Entiendo!, entonces ya tenemos la función de seno, que es 18° y si lo checamos en nuestra tabla es 0.3090, entonces sustituimos que seno es 0.3090, lo escribimos, y los 10 kilómetros que es lo de la hipotenusa, eso es para sacar el CO o cateto opuesto¨ explica cómo aplicar la función seno. Ayuda mutua en la resolución de problemas: Línea 04: E4ER-¨No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee!¨ recibe ayuda de otros miembros para aclarar cómo realizar el triángulo.

Intercambio de opiniones y argumentos: Línea 08: E4ER-¨ ¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso? ¨ Debate sobre el tipo de triángulo que deben usar.

Debate y Discusión

Justificación de enfoques adoptados: Línea 09: E3ER-¨ Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, ¡ponte buzo compa¨ justifica el uso del triángulo rectángulo basado en el conocimiento previo.

Búsqueda de alternativas para abordar el problema: Línea 05-16: E2ER-¨Primero vamos a dibujar un avión, así después de que dibujemos el avión, sigue el triángulo, aquí vamos a poner el ángulo que es de 18 grados¨ y así sucesivamente entre una intervención y otra hasta la Línea 16: E4ER-¨Sí; pero sí sabemos cuánto ha recorrido, aquí van los 10 kilómetros y aquí tenemos la elevación que es el ángulo de 18°, entonces lo que tenemos que saber es la altura o sea, de pasar esto que era lo del triángulo, pasarlo a la fórmula¨. Aunque no se exploran muchas alternativas, el equipo considera la aplicación correcta de la función seno.

Exploración de Opciones

Consideración de diferentes enfoques o estrategias: Línea 18-24: Línea 18: E1ER-¨En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°? ¨, Línea 19: E4ER-¨ 18°, con la función de seno es de 0.3090; si el triángulo está así, ¡es la parte de acá! ¨, Línea 20: ER3R-¨ ¡Estás en lo correcto! <asiente> eso es el Cateto opuesto sobre hipotenusa¨, Línea 21:E1ER-¨ ¡Entiendo!, entonces ya tenemos la función de seno, que es 18° y si lo checamos en nuestra tabla es 0.3090, entonces sustituimos que seno es 0.3090, lo escribimos, y los 10 kilómetros que es lo de la hipotenusa, eso es para sacar el CO o cateto opuesto¨, Línea 22: E2ER-¨Estos dos de aquí, que serían la hipotenusa y el seno, se multiplican: 0.3090 por 10¨, Línea 23: E3ER-¨¡Espera!, sería nuestro cateto OPUESTO igual a 3.09 km¨, Línea 24:E4ER-¨¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura¨. Consideran y aplican la función seno para resolver el problema.

Evaluación de la viabilidad y efectividad de opciones: Línea 24: E4ER-¨ ¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura¨. Evaluación de la solución final (altura de 3.09 km).

Participación Activa

Contribución en actividades y discusiones: Línea 01-25: Todos los miembros contribuyen activamente en la discusión y resolución.

Involucramiento constante en el proceso de resolución de problemas: Línea 01-25: Cada miembro está involucrado durante todo el proceso.

Apoyo a los miembros del equipo para mantener una participación activa: Línea 15: E5ER-¨En definitiva, creemos que aún estás tomando WIFI. El equipo se apoya mutuamente para mantener la participación activa y positiva.

Propuestas de solución

Ideas o estrategias propuestas para resolver el problema: Línea 18: E1ER-¨En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°? ¨ propone usar la función seno para calcular la altura.

Evaluación y selección de soluciones más adecuadas: Línea 24: E5ER-¨ ¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura¨, confirma que el cálculo final (3.09 km) es correcto.

Consideración de posibles implicaciones o consecuencias de las soluciones propuestas: Línea 25: E1ER-¨Entonces no estamos mal, ¡eso

	fue to:do!¨. El equipo considera la solución final como adecuada y concluye el problema.
Aspectos emocionales o afectivos	Manifestación de preocupaciones o dudas: Línea 04: E4ER-¨No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee! ¨, muestra inseguridad sobre el tipo de triángulo. Expresión de falta de confianza en habilidades o enfoques: Línea 08: E4ER-¨ ¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso? ¨ duda sobre el enfoque correcto, pero después se muestra más seguro. Solicitud de apoyo o clarificación para superar la ansiedad: Línea 04: E4ER-¨No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee! ¨, solicita ayuda y clarificación de sus compañeros. Manifestación de seguridad en habilidades o enfoques: Línea 24: E5ER-¨ ¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura¨, muestra confianza en el cálculo final. Convicción en la viabilidad de soluciones propuestas: Línea 24: E5ER-¨ ¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura y Línea 25: E1ER-¨ Entonces no estamos mal, ¡eso fue to:do!¨ confirman que la solución es viable. Expresión de confianza en la capacidad del equipo para resolver el problema: Línea 25: E1ER-¨ Entonces no estamos mal, ¡eso fue to:do! {E1 reflejando <agrado> por concluir su producción}. El equipo expresa satisfacción y confianza en su resolución final

Nota: Elaboración propia

Descripción de Estrategias Discursivas del Equipo Rojo

Las estrategias discursivas en la resolución de problemas matemáticos ayudaron al equipo rojo para el desarrollo del trabajo en equipo y la correcta aplicación de conceptos trigonométricos. A continuación, se describen diversas estrategias que se emplearon durante el trabajo en equipo.

En cuanto a la búsqueda de claridad, se destacan varias acciones. Por ejemplo, la aclaración de conceptos, como en la línea 04: "No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan", aquí E4ER pregunta sobre cómo realizar un triángulo rectángulo, y en la línea 09, donde E3ER afirma: -¨Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, ¡ponte buzo compa!¨, aquí el estudiante aclara que las funciones trigonométricas se aplican en este tipo de triángulos. También hay solicitudes de explicaciones adicionales, como en la línea 12, cuando E2ER-¨Pero…… (6) ¿por qué ahí? ¨, pregunta por qué colocar el ángulo en una parte específica del triángulo. Asimismo, las consultas sobre procedimientos e instrucciones son frecuentes, como en la línea 02, donde E5ER-¨Escuchen por favor {E5 dirigiéndose a sus compañeros}. Instrucciones: <leyendo> lean detenidamente el siguiente problema, dibujen lo que en él se te pide y encuentra el dato faltante. Utiliza la tabla de razones trigonométricas enfocándote únicamente en la función seno. Vamos a ve:r, este es el planteamiento: enCONtrar la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18 grados y ha recorrido una distancia de 10 kilómetros¨. lee y aclara las instrucciones del problema al equipo.

Otro aspecto es la gestión de errores y su corrección. En la línea 08, E4ER-¨ ¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso? ¨, identifica una duda sobre el tipo de triángulo a dibujar. Posteriormente, en la línea 10, E4ER rectifica el error tras la intervención de E3ER, cambiando el tipo de triángulo a rectángulo. Además, en la línea 22, E2ER-¨Estos dos de aquí, que serían la hipotenusa y el seno, se multiplican: 0.3090 por 10¨, revisa los cálculos al multiplicar el seno por la hipotenusa, lo que resalta la importancia de la revisión constante.

El desarrollo de la tarea también siguió un enfoque estratégico. En la línea 05, E2ER-¨Primero vamos a dibujar un avión, así después de que dibujemos el avión, sigue el triángulo, aquí vamos a poner el ángulo que es de 18 grados¨, planifica los pasos a seguir, detallando cómo abordar el problema. La distribución de responsabilidades es visible en la línea 03, cuando E1ER-¨ Creo que deberíamos empezar por hacer el dibujo, mira tú ¨y Línea 4: E4ER-¨No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee! ¨, se encargan de trazar el triángulo y aplicar las fórmulas correspondientes. A medida que avanza la tarea, en la línea 17: E3ER-¨Bien, ahora establecemos la distancia que ha recorrido y buscaremos la altura¨, el equipo retoma el enfoque de la consigna y avanza en el cálculo de la altura después de una broma.

Por otro lado, el establecimiento de prioridades permitió a los estudiantes concentrarse en los aspectos clave de la tarea. En la línea 18, E1ER-¨En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo.

¿Cuál es el ángulo de 18°? ¨, identifica la necesidad de utilizar la función seno, mientras que en la línea 16, E4ER-¨Sí; pero sí sabemos cuánto ha recorrido, aquí van los 10 kilómetros y aquí tenemos la elevación que es el ángulo de 18°, entonces lo que tenemos que saber es la altura, o sea, de pasar esto que era lo del triángulo, pasarlo a la fórmula¨ y el equipo se enfocan en calcular la altura como la parte crucial del problema. En la línea 25, E1ER-¨Entonces no estamos mal, ¡eso fue to:do! ¨ se evidencia una buena gestión del tiempo y los recursos disponibles, ya que el equipo concluye el problema de manera adecuada.

Finalmente, el uso de conceptos matemáticos fue empleado para la resolución del problema. En la línea 18, E1ER-¨En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°? ¨, aplica la función seno para calcular la altura.

Posteriormente, en la línea 19, E4ER-¨ 18°, con la función de seno es de 0.3090; si el triángulo está así, ¡es la parte de acá! ¨ utiliza el valor del seno de 18° extraído de la tabla. En la línea 24, E5ER-¨ ¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura¨, demuestra una integración de conceptos matemáticos al emplear la función seno para obtener la altura final.

En resumen, las estrategias discursivas construidas por el equipo rojo les permitieron clarificar conceptos, corregir errores, avanzar en la tarea de manera planificada, establecer prioridades y aplicar eficazmente los conocimientos matemáticos necesarios para resolver problemas.

Descripción de Dinámicas Interactivas del Equipo Rojo

Las dinámicas interactivas que los estudiantes del equipo rojo desarrollaron durante la resolución del problema reflejaron colaboración, debate y participación activa entre los miembros del equipo, lo que les permitió avanzar hacia la solución del problema.

En cuanto a la colaboración y explicación, el equipo colaboró activamente a lo largo de todo el proceso, desde la línea 01 hasta la 25. Los miembros intercambiaron explicaciones constantemente, como cuando en la línea 09, E3ER-¨Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, ¡ponte buzo compa!¨, explicó la necesidad de usar un triángulo rectángulo, y en la línea 21, E1ER-¨¡Entiendo!, entonces ya tenemos la función de seno, que es 18° y si lo checamos en nuestra tabla es 0.3090, entonces sustituimos que seno es 0.3090, lo escribimos, y los 10 kilómetros que es lo de la hipotenusa, eso es para sacar el CO o cateto opuesto¨, detalló cómo aplicar la función seno. Esta dinámica incluyó también un apoyo mutuo, como en la línea 04, cuando E4ER-¨No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee! ¨ recibió ayuda de sus compañeros para aclarar cómo realizar el triángulo correctamente.

El debate y la discusión formaron parte importante de la interacción grupal. En la línea 08, E4ER-¨ ¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso? ¨ surgió un debate sobre el tipo de triángulo que debían usar, lo que generó un intercambio de opiniones. E3ER-¨Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, ¡ponte buzo compa¨ justificó en la línea 09 el uso del triángulo rectángulo, basándose en su conocimiento previo y apoyando su argumento con fundamentos matemáticos.

Durante la exploración de opciones, aunque no se consideraron muchas alternativas, el equipo se enfocó en aplicar correctamente la función seno para resolver el problema, como se observó entre las líneas 05 y 16. En las líneas 18 a 24, el grupo consideró diferentes enfoques y, finalmente, decidió aplicar la función seno. La evaluación de la solución final, en la línea 24, ¡E5ER-¨ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura¨, mostró que el equipo concluyó que el cálculo de la altura (3.09 km) era el correcto y viable.

La participación activa de todos los miembros fue evidente a lo largo de todo el proceso. Desde la línea 01 hasta la 25, cada uno de ellos contribuyó con ideas y comentarios. Además, en la línea 15, el equipo demostró apoyo mutuo para mantener una participación constante y positiva, lo que ayudó a que cada miembro estuviera comprometido con la resolución del problema.

Las propuestas de solución fueron claves en el desarrollo de la tarea. En la línea 18, E1ER-¨En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno, entonces si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa, por lo que, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, tendríamos que usar también la tabla para saberlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°? ¨, sugirió el uso de la función seno para calcular la altura, lo que fue aceptado y utilizado por el grupo. Posteriormente, en la línea 24, E5ER-¨Entonces no estamos mal, ¡eso fue to:do! ¨, confirmó que el cálculo de 3.09 km era correcto, lo que llevó al equipo a considerar la solución como viable y adecuada en la línea 25.

Los aspectos emocionales o afectivos también estuvieron presentes en la interacción del equipo. En la línea 04, E4ER-¨No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee! ¨, manifestó inseguridad sobre el tipo de triángulo, lo que mostró una falta de confianza inicial. Sin embargo, tras recibir ayuda y clarificación, E4ER-¨ ¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso? ¨, ganó seguridad en el enfoque, como se observó en la línea 08. A lo largo del proceso, se evidenció cómo los miembros solicitaron apoyo cuando fue necesario, como en la línea 04, y, finalmente, mostraron seguridad en la solución, con E5ER-¨ ¡ExActo!, sólo era necesario multiplicar la función del seno por la hipotenusa, que ambos datos ya lo teníamos, que era 3.09 km, esa es la altura, expresando confianza en el cálculo final en la línea 24. Al concluir el problema en la línea 25- ¨Reflejaron agrado al concluir su producción¨, el equipo manifestó satisfacción y confianza en su capacidad para resolverlo correctamente.

En conjunto, estas dinámicas interactivas revelaron un equipo comprometido, colaborativo y capaz de superar los desafíos matemáticos mediante la discusión, el apoyo mutuo y la aplicación de sus conocimientos.

Análisis de las Estrategias Discursivas y Dinámicas Interactivas del Equipo Rojo

El trabajo del equipo Rojo fue el resultado de la interacción espontánea entre sus miembros dentro del contexto particular del estudio, con fortalezas y áreas de mejora que surgieron a partir de dicha interacción. Las estrategias y dinámicas no fueron predefinidas, sino que emergieron de manera natural durante la resolución de la tarea, reflejando un enfoque colaborativo caracterizado por la igualdad y el involucramiento mutuo. Esta cohesión espontánea facilitó no solo la resolución del problema, sino también el crecimiento cognitivo y personal de los integrantes, fortaleciendo sus habilidades para trabajar en equipo de manera efectiva. Los resultados observados fueron un reflejo directo de las relaciones y el entorno en el que se desarrolló la actividad.

Una de las principales fortalezas del equipo rojo fue la participación activa de todos sus miembros y la emergencia de un liderazgo temporal y distribuido. El liderazgo temporal en este estudio, se caracteriza por su dinamismo y flexibilidad, permitiendo que diferentes miembros del grupo asuman roles de liderazgo en momentos clave, en función de las necesidades del equipo y las circunstancias particulares de la tarea. En lugar de depender de una sola persona, el liderazgo temporal surge y cambia según las contribuciones de los diversos integrantes, promoviendo un entorno colaborativo y equitativo.

El equipo rojo ejemplifica este estilo de liderazgo emergente que desarrollan distintos miembros que toman la iniciativa en diferentes momentos para guiar la resolución del problema. Por ejemplo, E1ER propuso realizar un dibujo, diciendo: "Creo que deberíamos empezar por hacer el dibujo, mira tú", un primer paso crucial que el grupo aceptó sin objeciones, estableciendo así una dirección clara para el trabajo en conjunto. Más adelante, E1ER subrayó la importancia de seguir las instrucciones y utilizar la función trigonométrica adecuada, orientando nuevamente al equipo hacia la solución correcta: "En este caso, al releer las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno. Si tenemos la altura, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa. Por lo tanto, si queremos saber cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 18° y ha recorrido una distancia de 10 metros, también tendríamos que usar la tabla para averiguarlo. ¿Cuál es el ángulo de 18°?" Esta intervención reafirmó la necesidad de seguir las instrucciones específicas del ejercicio, destacando la función seno como el método adecuado para resolver el problema. Esta acción permitió al grupo avanzar de manera coordinada, ya que todos coincidieron en que la función trigonométrica sería la herramienta fundamental para encontrar la solución.

Posteriormente, ante la duda de otro miembro del equipo, E3ER asumió el liderazgo y explicó a su compañero: ¨Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, ¡ponte buzo compa! Con esto, recordó la importancia de trabajar con triángulos rectángulos, ya que las funciones trigonométricas solo se aplican a este tipo de figuras.

Este enfoque de liderazgo resulta particularmente útil en entornos colaborativos donde el conocimiento y la experiencia varían entre los miembros. Al permitir que el liderazgo cambie de manos según las necesidades, el equipo puede aprovechar las fortalezas individuales de cada miembro, promoviendo un enfoque inclusivo y eficiente para la toma de decisiones y la resolución de problemas.

Cada miembro contribuyó en el trabajo, como se evidenció en los momentos en que intercambiaron explicaciones, se apoyaron y lograron resolver el problema. Un ejemplo fue cuando un miembro recibió apoyo para aclarar dudas sobre el triángulo, y otros miembros justificaron y explicaron decisiones cruciales. Esta interacción reflejó un entorno colaborativo en el que se valoraron las ideas de todos, demostrando la capacidad del equipo para integrar el conocimiento colectivo y aplicarlo en la resolución de problemas.

Además, la retroalimentación continua y el intercambio constante de estrategias, como el debate sobre el tipo de triángulo a utilizar, contribuyeron a la construcción de un espacio de resolución conjunto. Esta dinámica permitió al equipo negociar opciones, refinar enfoques y llegar a una solución efectiva, como en la aplicación de la función seno.

El involucramiento mutuo facilitó la creación de soluciones más efectivas y fomentó una mayor internalización del conocimiento, generando un aprendizaje que trascendió la tarea inmediata. Por ejemplo E4ER-¨No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan ¡heee!¨, cuando expresa inicialmente inseguridad respecto a cómo trazar el triángulo

(04), Esta duda genera un momento de reflexión, que se resuelve gracias a la explicación de E3ER que ya se había mencionado: ¨Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos, en los de otro tipo no, , esta explicación es aceptada por E4ER-¨ ¡Tienen razón!¨,con una actitud abierta a la corrección. De manera similar, E2ER-¨Pero...... (6) ¿por qué ahí? ¨, quien manifiesta confusión sobre la posición del ángulo en el triángulo trazado (12).

Este cuestionamiento provoca una aclaración por parte de E3ER-¨Mira, es lógico, cuando un avión despega, lo hace en este sentido, pues se va a elevar¨, quien ofrece una explicación lógica basada en el despegue del avión (13). E2ER-¨ ¡Oh es ciERto!¨, tras recibir esta información, reconoce su error (14), lo que refleja cómo el intercambio de ideas dentro del grupo contribuye a despejar las incertidumbres.

No obstante, se identificaron algunas oportunidades de mejora. A pesar de que el patrón predominante fue colaborativo, en ciertos momentos algunos miembros asumieron roles más dominantes. En particular, algunos tuvieron mayor protagonismo en la explicación de aspectos clave, mientras otros mostraron inseguridades en varios momentos.

Este desequilibrio en la participación es un área que habría requerido atención para mejorar la distribución de roles y la cohesión grupal. A pesar de este leve desequilibrio, la reciprocidad en la interacción permaneció alta. Los miembros más activos no sólo propusieron soluciones, sino que también incentivaron la participación de los demás al explicar y justificar sus enfoques. Esta dinámica evitó que algún integrante quedará pasivo o desconectado del proceso.

Otro aspecto emergente en el equipo fue el manejo de las emociones. Las preocupaciones o inseguridades de algunos miembros fueron abordadas rápidamente por el resto, lo que ayudó a mantener un ambiente de trabajo seguro y confiado. Este apoyo emocional fue un factor fundamental en el éxito del equipo, creando un entorno positivo en el que no solo se centraron en la tarea, sino también en el bienestar mutuo.

En resumen, el equipo rojo demostró un potencial colaborativo significativo, caracterizado por una alta participación y una retroalimentación constructiva constante, tal cual lo describen Collantes-Rodriguez y Benavides-Carranza (2023). A lo largo de la tarea, el intercambio de ideas y el apoyo mutuo fueron elementos que impulsaron el progreso hacia la resolución del problema. El equipo no solo logró integrar de manera las contribuciones individuales, sino que también creó un ambiente en el que cada miembro se sintió valorado, lo que fortaleció el sentido de cohesión y pertenencia.

A pesar de las fortalezas observadas, surgió un área de oportunidad: la necesidad de hacer sentir a todos los integrantes del equipo que podían asumir el liderazgo temporal. Como señalan

Moraza-Quispe et al. (2024), en su estudio sobre el impacto del trabajo colaborativo en estudiantes de Educación Básica Regular, una distribución equilibrada de los roles en el equipo favorece tanto la participación activa de todos los integrantes como el desarrollo de habilidades clave. En algunos momentos, ciertos miembros asumieron un liderazgo temporal, lo cual, como explican Cruz-Morales y Guevara Valdez (2024) en su intervención sobre este mismo tema, no solo habría fomentado una mayor equidad en la participación, sino que también habría potenciado el crecimiento de habilidades de liderazgo en todos los participantes.

En futuros contextos, sería recomendable promover un entorno en el que todos los miembros del equipo se sientan empoderados para contribuir de manera significativa. La confianza en el propio conocimiento, junto con la capacidad de involucrarse activamente en las tareas, son factores esenciales para el éxito del trabajo en equipo. Si el equipo logra que cada integrante se sienta cómodo tanto liderando como colaborando, se crearán mayores oportunidades de aprendizaje y crecimiento conjunto, fortaleciendo tanto las dinámicas internas del equipo como el desarrollo individual de sus miembros.

En definitiva, aspectos como la comunicación abierta y la retroalimentación continua, al tiempo que se trabaja en la distribución de roles y el empoderamiento individual, habría permitido al equipo alcanzar un nivel aún mayor de cohesión y eficacia. De esta manera, el equipo no solo sería más eficiente en la resolución de problemas, sino que también potenciaría el desarrollo personal y colectivo, logrando un entorno de aprendizaje cooperativo y equilibrado.

Resultados del Equipo Morado

Transcripción de las Interacciones del Equipo Morado

El equipo morado demostró algunas habilidades efectivas en estrategias discursivas y dinámicas interactivas, lo que les permitió resolver el problema trigonométrico. La claridad en la comunicación, la habilidad para corregir errores y el liderazgo de algunos miembros del equipo fueron aspectos sobresalientes que potenciaron su trabajo en equipo. No obstante, también se identificaron áreas de oportunidad, como la gestión de debates y la promoción de una mayor ayuda mutua que podrían haber optimizado aún más su desempeño.

Tabla 16. *Equipo Morado*

<inicio EM_16/05/2024_13:02>

01	E2EM	¡Un volado!, {E2 <proponiendo> al comienzo de la actividad} para ver quien lee lo que vamos a hacer, ¿sale? {E2 (2) aguardando se efectúe el volado}

02	E4EM	¡Bien!, me tocó a mí, escuchen todos porqué sólo lo leeré una vez. {E4 enuncia a sus compañeros con un tono de convicción}. <leyendo>Lean detenidamente el siguiente problema, dibuja lo que en él se te pide y encuentra el dato faltante. Utiliza la tabla de razones trigonométricas enfocándote únicamente en la función seno. ¿Cuál es la altura, a la que ha despegado un avión, con un ángulo de elevación de 20 grados, si ha recorrido una distancia de 12 kilómetros?
03	E2EM	Ahora alguno de ustedes compañeros, tracen lo que sería el planteamiento del problema {E2 enfocándose en el resto del equipo} =
04	E5EM	= ¡Yo, yo, yo lo hago! {E5 interrumpiendo a E2}
05	E3EM	¿Qué estás haciendo? {E3 cuestiona a E5 al ver cómo iniciaba con el trazo}
06	E5EM	Una caRREtera. <exclamando>
07	E1EM	¿Para qué? {E1 pregunta a E5 <curioso> por encontrarle una utilidad}
08	E5EM	Para que salga corriendo y para que desp::egue. Me refiero a que con la misma velocidad que tiene el avión cuando va como si fuera carro, al alzar las llantas va despegando.
09	E1EM	¡Oooooh, ya vEo! Las alas del avión, la base del avión. <riendo> @@@@ nunca pensé en eso.
10	EE	{EE observando atentos a su compañero hacer el dibujo…. (5)}
11	E2EM	Oigan, tengo una duda {E2 <enfatizando> al momento de terminar el trazo} yo nunca he volado en avión, pero ¿influirá el peso del fuselaje del avión al momento de elevarse y formar el ángulo de elevación? <interesado>
12	E4EM	Hay, ¡pero qué cosas preguntas! {E4 respondiendo a E2 sobre su comentario} De eso no trata el trabajo {E4 <aclarando>}
13	E3EM	No, mira (.) {E3 explicando a E2} los aviones se diseñan de manera tal que no pesen y se puedan elevar con facilidad, es como los papalotes, si fueran pesados no volarían
14	E4EM	Aaaah, ¡pues sí! <añade>
15	E5EM	En este triángulo, van aquí los 90 grados, ¿y dónde está el ángulo de elevación?
16	E1EM	Donde se une, dónde va a despegar el avión, el ángulo donde va levantándose el avión. {E1 <ubicándose> en el dibujo realizado}

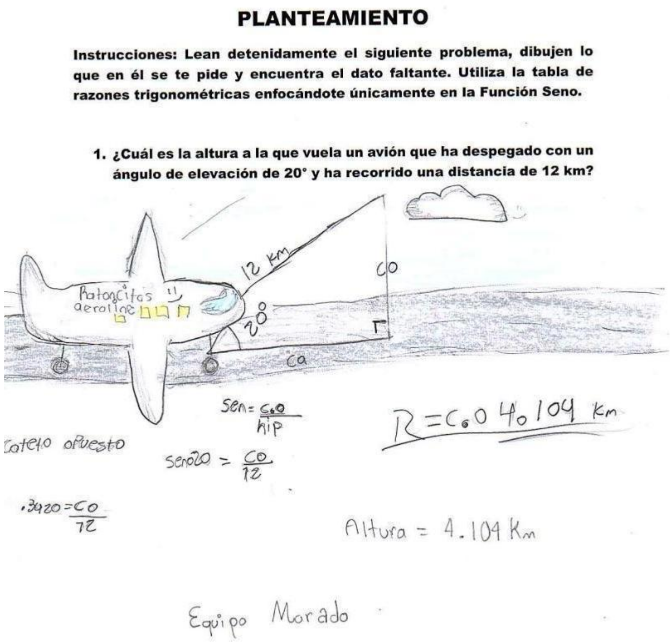
17	E4EM	Más bien sería dentro del triángulo, <añadiendo> porque cuando va despegando, va haciendo una línea diagonal…. (5) {E4 <señalando> el trazo} Ahí, entonces, es en el triángulo donde se va elevando el avión, ahí va el ángulo que es, ¡aQuí! <exclamando>
18	E3EM	El ángulo es de 20, mmm (3), de 20- 20 grados. Déjame poner 20 grados acá.
19	E2EM	Ahora sigue establecer los kilómetros que se miden en la base del triángulo que corresponde al ángulo que nos indica el ejercicio.
20	E4EM	Los 12 kilómetros van en la hipotenusa, porque es el ángulo de elevación al que va, y la hipotenusa es la diagonal, por lo tanto, está así.
21	E1EM	Entonces, ¿qué estamos buscando? {E1 muestra <confusión> y pregunta al resto del equipo}
22	E5EM	Estamos buscando el cateto opuesto, que es el lado que está aquí,{E5 se dirige a E1 <indicando> directamente al triángulo} porque la hipotenusa ya la tenemos, que es 12. Ahora tenemos que poner los datos en la fórmula; seno es igual al cateto opuesto entre 12. El seno de 20° es 0.3584.
23	E1EM	¿No me acuerdo? Recuérdenme {E1 solicitando una aclaración del proceso matemático}
24	E4EM	Multiplicas hipotenusa por seno y lo divides entre el CO, recuerda las fórmulas trigonométricas que estudiamos con anterioridad. {E4 utilizando el lenguaje matemático <involucrando> a E1 en la resolución de la actividad}
25	E3EM	¿Y cuál es el número del CO?, ¿El CO no tiene número?, o ¿Cuál es el resultado que estamos buscando?
26	E4EM	Así es, ahora la operación que se hace es MULTIPLICAR el seno por la hipotenusa. El resultado que va a ser (4) igual a 4.104 {El resto de los compañeros del equipo <confrontando> la operación en sus calculadoras}
27	E5EM	Por lo que la altura a la que el avión vuela es de 4.104 kilómetros. {E5 festejando el término de su trabajo <aplaudiendo>}

<final EM_16/05/2024_13:26>

Nota: Elaboración propia

Representación visual de la solución propuesta por el equipo Morado

Figura 11. *Producto del Equipo Morado*



En el resultado del equipo morado, que muestra esta figura, se destaca una ubicación diferente, tanto del avión, como del triángulo. Este equipo hizo visible el ángulo de elevación sobre el cual despega el avión; así como los procedimientos seguidos para formalizar la información.

Para resolver el problema de determinar la altura a la que ha despegado un avión con un ángulo de elevación de 20 grados y una distancia recorrida de 12 kilómetros, los estudiantes del equipo morado abordaron el ejercicio de manera constante, evitando distraerse. Comenzaron por ilustrar el problema mediante un triángulo rectángulo, donde la hipotenusa representa la distancia recorrida por el avión, establecida en 12 kilómetros. El ángulo de 20 grados se forma entre la base del triángulo y la hipotenusa, la cual define la trayectoria del avión. La altura que se busca, o la distancia vertical desde el punto de despegue hasta la proyección en el suelo, se encuentra opuesta al ángulo de elevación.

Para encontrar esta altura, los estudiantes aplicaron la función seno, un concepto fundamental en trigonometría. En un triángulo rectángulo, el seno de un ángulo se define como el cociente entre la longitud del lado opuesto al ángulo y la longitud de la hipotenusa. Usando la fórmula del seno, los estudiantes calcularon la altura multiplicando la hipotenusa por el valor del seno del ángulo de elevación. Primero determinaron el seno de 20 grados, que es aproximadamente 0.342, y luego multiplicaron este valor por la hipotenusa de 12 kilómetros.

El resultado de este cálculo es que la altura a la que el avión ha despegado es aproximadamente 4.10 kilómetros. Los estudiantes, de manera humorística, denominaron al avión "Aerolíneas Ratoncito" en sus cálculos. El trabajo final incluyó un dibujo detallado del triángulo, las fórmulas empleadas, y el proceso de despeje y cálculo, lo que permitió una clara visualización y comprensión del método utilizado para obtener la solución. Este enfoque estructurado no solo facilitó la resolución del problema, sino que también demostró la aplicación práctica de conceptos trigonométricos básicos.

Códigos emergentes del Equipo Morado

A continuación, se describen los códigos emergentes del equipo morado, divididos en dos grandes categorías: estrategias discursivas y dinámicas interactivas.

Tabla 17. *Códigos emergentes del equipo Morado*

Estrategias Discursivas	
Búsqueda de claridad	Aclaración de conceptos. Línea 13: E3EM-¨No, mira (.) {E3 explicando a E2} los aviones se diseñan de manera tal que no pesen y se puedan elevar con facilidad, es como los papalotes, si fueran pesados no volarían¨, explica el diseño de los aviones a E2EM, comparándolos con papalotes para aclarar su ligereza y facilidad de elevación. Solicitudes de explicaciones adicionales. Línea 23: E1EM-¨ ¿No me acuerdo? Recuérdenme¨, pide que le recuerden el proceso matemático, solicitando una aclaración del procedimiento trigonométrico
Errores y su corrección	Identificación de errores. Línea 25: E3EM-¨ ¿Y cuál es el número del CO?, ¿El CO no tiene número?, o ¿es el resultado que estamos buscando? ¨, pregunta sobre la numeración del CO (cateto opuesto), identificando una posible confusión en el proceso. Rectificación de errores. Línea 26: E4EM-¨Así es, ahora la operación que se hace es MULTIPLICAR el seno por la hipotenusa. El resultado que va a ser (4) igual a 4.104¨, corrige y aclara la operación matemática necesaria, subrayando el uso correcto de la fórmula trigonométrica

Desarrollo de la tarea	Planificación de pasos a seguir. Línea 19: E2EM-¨Ahora sigue establecer los kilómetros que se miden en la base del triángulo que corresponde al ángulo que nos indica el ejercicio¨, indica que deben establecer los kilómetros en la base del triángulo, guiando al equipo en el siguiente paso del problema.
Uso de conceptos matemáticos	Aplicación de conceptos matemáticos. Línea 24: E4EM-¨Multiplicas hipotenusa por seno y lo divides entre el CO, recuerda las fórmulas trigonométricas que estudiamos con anterioridad¨, involucra a E1EM utilizando el lenguaje matemático correcto para resolver la actividad.
	Dinámicas Interactivas
Colaboración y Explicación	Colaboración entre miembros del equipo. Línea 27: E5EM-¨Por lo que la altura a la que el avión vuela es de 4.104 kilómetros¨. resume el resultado final con la altura a la que el avión vuela, celebrando el logro del equipo. Explicación de ideas o estrategias. Línea 22: E5EM-¨ Estamos buscando el cateto opuesto, que es el lado que está aquí, {E5 se dirige a E1 <indicando> directamente al triángulo} porque la hipotenusa ya la tenemos, que es 12. Ahora tenemos que poner los datos en la fórmula; seno es igual al cateto opuesto entre 12. El seno de 20° es 0.3584¨, explica el proceso para encontrar el cateto opuesto, guiando al equipo en la utilización de la fórmula trigonométrica.
Debate y Discusión	Justificación de enfoques adoptados. Línea 12: E4EM-¨Ay, ¡pero qué cosas preguntas! {E4 respondiendo a E2 sobre su comentario} De eso no trata el trabajo¨, aclara que la pregunta de E2EM no está relacionada con el trabajo actual, enfocando al equipo en la tarea.

Exploración de Opciones	Consideración de diferentes enfoques o estrategias. Línea 15: E5EM-¨En este triángulo, van aquí los 90 grados, ¿y dónde está el ángulo de elevación? ¨, pregunta sobre la ubicación del ángulo de elevación en el triángulo, lo que provoca que el equipo explore distintas formas de representarlo
Participación Activa	Contribución en actividades y discusiones. Línea 16: E1EM-¨Dónde se une, dónde va a despegar el avión, el ángulo donde va levantándose el avión¨, participa activamente al señalar en el dibujo la ubicación del ángulo de elevación.
Aspectos emocionales o afectivos	Expresión de confianza/seguridad. Convicción en la viabilidad de soluciones propuestas. Línea 26: E4EM-¨Así es, ahora la operación que se hace es MULTIPLICAR el seno por la hipotenusa. El resultado que va a ser (4) igual a 4.104¨, muestra confianza al realizar y confirmar la operación matemática, asegurándose de que el resultado es correcto.
Liderazgo y dirección	Organización de tareas o asignación de roles: Línea 03: E2EM-¨Ahora alguno de ustedes compañeros, tracen lo que sería el planteamiento del problema¨, toma la iniciativa al pedir a algún compañero que trace el planteamiento del problema, asignando roles en el equipo.

Nota: Elaboración propia

Descripción de Estrategias Discursivas del Equipo Morado

El equipo morado utilizó diversas estrategias discursivas para facilitar la resolución del problema, entre las cuales se destacó la búsqueda de claridad en la explicación de conceptos. Por ejemplo, E3EM-¨No, mira; los aviones se diseñan de manera tal que no pesen y se puedan elevar con facilidad, es como los papalotes, si fueran pesados no volarían¨. explicó el diseño de los aviones a E2EM, comparándolos con papalotes para aclarar su ligereza y facilidad de elevación. Además, E1EM solicitó una explicación adicional en la línea 23-¨ ¿No me acuerdo? Recuérdenme¨, pidiendo que le recordaran el proceso matemático, en específico el procedimiento trigonométrico, para asegurar una mejor comprensión.

Durante el proceso, también se abordaron errores y su corrección. E3EM-¨ ¿Y cuál es el número del CO?, ¿El CO no tiene número?, o ¿es el resultado que estamos buscando? ¨, identificó un posible error en la línea 25, al preguntar sobre la numeración del cateto opuesto (CO), lo que generó confusión en el equipo. Posteriormente, E4EM -¨ Así es, ahora la operación que se hace es MULTIPLICAR el seno por la hipotenusa. El resultado que va a ser (4) igual a 4.104 ¨, corrigió este error en la línea 26, aclarando la operación matemática necesaria y enfatizando el uso correcto de la fórmula trigonométrica.

En cuanto al desarrollo de la tarea, E2EM tomó la iniciativa en la planificación de los pasos a seguir, sugiriendo que debían establecer los kilómetros en la base del triángulo, lo que ayudó a guiar al equipo en el siguiente paso del problema. Finalmente, el uso de conceptos matemáticos fue crucial en la interacción del equipo. En la línea 24, E4EM-¨Multiplicas hipotenusa por seno y lo divides entre el CO, recuerda las fórmulas trigonométricas que estudiamos con anterioridad¨, involucró a E1EM en la resolución de la actividad utilizando el lenguaje matemático correcto, lo que contribuyó a un enfoque más preciso y eficiente en la solución del problema.

Descripción de Dinámicas Interactivas del Equipo Morado

En las dinámicas interactivas del equipo, la colaboración y la explicación jugaron un papel clave para avanzar en la resolución del problema. Un ejemplo de esta colaboración se observó en la línea 27, cuando E5EM-¨Por lo que la altura a la que el avión vuela es de 4.104 kilómetros¨, resumió el resultado final indicando la altura a la que el avión volaba, celebrando el logro colectivo y fomentando un ambiente de trabajo en equipo. Además, en la línea 22, E5EM-¨Estamos buscando el cateto opuesto, que es el lado que está aquí, porque la hipotenusa ya la tenemos, que es 12. Ahora tenemos que poner los datos en la fórmula; seno es igual al cateto opuesto entre 12. El seno de 20° es 0.3584¨, explicó el proceso para encontrar el cateto opuesto, guiando al equipo en la correcta aplicación de la fórmula trigonométrica y asegurando que todos comprendieran el procedimiento.

El debate y la discusión también formaron parte importante de la interacción del equipo. En la línea 12, E4EM-¨Ay, ¡pero qué cosas preguntas! ¨, justificó el enfoque adoptado al aclarar que la pregunta de E2EM no estaba relacionada con el trabajo actual, lo que ayudó a mantener al equipo concentrado en la tarea. Asimismo, el equipo exploró distintas opciones para abordar el problema, como se evidenció en la línea 15, cuando E5EM -¨En este triángulo, van aquí los 90 grados, ¿y dónde está el ángulo de elevación? ¨, preguntó sobre la ubicación del ángulo de elevación en el triángulo, lo que provocó una reflexión grupal sobre diferentes maneras de representarlo y posibles soluciones.

La participación activa de los miembros fue evidente en diversas ocasiones. En la línea 16, E1EM -¨Dónde se une, dónde va a despegar el avión, el ángulo donde va levantándose el avión¨, contribuyó de manera significativa al señalar en el dibujo la ubicación del ángulo de elevación, mostrando un fuerte involucramiento en la actividad.

Además de la participación activa, también surgieron aspectos emocionales dentro de la dinámica grupal. En la línea 26, E4EM-¨ Así es, ahora la operación que se hace es MULTIPLICAR el seno por la hipotenusa. El resultado que va a ser (4) igual a 4.104 ¨, demostró confianza y seguridad al realizar y confirmar la operación matemática, asegurándose de que el resultado era correcto y transmitiendo tranquilidad al equipo.

Finalmente, las dinámicas de liderazgo y dirección también fueron fundamentales para el éxito del equipo. En la línea 3, E2EM-¨ Ahora alguno de ustedes compañeros, tracen lo que sería el planteamiento del problema¨, asumió un rol de liderazgo dominante/ técnico, al pedir a un compañero que trazara el planteamiento del problema, asignando roles de manera efectiva y ayudando a que el equipo se mantuviera enfocado y organizado en su tarea.

Análisis de las Estrategias Discursivas y Dinámicas Interactivas del Equipo Morado

El trabajo del equipo Morado fue el resultado de la interacción entre sus miembros dentro del contexto particular del estudio, con fortalezas y áreas de mejora que surgieron a partir de dicha interacción. Las estrategias discursivas y dinámicas no fueron predefinidas, sino que emergieron de manera natural a medida que avanzaban en la resolución de la tarea. A través de este proceso, el equipo se destacó en la solución del problema asignado, mostrando tanto fortalezas como áreas de oportunidad que, de haberse abordado, podrían haber optimizado aún más su rendimiento.

Una de las principales fortalezas del equipo morado fue la participación activa de todos sus miembros y el liderazgo dominante y técnico, caracterizado por el desarrollo de roles de liderazgo de diferentes miembros del grupo, según las necesidades del equipo y las circunstancias de la tarea. En lugar de depender de una sola persona, el liderazgo surgió y cambió en función de las contribuciones de los diversos integrantes, promoviendo un entorno colaborativo y activo con equilibrio en la guía y decisiones.

En la primera intervención, uno de los integrantes (E2EM) propuso realizar un volado para decidir quién leería las instrucciones del ejercicio. Este método, aunque simple, evitó posibles disputas sobre quién debería asumir esa responsabilidad, facilitando un acuerdo inicial sin fricciones. La aceptación de la propuesta por parte del resto del equipo, especialmente de E4EM, quien finalmente leyó las instrucciones, demostró una disposición favorable a seguir mecanismos equitativos para la distribución de tareas. Este acto no sólo ilustró la importancia de tener procedimientos claros y aceptados por todos, sino que también mostró cómo un pequeño gesto puede generar un ambiente de colaboración desde el principio.

La distribución de tareas continuó a lo largo de la interacción, con miembros del equipo asumiendo voluntariamente roles de liderazgo temporal sin que surgieran conflictos. Por ejemplo, después de la lectura del problema, E2EM sugirió que alguien del grupo trazara el planteamiento del mismo, y E5EM respondió rápidamente con entusiasmo. Esta distribución espontánea de tareas reflejó la capacidad del grupo para reconocer oportunidades de participación activa. Aunque E5EM interrumpió a E2EM para tomar la tarea, el grupo no objetó su entusiasmo, sugiriendo una confianza implícita entre los miembros para asumir roles en función de sus capacidades o deseos en ese momento.

A medida que el equipo avanzó en la resolución del problema matemático, se observó una colaboración activa, con todos los miembros contribuyendo significativamente. E1EM, por ejemplo, mostró confusión en la línea 21, pero fue rápidamente asistido por E4EM y E5EM, quienes le explicaron el proceso y los pasos a seguir. Este tipo de interacción reveló la emergencia de un tipo de liderazgo combinado: dominante y técnico, donde diferentes miembros asumieron el rol de guía en distintos momentos según la necesidad del equipo. E4EM, en particular, se posicionó como facilitador en varias ocasiones, utilizando un lenguaje matemático accesible que involucró a E1EM y al resto del equipo en la resolución de la tarea. Este tipo de liderazgo emergente resultó clave para fomentar la participación activa y aseguró que todos los miembros comprendieran el proceso.

Otra fortaleza importante del equipo morado fue su habilidad para emplear estrategias discursivas que facilitaron la comprensión clara de conceptos complejos. Por ejemplo, E3EM utilizó la comparación entre el diseño de aviones y papalotes para ilustrar la ligereza y facilidad de elevación de los aviones. Esta analogía hizo que el concepto fuera más accesible, permitiendo que todos los miembros del equipo entendieran el problema de manera más clara. Esta estrategia de analogía demostró un esfuerzo consciente por parte del equipo para asegurar que todos los participantes compartieran una comprensión común del tema.

El equipo también mostró capacidad para identificar y corregir errores de manera colaborativa. Cuando E3EM detectó un posible error en la numeración del cateto opuesto y E4EM corrigió la confusión, el equipo no solo resolvió el problema inmediato, sino que también promovió un entorno de aprendizaje donde los errores eran vistos como oportunidades para mejorar. Esta actitud hacia la corrección y ajuste de estrategias no sólo reforzó la comprensión del problema, sino que también fomentó una cultura de apoyo mutuo y aprendizaje continuo.

La interacción del equipo morado evidenció que el consenso en equipos de trabajo no se alcanza simplemente mediante la imposición de ideas o el cumplimiento de roles predefinidos, sino a través de un proceso colaborativo en el que las propuestas, preguntas y aclaraciones juegan un papel fundamental. La capacidad del equipo para distribuir tareas, gestionar dudas y verificar resultados de manera conjunta es una muestra clara de cómo se pueden construir consensos efectivos. Este tipo de dinámica colaborativa, en la que todos los miembros participan activamente y se sienten escuchados, no solo facilitó la resolución de problemas, sino que también fortaleció la cohesión del grupo y aseguró un aprendizaje compartido.

A pesar de estas fortalezas, se identificaron varias áreas de oportunidad que podrían haber mejorado el rendimiento y colaboración del equipo morado en las tareas realizadas. El análisis abordado en esta intervención, abarcó aspectos como la claridad en la comunicación técnica, la corrección de errores, el enfoque en el proceso matemático, el manejo del tiempo y prioridades, la participación equitativa, el apoyo emocional, y la organización y liderazgo.

Uno de los aspectos que se presentó como área de mejora fue la falta de claridad en la comunicación técnica. Aunque el equipo se esforzó por explicar conceptos complejos, como la ligereza de los aviones comparándolos con papalotes, surgieron confusiones sobre la numeración del cateto opuesto y el uso de fórmulas. Una mayor precisión en la terminología matemática y una explicación más detallada de los conceptos podrían haber reducido malentendidos y errores. Proporcionar guías o resúmenes claros del proceso matemático antes de iniciar la tarea habría evitado la necesidad de constantes aclaraciones durante el trabajo.

La corrección de errores, aunque realizada de manera efectiva, a veces generó confusión dentro del equipo. Implementar un enfoque sistemático para revisar y validar cálculos y fórmulas podría haber ayudado a minimizar estos errores y mejorar la fluidez del trabajo. Fue crucial que el equipo estableciera un método para revisar y corregir errores de manera que no interfiriera con el progreso general.

El enfoque en el proceso matemático también se presentó como un área de oportunidad. La necesidad de recordatorios frecuentes sobre procedimientos matemáticos sugirió una falta de refuerzo en la comprensión de estos pasos. Fortalecer el conocimiento previo y proporcionar resúmenes claros antes de comenzar habría ayudado a evitar la interrupción del flujo de trabajo y asegurado una comprensión más sólida de los procedimientos.

El manejo del tiempo y las prioridades fue otra consideración importante. Durante las discusiones, algunas preguntas y comentarios desviaron la atención del problema principal. Un enfoque más dirigido en el objetivo y una mejor gestión del tiempo podrían haber mejorado la eficiencia del equipo y asegurado que cada miembro pudiera contribuir sin desviar la atención de la tarea central.

La participación equitativa fue esencial para un trabajo en equipo eficaz. Aunque algunos miembros participaron activamente, fue importante asegurar que todos tuvieran oportunidades para contribuir a la discusión y resolución del problema. Fomentar un ambiente en el que se valoraran y consideraran diversas perspectivas habría fortalecido el trabajo en equipo y mejorado el desempeño general.

Finalmente, el apoyo emocional y la confianza también jugaron un papel crucial en la dinámica del equipo. Mientras que algunos miembros mostraron seguridad, otros podrían haber beneficiado de un mayor apoyo emocional. Crear un entorno en el que todos se sintieran seguros para expresar dudas y errores sin temor habría mejorado la dinámica grupal y contribuido a un rendimiento más cohesivo.

Resultados del Equipo Verde

Transcripción de las Interacciones del Equipo Verde

Tabla 18. *Equipo Verde*

<inicio EV_17/07/2024_13:03>

01	E4EV	Vamos a empezar, tú lee lo que nos piden que hagamos {E4EV <dirigiéndose> a E1EV}
02	E1EV	¡Muy bien! Dice: {E1EV <leyendo>} detenidamente el siguiente problema, dibujen lo que en él se te pide y encuentra el dato faltante. Utilice la tabla de razones trigonométricas, enfocándote únicamente en la función seno. ¿Cuál es la altura a la que vuela un avión que ha despegado con un ángulo de elevación de 25 grados y ha recorrido una distancia de 14 kilómetros?
03	E3EV	¿Y los kilómetros qué serían? ¿Sería lo que es lo de abajo? {E3EV <interrogando> a EE}
04	E5EV	No creen que primero deberíamos recordar las fórmulas Trigonométricas para saber cuál vamos a usar {E5EV <recordando> a EE los formularios antes vistos para el desarrollo del tema}
05	E2EV	¡Es fácil! Cómo es Función Seno, sólo utiliza Cateto Opuesto e hipotenusa. {E2EV <Señalando> con una línea en la hoja de trabajo, <reflejando> en su rostro seguridad}
06	E3EV	Ah, ¡sí, ciERto! Entonces, esto sería lo que es la altura y esto la distancia, ¿verDAD?
07	E4EV	Estoy de acuerdo, pero no creen que primero deberíamos hacer el dibujo para poder ubicar las medidas {E4EV <sugiriendo> a EE}

08	E5EV	Pues sí, ¡tienes razóN! yo hago el dibujo {E5EV <dibujando> un triángulo y <colocando> el avión en la parte de arriba del triángulo}
09	E2EV	¿Por qué el avión ahÍ? Si apenas va a despegar, no dice que ya esté en el aire {E2EV <comentando> a EE, los cuales mueven la cabeza <asintiendo> que su compañero tiene razón}
10	EE	{EE se muestran reflexivos, <externando> ideas sobre dónde se debería colocar el avión}
11	E5EV	Entonces lo coloco aquí abajo, donde apenas se va a elevar, ¿verdad? {E5EV borrando el avión primeramente dibujado y colocándolo en la parte inferior del triángulo}
12	E3EV	¡Así es! (3) Ahora vamos a colocar las medidas que nos dan en el problema {<Animando> a sus compañeros a continuar}
13	EE	{EE se observan pensativos e interesados en lo que están haciendo}
14	E1EV	Haber, creo que en la parte de abajo van los 25° que es donde va desPEGando el avión y en la diagonal van los 14 kilómetros {E1EV <mostrando> su opinión al EE}
15	E2EV	Si no mal recuerdo… (3) la fórmula para ENCONTRAR la altura es Sen x=CO/hip, si las colocamos en ellas quedaría Sen 25°= CO/14km, díganme si estoy en lo correcto {E2EV <comentando> a EE}
16	E3EV	Hasta donde me acuerdo así es, vamos a hacer una regla de TRES
17	E1EV	Es con la división. ¿Cuál se divide primero? 14 sobre…… (6) No, creo que no, entonces… (3) {E1EV <desconcertado>}
18	E4EV	Es que es el cateto opuesto, lo que buscamos {E4EV <afirmando>}
19	E2EV	O sea, también por la hipotenusa se podría, no se divide, se multiplica {E2EV <aclarando> a EE}
20	E4EV	Es una regla de tres. ¡SÍ!, es una regla de tres, me acuerdo entonces que se MULTIPLICA esTo por esTo {E4EV <señalando> las medidas colocadas en el dibujo}
21	E3EV	O sea, primero busquemos la equivalencia de 25° en la tabla trigonométrica, que da…. (5) =
22	E1EV	=El seno de 25° es 0.4226 {E1EV <interrumpiendo> ante la búsqueda del EE}

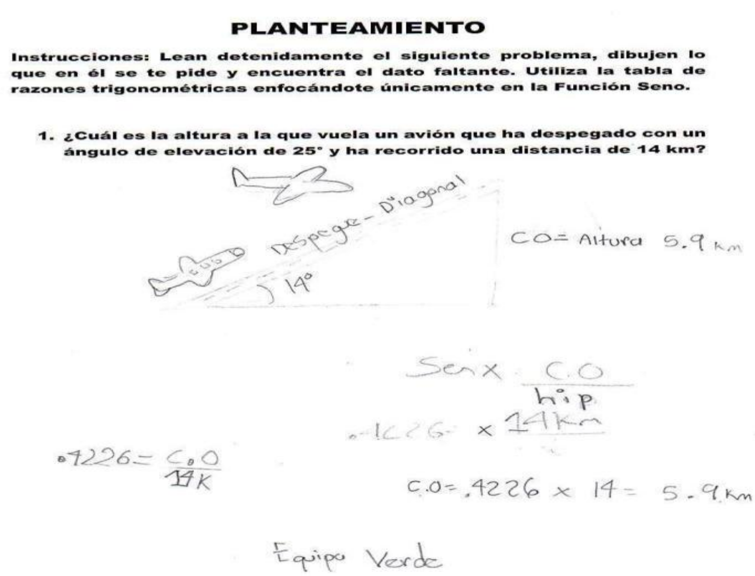
23	E2EV	Pues, ¡ahí está! es 0.4226 por 14 @@@ ¡Fácil! {E2EV <exteriorizando> felicidad}
24	E4EV	Y pues la altura es de 5.9 kilómetros. ¡Lo hemos hecho muy bien!

<final EV_17/05/2024_13:23>

Nota: Elaboración propia

Representación visual de la solución propuesta por el equipo Verde

Figura 12. *Creación del Equipo Verde*



En esta creación, el equipo verde plasma dos aviones, con los cuales ejemplifica el planteamiento a solucionar, en él se examina el proceso de comprensión del equipo, al especificar sobre a que se refiere cada parte de la fórmula en el esquema.

El equipo verde se enfrentó a un problema matemático que requería determinar la altura a la que volaba un avión tras haber despegado con un ángulo de elevación de 25 grados, después de recorrer una distancia de 14 kilómetros. Para abordar esta tarea, un estudiante E5EV decidió comenzar con la representación gráfica del problema, utilizando un triángulo para conceptualizar la trayectoria del avión y aplicar las fórmulas matemáticas necesarias. Sin embargo, en lugar de representar correctamente el ángulo de elevación de 25 grados, trazó un ángulo de 14 grados, y, además, representó incorrectamente la distancia recorrida. El E2EV lo corrige de manera asertiva, sugiriendo que el avión aún no ha despegado. Este error evidenció la necesidad de una visualización precisa para resolver problemas matemáticos de esta naturaleza.

La representación correcta debía incluir un triángulo rectángulo ABC. En este triángulo, el avión asciende desde el vértice A hasta el punto B, recorriendo una distancia de 14 kilómetros con un ángulo de elevación de 25 grados. Aquí, el lado BC representa la trayectoria del avión (la hipotenusa), el lado AB es la altura que se debe encontrar (el cateto opuesto), y el lado AC es la distancia horizontal recorrida por el avión.

Para resolver el problema, los estudiantes utilizaron la fórmula del seno. El seno del ángulo de elevación es igual al cociente entre la altura del avión y la hipotenusa. Inicialmente, el estudiante E4EV identificó el error en la visualización del problema, sugiriendo que se debía realizar el dibujo correcto para ubicar adecuadamente las medidas y facilitar un enfoque más estructurado.

Para encontrar la altura, se despejó la variable en la fórmula multiplicando ambos lados de la ecuación por 14 kilómetros. Posteriormente, el estudiante E2EV llevó a cabo el cálculo final. Multiplicó el seno de 25 grados por la hipotenusa de 14 kilómetros y luego despejó la fórmula. Este cálculo resultó en una altura aproximada de 5.91 kilómetros a la que volaba el avión. La resolución del problema no solo demostró la capacidad de algunos miembros del equipo para aplicar fórmulas matemáticas, sino también su habilidad para identificar y corregir errores en el proceso.

Tabla 19. *Códigos emergentes del equipo Verde*

	Estrategias Discursivas
Búsqueda de claridad	Aclaración de conceptos Línea 03: E3EV-¨ ¿Y los kilómetros qué serían? ¿Sería lo que es lo de abajo? ¨, pregunta sobre la interpretación de los kilómetros, buscando aclarar cómo se debe representar la distancia en el problema. Solicitudes de explicaciones adicionales Línea 15: E2EV-¨Si no mal recuerdo… (3) la fórmula para encontrar la altura es Sen x=CO/hip, si las colocamos en ellas quedaría Sen 25°= CO/14km, díganme si estoy en lo correcto¨, solicita confirmación de sus compañeros al aplicar la fórmula, buscando asegurarse de su interpretación correcta. Consultas sobre procedimientos e instrucciones. Línea 04: E5EV-¨No creen que primero deberíamos recordar las fórmulas Trigonométricas para saber cuál vamos a usar¨, sugiere recordar las fórmulas trigonométricas antes de proceder, asegurando que el grupo siga un procedimiento correcto.

Errores y su corrección	Identificación de errores. Línea 09: E2EV-¨ ¿Por qué el avión ahí? Si apenas va a despegar, no dice que ya esté en el aire¨, identifica un error en la ubicación del avión en el dibujo, destacando que el avión aún no ha despegado. Rectificación de errores. Línea 11: E5EV-¨ Entonces lo coloco aquí abajo, donde apenas se va a elevar, ¿verdad? ¨, corrige la ubicación del avión en el dibujo tras la observación de E2EV. Revisión de cálculos, razonamientos o enfoques. Línea 19: E2EV-¨ O sea, también por la hipotenusa se podría, no se divide, se multiplica¨, propone una corrección en la operación matemática, sugiriendo multiplicar en lugar de dividir.
Desarrollo de la tarea	Planificación de pasos a seguir. Línea 07: E4EV-¨Estoy de acuerdo, pero no creen que primero deberíamos hacer el dibujo para poder ubicar las medidas¨, sugiere hacer primero el dibujo para ubicarse en las medidas, planificando los pasos del grupo. Avance progresivo en la tarea matemática. Línea 12: E3EV-¨ ¡Así es! Ahora vamos a colocar las medidas que nos dan en el problema¨, motiva al grupo a continuar colocando las medidas en el problema.
Uso de conceptos matemáticos	Aplicación de conceptos matemáticos. Línea 18: E4EV-¨Es que es el cateto opuesto, lo que buscamos¨, identifica que el cateto opuesto es lo que están buscando, aplicando correctamente el concepto matemático. Utilización de teoremas, propiedades y procedimientos. Línea 20: E4EV-¨Es una regla de tres. Sí, es una regla de tres, me acuerdo entonces que se multiplica esto por esto¨, aplica la regla de tres, un procedimiento matemático adecuado para resolver el problema. Integración de conceptos matemáticos en la resolución de problemas específicos. Línea 23: E2EV-¨Pues, ¡ahí está! es 0.4226 por 14 @@@ ¡Fácil! ¨, multiplica el seno de 25° por 14 para encontrar la altura, integrando conceptos matemáticos de manera efectiva.

	Dinámicas Interactivas
Colaboración y Explicación	Colaboración entre miembros del equipo. Línea 09: E2EV-¨ ¿Por qué el avión ahí? Si apenas va a despegar, no dice que ya esté en el aire¨, colabora con el equipo al corregir la ubicación del avión, lo que lleva a la aprobación de los demás miembros. Explicación de ideas o estrategias. Línea 19: E2EV-¨O sea, también por la hipotenusa se podría, no se divide, se multiplica¨, explica su propuesta de multiplicar en lugar de dividir, contribuyendo a la comprensión colectiva. Ayuda mutua en la resolución de problemas. Línea 16: E3EV- ¨Hasta donde me acuerdo así es, vamos a hacer una regla de tres¨, sugiere usar una regla de tres, ayudando al equipo a avanzar en la resolución del problema.
Debate y Discusión	Intercambio de opiniones y argumentos. Línea 19: Se produce un debate entre los miembros del equipo sobre cómo proceder con la operación matemática. Justificación de enfoques adoptados. Línea 18: E4EV-¨Es que es el cateto opuesto, lo que buscamos¨, justifica que están buscando el cateto opuesto, basando su afirmación en un enfoque matemático claro.
Exploración de Opciones	Búsqueda de alternativas para abordar el problema. Línea 21: E3EV-¨O sea, primero busquemos la equivalencia de 25° en la tabla trigonométrica, que da¨, sugiere buscar la equivalencia de 25° en la tabla trigonométrica como una alternativa para avanzar en la solución. Evaluación de la viabilidad y efectividad de opciones. Línea 22: E1EV-¨ El seno de 25° es 0.4226 ¨, identifica el seno, evaluando la efectividad de esta opción para resolver el problema.
Participación Activa	Contribución en actividades y discusiones. Línea 05: E2EV-¨ ¡Es fácil! Cómo es Función Seno, sólo utiliza Cateto Opuesto e hipotenusa¨, participa activamente al aplicar directamente la función seno para determinar las medidas. Involucramiento constante en el proceso de resolución de problemas. Línea 24: E4EV-¨Y pues la altura es de 5.9 kilómetros¨, concluye que la altura es de 5.9 kilómetros, demostrando un compromiso continuo con la tarea.

Nota: Elaboración propia

Descripción de Estrategias Discursivas del Equipo Verde

El equipo verde desarrolló diversas estrategias discursivas a lo largo del proceso de resolución del problema, destacando especialmente la búsqueda de claridad y la corrección de errores. En términos de aclaración de conceptos, En la línea 03, el estudiante E3EV preguntó-¨ ¿Y los kilómetros qué serían? ¿Sería lo que es lo de abajo? ¨, con esta pregunta, el estudiante parece estar buscando asegurar que el grupo comprendiera cómo representar correctamente la distancia en el problema. Esta búsqueda de claridad también se reflejó en la solicitud de explicaciones adicionales por parte de E2EV, quien en la línea 15-¨Si no mal recuerdo... (3) la fórmula para encontrar la altura es Sen x=CO/hip, si las colocamos en ellas quedaría Sen 25°= CO/14km, díganme si estoy en lo correcto¨, pidió confirmación a sus compañeros sobre la correcta aplicación de una fórmula trigonométrica. Además, E5EV, en la línea 04-¨No creen que primero deberíamos recordar las fórmulas Trigonométricas para saber cuál vamos a usar¨, sugirió que el grupo recordara las fórmulas trigonométricas antes de avanzar, garantizando que todos siguieran un procedimiento adecuado.

En cuanto a la identificación y corrección de errores, E2EV detectó un error en la ubicación del avión en el dibujo en la línea 09-¨ ¿Por qué el avión está ahí? Si apenas va a despegar, no dice que ya esté en el aire¨, señalando que el avión aún no había despegado, lo que motivó a E5EV a corregir la ubicación en la línea 11-¨. Entonces lo coloco aquí abajo, donde apenas se va a elevar, ¿verdad? ¨. Este proceso de corrección continuó con E2EV, quien en la línea 19-¨O sea, también por la hipotenusa se podría, no se divide, se multiplica¨, propuso una corrección en la operación matemática, sugiriendo multiplicar en lugar de dividir, lo que ayudó a rectificar el razonamiento del grupo.

El desarrollo de la tarea fue planificado por E4EV, quién en la línea 07-¨Estoy de acuerdo, pero no creen que primero deberíamos hacer el dibujo para poder ubicar las medidas¨, sugirió que primero se realizará el dibujo para ubicar las medidas, facilitando un enfoque más estructurado. A medida que avanzaban en la resolución del problema, E3EV en la línea 12-¨ ¡Así es! Ahora vamos a colocar las medidas que nos dan en el problema¨, motivó al grupo a continuar colocando las medidas necesarias para completar el ejercicio.

El uso de conceptos matemáticos fue una parte integral del proceso. E4EV demostró un manejo adecuado de estos conceptos, al identificar en la línea 18-¨Es que es el cateto opuesto, lo que buscamos ¨, que el cateto opuesto era lo que estaban buscando, y aplicó correctamente la regla de tres en la línea 20-¨Es una regla de tres. Sí, es una regla de tres, me acuerdo entonces que se multiplica esto por esto¨, un procedimiento esencial para resolver el problema. Finalmente, en la línea 23, E2EV-¨Pues, ¡ahí está! es 0.4226 por 14 @@@ ¡Fácil! ¨, multiplicó el seno de 25° por 14, integrando los conceptos matemáticos de manera efectiva para encontrar la altura, lo que consolidó el trabajo del equipo en la resolución del problema.

Descripción de Dinámicas Interactivas del Equipo Verde

En el proceso de resolución del problema, el equipo verde desarrolló diversas estrategias discursivas que reflejan habilidades de colaboración y explicación. E2EV, en la línea 09-¨ ¿Por qué el avión está ahí? Si apenas va a despegar, no dice que ya esté en el aire ¨, colaboró eficazmente con el grupo al corregir la ubicación del avión en el dibujo, lo que fue rápidamente aprobado por los demás miembros del equipo. Además, en la línea 19, E2EV-¨O sea, también por la hipotenusa se podría, no se divide, se multiplica¨, explicó su propuesta de cambiar la operación matemática de dividir a multiplicar, lo que contribuyó a la comprensión colectiva y ayudó a aclarar el enfoque del equipo. En la línea 16, E3EV-¨Hasta donde me acuerdo así es, vamos a hacer una regla de tres¨, sugirió el uso de un procedimiento matemático, lo que facilitó el avance del equipo en la resolución del problema, mostrando una actitud de ayuda mutua en la resolución de problemas.

Durante el debate y la discusión, el equipo intercambió opiniones y argumentos sobre cómo proceder con la operación matemática en la línea 19, E2EV-¨O sea, también por la hipotenusa se podría, no se divide, se multiplica´, lo que permitió una evaluación crítica de las estrategias propuestas. En la línea 18, E4EV-¨Es que es el cateto opuesto, lo que buscamos¨, justificó la búsqueda del cateto opuesto, sustentando su afirmación en un enfoque matemático claro que ayudó a enfocar el esfuerzo del grupo.

La exploración de opciones también jugó un papel importante en la dinámica del equipo. En la línea 21, E3EV-¨O sea, primero busquemos la equivalencia de 25° en la tabla trigonométrica, que da¨, sugirió buscar la equivalencia de 25° en la tabla trigonométrica como una alternativa para avanzar en la solución. E1EV, en la línea 22-¨El seno de 25° es 0.4226¨, evaluó la viabilidad de esta opción al identificar el seno de 25° con su equivalente, analizando la efectividad de esta alternativa para resolver el problema.

La participación activa de los miembros del equipo se evidenció a lo largo del proceso. En la línea 05, E2EV-¨ ¡Es fácil! Cómo es Función Seno, sólo utiliza Cateto Opuesto e hipotenusa¨, participó directamente al aplicar la función seno para determinar las medidas necesarias. En la línea 24, E4EV-¨Y pues la altura es de 5.9 kilómetros. ¡Lo hemos hecho muy bien! ¨, demostró un compromiso continuo con la tarea al concluir que la altura era de 5.9 kilómetros, reflejando su implicación en el proceso de resolución del problema planteado. Estas estrategias discursivas permitieron al equipo avanzar para resolver el problema matemático.

Análisis de las Estrategias Discursivas y Dinámicas Interactivas del Equipo Verde

El trabajo del equipo Verde fue el resultado de la interacción espontánea entre sus miembros dentro del contexto particular del estudio, con fortalezas y áreas de mejora que surgieron de esa interacción. Las estrategias y dinámicas no fueron predefinidas, sino que emergieron de manera natural conforme avanzaban en la tarea. En lugar de seguir patrones preestablecidos, las interacciones del equipo se desarrollaron en función de cómo los integrantes respondían entre sí en ese momento.

El equipo verde mostró un patrón de interacción colaborativa, en el que la igualdad y la ayuda recíproca fueron de moderadas a altas. Este tipo de interacción, caracterizado por la disposición de los miembros a ofrecer y comprometerse con las ideas de los demás, permitió negociaciones productivas y resoluciones consensuadas. Las dinámicas emergentes del equipo Verde reflejaron estas características, lo que facilitó la resolución del problema matemático en el contexto específico del estudio.

Una de las fortalezas del equipo verde fue la forma en que se manejaron las dudas y errores. E3EV y E5EV ejemplifican cómo se desarrolló este aspecto en el equipo al expresar sus dudas y recibir retroalimentación de los otros. Por ejemplo, E3EV plantea una pregunta sobre los kilómetros en el problema, lo que impulsa al equipo a reconsiderar su enfoque. A su vez, E5EV contribuye al recordar las fórmulas trigonométricas, un detalle crucial para la resolución del problema.

La disposición del equipo para corregirse mutuamente también es de notarse. Cuando E5EV coloca mal el avión en el diagrama, E2EV lo corrige de manera asertiva, sugiriendo que el avión aún no ha despegado. Esta corrección se realiza de manera constructiva y es aceptada sin problemas, lo que refuerza el ambiente de cooperación. En lugar de producir tensiones o desacuerdos, estos intercambios fortalecen el proceso de trabajo, permitiendo que el equipo avance de manera efectiva.

Los miembros del equipo mostraron una actitud inquisitiva y abierta. E3EV y E1EV plantean preguntas y muestran desconcierto en algunos momentos, pero estos momentos de duda no generan ansiedad, sino que impulsan al equipo a reflexionar en conjunto. En este sentido, la duda no es vista como una debilidad, sino como una oportunidad para fortalecer el entendimiento colectivo.

Los miembros del equipo buscaron el consenso, reflejando el patrón colaborativo de moderada a alta igualdad y ayuda recíproca. Tal como lo describen autores como Erickson (1989);

Underwood y Underwood (1999), los estudiantes ofrecieron sus puntos de vista alternativos y debatieron sobre ellos, lo que les permitió llegar a resoluciones aceptables para todos los integrantes.

Sin embargo, no todas las interacciones fueron homogéneas. Hubo momentos donde algunos participantes, como E4EV y E2EV, tomaron un rol más activo en el equipo y los otros miembros del equipo asumieron roles pasivos, limitándose a aceptar las correcciones, en el equipo emergieron liderazgos dominantes y técnicos. El concepto de liderazgo dominante se define en este estudio como la toma de control de manera visible y decisiva, con un líder que asigna tareas, establece el orden de las acciones, y guía el enfoque del grupo sin imponer una autoridad rígida. Este tipo de liderazgo emergente, como se observa en E4EV, se manifiesta cuando un miembro del equipo asume el papel principal en el equipo verde, delegando responsabilidades y orientando al equipo en la dirección del trabajo. Aunque se enfoca en la estructura y el proceso, no excluye la participación de los demás, pero sí tiende a centralizar la toma de decisiones. La primera instrucción de E4EV es clara y directa, señalando a un compañero para que lea las indicaciones. Este acto de delegación es una manifestación clásica de liderazgo, donde se establece el orden de las acciones sin imponer autoridad de manera rígida.

Por otro lado, el liderazgo técnico se enfocó en proporcionar guía experta y asegurar que los aspectos especializados de la tarea se manejen correctamente. Este estilo de liderazgo emergente, ejemplificado por E2EV, se define en este estudio como el uso del conocimiento técnico y la confianza en la propia experiencia para resolver problemas y asegurar que el equipo aplique las herramientas adecuadas. E2EV explica la fórmula trigonométrica necesaria para resolver el problema con gran seguridad: "¡Es fácil! Cómo es Función Seno, sólo utiliza Cateto Opuesto e Hipotenusa "A través de explicaciones claras y seguras, el líder técnico infunde confianza en los demás miembros, ayudando a que el equipo se sienta respaldado en las decisiones técnicas.

La interacción entre ambos tipos de liderazgo crea un equilibrio dentro del equipo: mientras que el líder dominante organiza y dirige el proceso, el líder técnico asegura la precisión en la aplicación del conocimiento necesario para alcanzar los objetivos.

El rol pasivo de algunos miembros del Equipo Verde refleja una dinámica común en los grupos de trabajo. Aunque no necesariamente perjudica el resultado final, puede limitar el desarrollo de habilidades críticas en quienes participan menos. La confianza en los compañeros más activos y la posible falta de seguridad son factores que explican esta actitud. Para optimizar el aprendizaje, sería ideal fomentar la participación más activa de todos los miembros, de modo que cada integrante tenga la oportunidad de liderar, equivocarse y aprender a lo largo del proceso.

E1EV y E3EV son ejemplos de esta actitud pasiva. Si bien ambos intervienen en algunos momentos, su participación tiende a ser reactiva en lugar de proactiva.

El estudiante E1EV, aunque comienza leyendo las instrucciones, lo cual es importante para iniciar la actividad, no toma un rol destacado en el proceso de resolución del problema. Sus intervenciones son breves y ocasionalmente confusas, como cuando intenta recordar cómo se realiza la operación matemática correcta ("Es con la división. ¿Cuál se divide primero?"). A pesar de sus dudas, en lugar de intentar liderar o esclarecer el proceso, se remite a preguntar, dejando que otros miembros del grupo tomen el control.

E3EV por su parte adopta un rol más pasivo. Aunque plantea preguntas sobre la ubicación de las medidas en el triángulo ("¿Y los kilómetros qué serían?"), su participación se limita a buscar confirmación de las ideas que ya han sido discutidas por otros miembros. Esto indica que E3EV depende de las intervenciones de sus compañeros más activos, como E2EV y E4EV, para avanzar en el proceso.

En la interacción entre estudiantes, es posible que algunos miembros, como E1EV y E3EV, no se sientan completamente seguros de sus conocimientos sobre el tema que se discute. Esto se puede inferir por los momentos en los que muestran desconcierto o hacen preguntas en lugar de proponer respuestas directas. Por ejemplo, cuando E1EV se confunde con la operación matemática necesaria, parece dudar de su capacidad para encontrar la solución, lo que lo lleva a depender de la retroalimentación de sus compañeros.

Algunos estudiantes prefieren adoptar un rol de apoyo dentro del grupo, contribuyendo sólo cuando se les pide o cuando creen que pueden ofrecer algo valioso sin liderar la conversación. Este puede ser el caso de E3EV, quien realiza preguntas que ayudan a guiar el pensamiento del grupo, pero sin tomar la iniciativa por completo.

En ocasiones, los miembros de un equipo pueden adoptar un rol pasivo al percibir que hay otros compañeros que ya están asumiendo el liderazgo. Dado que E4EV y E2EV muestran una gran seguridad y conocimiento en la materia, es posible que otros miembros del equipo sientan que no es necesario intervenir de manera activa, ya que confían en que estos compañeros llevarán el grupo a la resolución del problema.

En términos de aprendizaje, los roles pasivos limitan la posibilidad de ensayar, cometer errores y aprender de ellos. En este caso, mientras que E4EV y E2EV enfrentan dudas, las superan y consolidan su comprensión, los miembros pasivos observan, pero no experimentan el mismo nivel de involucramiento práctico.

En resumen, las interacciones del Equipo Verde siguieron un patrón de colaboración, donde el liderazgo de ciertos miembros y la ayuda mutua desempeñaron un papel fundamental.

Aunque algunos integrantes asumieron roles más activos, el equipo en su conjunto adoptó un enfoque dinámico basado en la corrección constructiva y el intercambio de ideas, lo que permitió avanzar hacia la solución del problema.

Comparación de las Estrategias Discursivas y las Dinámicas Interactivas de los Cuatro Equipos Participantes en el Estudio

Tabla 20. *Cuadro comparativo de las estrategias discursivas y las dinámicas de interacción emergentes de los cuatro equipos*

Criterio	Equipo Rosa	Equipo Rojo	Equipo Morado	Equipo Verde
Claridad en las Consultas	Ambigüedad en las consultas, dificultando la comprensión.	Claridad en las consultas facilitó la resolución.	Consultas efectivas con algunas confusiones técnicas.	Consultas moderadamente claras, con resolución a través de retroalimentación mutua.
Identificación de Errores	Identificación tardía de errores, afectando el progreso.	Identificación y corrección oportuna de errores.	Identificación y corrección colaborativa, con algunas confusiones.	Manejo constructivo de errores, correcciones aceptadas sin tensiones.
Participación Equitativa	Participación desigual, con miembros más activos que otros.	Participación activa y equitativa.	Participación activa con liderazgo temporal, aunque algunos dominaron el proceso.	Participación moderada, con miembros activos y pasivos.
Liderazgo emergente	Liderazgo organizacional ocasionalmente dominante y no siempre equitativo.	Liderazgo temporal y distribuido, con roles bien definidos.	Liderazgo combinado dominante y técnico, con equilibrio en guía y decisiones.	Liderazgo equilibrado entre dominante y técnico.
Manejo del Tiempo y Prioridades	Ineficiencia en el manejo del tiempo y prioridades.	Eficiencia en el manejo del tiempo y prioridades.	Manejo eficiente del tiempo, aunque con algunas desviaciones.	Manejo adecuado del tiempo, con atención variable a prioridades.

Estrategias Discursivas	Uso limitado, comunicación básica.	Estrategias claras y directas facilitando la comprensión.	Uso de analogías y explicaciones detalladas, con algunas confusiones técnicas.	Estrategias moderadas, con correcciones y preguntas para clarificar.

Nota: Elaboración propia

Conclusión del Capítulo V: Análisis de las Dinámicas y Estrategias que Emergieron entre los Equipos en el Estudio

En el estudio realizado, se analizaron las dinámicas y estrategias que emergieron de las interacciones de estudiantes de secundaria divididos en cuatro equipos distintos—Rosa, Rojo, Morado y Verde—para la resolución de problemas matemáticos. Cada equipo desarrolló un enfoque único, revelando tanto fortalezas como áreas de mejora en su colaboración y estrategias discursivas. Los equipos construyeron estas estrategias y dinámicas, así como los estilos de liderazgo, a medida que interactuaban unos con otros durante el proceso de resolución del problema.

Las estrategias discursivas, aunque dependen del contexto particular de cada equipo y sus integrantes, son fundamentales para fomentar un ambiente de respeto hacia las ideas, emociones y puntos de vista diferentes. En algunos equipos, estas estrategias emergen de manera más evidente, pero idealmente, todos los grupos deberían desarrollarlas para facilitar la colaboración. Del mismo modo, la gestión del tiempo, la planificación y la coordinación, aunque se manifiestan de manera distinta según las dinámicas de cada grupo, resultan cruciales para avanzar hacia la resolución de un problema matemático.

Estas áreas incluyen no solo la capacidad de completar la tarea de manera eficiente, sino también la importancia de asegurar que todos los miembros del equipo contribuyan al logro del objetivo común. Dado el alto grado de interdependencia entre los integrantes, los ajustes mutuos se vuelven indispensables. Este proceso de adaptación debe poner especial atención en las relaciones entre los miembros y en mantener una cooperación continua, aspectos que pueden variar según el equipo, pero que son esenciales para un trabajo colaborativo efectivo.

El equipo Rosa se destacó por su capacidad para identificar y corregir errores, aunque la claridad en sus consultas fue una debilidad. La participación desigual entre sus miembros generó un desequilibrio en la dinámica grupal, con un liderazgo emergente ocasionalmente dominante que afectó la equidad en la distribución de tareas. Las estrategias discursivas del equipo que construyó el equipo fueron limitadas, con una comunicación básica que no siempre facilitó la comprensión del problema. Para futuros esfuerzos colaborativos, sería beneficioso que los integrantes de un equipo trabajaran en la gestión del tiempo y en la clarificación de dudas desde el inicio, garantizando así una participación más equitativa y una comprensión más profunda de los conceptos discutidos.

El equipo Rojo desarrolló una dinámica de interacción caracterizada por una alta claridad en las consultas y una participación activa y equitativa entre sus miembros. La identificación y corrección de errores se realizó de manera oportuna, lo que contribuyó a la resolución del problema. El liderazgo emergente dentro del equipo fue el temporal y distribuido, permitiendo un enfoque colaborativo que optimizó el manejo del tiempo y las prioridades. Las estrategias discursivas fueron claras y directas, facilitando la comprensión del problema y las soluciones. La capacidad del equipo Rojo para mantener una comunicación efectiva y gestionar el tiempo adecuadamente destaca como un modelo a seguir para futuras colaboraciones en la resolución de problemas.

El equipo Morado construyó un patrón de interacción colaborativa, con una distribución de tareas y la emergencia de un liderazgo temporal que promovió un ambiente equitativo y participativo. La habilidad del equipo para emplear estrategias discursivas, como analogías y explicaciones detalladas, facilitó una comprensión clara del problema, aunque algunas confusiones técnicas surgieron durante la tarea. El equipo también desarrolló un enfoque efectivo en la corrección de errores, utilizando un ambiente de apoyo mutuo para superar dificultades. A pesar de estas fortalezas, el equipo podría beneficiarse de una mayor precisión en la terminología técnica y una mejor gestión del tiempo para evitar interrupciones innecesarias en el flujo de trabajo.

El equipo Verde desarrolló una interacción colaborativa con un equilibrio entre liderazgo dominante y técnico. El manejo constructivo de dudas y errores, junto con la corrección asertiva de errores, fue notable, contribuyendo a un ambiente de cooperación. Sin embargo, la participación de algunos miembros fue pasiva, lo que limitó el desarrollo de habilidades críticas y la oportunidad de aprender a través de la práctica activa. Las estrategias discursivas fueron moderadas, con un enfoque en la retroalimentación y la aclaración de conceptos a través de preguntas. Para optimizar el aprendizaje y la efectividad del grupo, sería beneficioso fomentar una mayor participación activa de todos los miembros y asegurar que el liderazgo se distribuya de manera más equitativa.

El estudio mostró cómo los enfoques y estrategias de cada equipo fueron el resultado de las interacciones entre sus integrantes. Más que seguir un plan preestablecido, los equipos desarrollaron sus dinámicas de manera espontánea a medida que colaboraban. Las fortalezas observadas, como la gestión del tiempo o la distribución de tareas, no fueron rasgos inherentes al equipo, sino que surgieron de la participación y el intercambio constante entre sus miembros.

De igual modo, las dificultades, como la comunicación poco clara o la participación desigual, emergieron en función de las relaciones y comportamientos que se fueron moldeando durante la resolución del problema. Este proceso colaborativo subraya la naturaleza fluida y cambiante del trabajo en equipo, donde los roles y estrategias no están fijos, sino que se adaptan y evolucionan conforme avanza la tarea. Las conclusiones obtenidas pueden no ser aplicables de manera generalizada a otros grupos, ya que los resultados dependen de las personas y la naturaleza de la colaboración en cada caso.

Capítulo VI: Conclusiones y Reflexiones sobre las Dinámicas Interactivas en el Aula de Matemáticas

En el presente capítulo se exponen las conclusiones derivadas de los hallazgos obtenidos en la investigación titulada *Las Dinámicas Interactivas entre Pares en el Aula de Matemáticas en Secundaria*. Este estudio buscó responder a preguntas sobre las interacciones entre estudiantes de secundaria en el contexto del aprendizaje colaborativo. Las preguntas de investigación formuladas fueron las siguientes: P1. ¿Qué estrategias discursivas emplean los estudiantes al interactuar con sus pares en el aula de matemáticas de secundaria? P2. ¿Qué dinámicas interactivas se observan entre pares durante la resolución de problemas matemáticos? P3. ¿Cómo se relacionan las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas utilizadas por los estudiantes con el proceso de resolución de problemas matemáticos?

El objetivo principal de estas preguntas fue explorar si los estudiantes, organizados en equipos, colaboran, generan e integran ideas, dentro del contexto de una escuela secundaria pública en el norte de México. Para abordar estos objetivos, se llevó a cabo un estudio de caso cualitativo en el que se videograbaron a cuatro equipos de estudiantes.

El análisis se centró en identificar las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas que emergieron durante la colaboración entre los miembros de los equipos. Se resaltaron aspectos como la organización de los pasos para resolver el problema, las formas de solicitar ayuda, la gestión de errores, los modos de participación, la aparición de liderazgos, la administración del tiempo y los procesos mediante los cuales los equipos alcanzaron la solución del problema matemático planteado.

Las interacciones observadas no solo pusieron de manifiesto las fortalezas de los equipos, sino también las áreas de oportunidad que surgieron de manera natural dentro del trabajo colaborativo. Estas dinámicas contextuales permitieron que, por ejemplo, algunos equipos desarrollaran estrategias para identificar y corregir errores, mientras que otros enfrentaron desafíos relacionados con la claridad de sus comunicaciones y la distribución equitativa de las tareas. Así, los resultados reflejan las características específicas de cada grupo y su contexto de trabajo, evidenciando cómo las interacciones influyen en el desarrollo de competencias y en identificación de áreas de mejora.

Además, en este capítulo se presenta una discusión de los resultados, contrastándolos con la literatura revisada. Este análisis permite comprender mejor el contexto de los hallazgos y su relevancia en el ámbito educativo. Asimismo, se abordan las limitaciones del estudio y se ofrecen sugerencias para futuras investigaciones sobre el tema, con el objetivo de enriquecer la comprensión de las dinámicas interactivas en el aula de matemáticas.

Finalmente, se incluye una reflexión personal que cierra el capítulo, destacando la importancia de estas interacciones en el proceso de aprendizaje y la necesidad de seguir explorando cómo se desarrollan en diferentes contextos educativos.

En resumen, el estudio examinó las dinámicas y estrategias que emergieron de las interacciones entre estudiantes de secundaria, organizados en cuatro equipos—Rosa, Rojo, Morado y Verde—para resolver problemas matemáticos. En cada equipo surgieron estrategias y dinámicas que revelaron tanto fortalezas como áreas de oportunidad en su colaboración y uso de estrategias discursivas. Aquí se presenta una tabla que resume las dinámicas y estrategias de cada equipo, así como sus fortalezas y áreas de oportunidad.

Tabla 21. Características de cada equipo en relación con sus interacciones y enfoques en la resolución de problemas matemáticos.

Equipo	Fortalezas	Áreas de Oportunidad	Estrategias Discursivas	Dinámicas de Grupo
Rosa	Habilidad para identificar y corregir errores	Falta de claridad al formular y responder preguntas; participación desigual	Comunicación limitada, dificultando la comprensión	Liderazgo dominante y desequilibrio en la dinámica grupal

Rojo	Claridad en consultas; participación activa y equitativa	Distribución más equilibrada de los roles	Estrategias claras y directas, facilitando la comprensión	Liderazgo temporal y distribución equitativa del mismo
Morado	Adecuada distribución de tareas; ambiente participativo	Algunas confusiones técnicas en la tarea	Uso de analogías y explicaciones para facilitar la comprensión	Interacción colaborativa con apoyo mutuo
Verde	Manejo constructivo de dudas; corrección de errores	Participación pasiva de algunos miembros	Estrategias moderadas; retroalimentación y aclaración de conceptos	Equilibrio entre liderazgo dominante y técnico

Nota: Elaboración propia

El Equipo Rosa se distinguió por su habilidad para identificar y corregir errores; sin embargo, la falta de claridad tanto al formular como al responder preguntas fue un área de oportunidad. La participación desigual entre sus miembros generó un desequilibrio en la dinámica grupal, con un liderazgo emergente que, en ocasiones, se tornó dominante, afectando la equidad en la asignación de tareas. Las estrategias discursivas empleadas fueron limitadas, con una comunicación que no siempre facilitó la comprensión del problema.

El Equipo Rojo, en cambio, mostró una interacción caracterizada por la claridad en sus consultas y una participación activa y equitativa entre sus integrantes. La identificación y corrección de errores se realizaron de manera oportuna, lo que favoreció la resolución del problema. El liderazgo fue temporal y distribuido, lo que permitió un enfoque colaborativo que optimizó la gestión del tiempo y las prioridades. Las estrategias discursivas empleadas fueron claras y directas, facilitando tanto la comprensión del problema como la formulación de soluciones. Su capacidad para mantener una comunicación efectiva y gestionar el tiempo adecuadamente se presenta como un modelo a seguir en futuras colaboraciones.

El Equipo Morado estableció un patrón de interacción colaborativa, logrando una adecuada distribución de tareas y un liderazgo temporal que fomentó un ambiente participativo. Su habilidad para emplear estrategias discursivas, como el uso de analogías y explicaciones, facilitó la comprensión del problema, aunque se presentaron algunas confusiones técnicas durante la tarea. A pesar de esto, el equipo demostró un enfoque efectivo para corregir errores, creando un ambiente de apoyo mutuo para superar las dificultades.

Por su parte, el Equipo Verde desarrolló una interacción que equilibró el liderazgo dominante con el técnico. Destacó por su manejo constructivo de dudas y la corrección de errores, lo cual contribuyó a un ambiente de cooperación. No obstante, la participación pasiva de algunos miembros limitó el desarrollo de habilidades y la oportunidad de aprender a través de la práctica activa. Las estrategias discursivas empleadas fueron moderadas, enfocándose en la retroalimentación y la aclaración de conceptos mediante preguntas.

Los enfoques y estrategias de cada equipo surgieron de las interacciones entre sus miembros, más que de un plan predefinido. Las dinámicas se desarrollaron de manera espontánea a medida que los estudiantes colaboraban. Las fortalezas observadas, como la gestión del tiempo o la distribución de tareas, no fueron inherentes a los equipos, sino que emergieron del intercambio y la participación entre sus integrantes. En la siguiente sección, se abordan las preguntas de investigación del estudio.

Respuestas a las Preguntas de Investigación

¿Qué estrategias discursivas utilizan los estudiantes al interactuar con sus pares en el aula de matemáticas de secundaria?

A continuación, se describen las estrategias utilizadas por los cuatro equipos que participaron en el estudio (Rosa, Rojo, Morado y Verde), agrupadas según temas emergentes: búsqueda de claridad, identificación y corrección de errores, desarrollo de la tarea, establecimiento de prioridades, y uso de conceptos matemáticos.

Búsqueda de Claridad

La búsqueda de claridad fue una estrategia comúnmente observada en los cuatro equipos. En el equipo Rosa, E1ES aclaró la aplicación de la función seno en la línea 3: “Por lo que entiendo tenemos que basarnos en las tablas solo en la función seno, porque nos piden la altura y ahí se usa el Cateto Opuesto”. Esta aclaración fue complementada por E5ES en la línea 4: “Ahora localizamos los 17 grados de seno, ¿no?”. Similarmente, en el equipo Rojo, E4ER, en la línea 4, expresó dudas al afirmar: “No tengo muy clara la idea de cómo se realiza; pero si me equivoco me ayudan”, mientras que E3ER aclaró en la línea 9: “Acuérdate que en las clases vimos que las funciones trigonométricas sólo funcionan en los triángulos rectángulos”.

En el equipo Morado, E3EM utilizó una analogía en la línea 23 para aclarar un concepto: “No, mira; los aviones se diseñan de manera tal que no pesen y se puedan elevar con facilidad, es como los papalotes”. Finalmente, en el equipo Verde, E3EV buscó confirmación en la línea 3: “¿Y los kilómetros qué serían? ¿Sería lo que es lo de abajo?", lo que reflejó su búsqueda de una mayor claridad en la representación gráfica del problema.

Corrección de Errores

La corrección de errores fue otra estrategia emergente en el proceso de resolución del problema. En el equipo Rosa, E5ES identificó una posible confusión sobre el cateto opuesto en la línea 11: "¿Cómo? El ángulo ya lo tenemos. ¿El cateto era otro?". Posteriormente, E1ES corrigió un error en la línea 13: "Aquí vamos a poner el ángulo que es de 17 grados". En el equipo Rojo, E4ER cometió un error en la línea 8 al preguntar: "¿Por qué en escuadra? ¿aquí no dice nada de eso?", que fue corregido en la línea 10 tras la intervención de E3ER, quien indicó que el triángulo debía ser rectángulo. La corrección de los cálculos también fue abordada por E2ER en la línea 22: "Estos dos de aquí, que serían la hipotenusa y el seno, se multiplican: 0.3090 por 10".

En el equipo Morado, E3EM expresó dudas sobre el cateto opuesto en la línea 25: "¿Y cuál es el número del CO? ¿El CO no tiene número?", mientras que E4EM, en la línea 26, corrigió este error al señalar: "Así es, ahora la operación que se hace es MULTIPLICAR el seno por la hipotenusa". En el equipo Verde, E2EV detectó un error en la línea 9: "¿Por qué el avión está ahí? Si apenas va a despegar, no dice que ya esté en el aire", lo que fue corregido por E5EV en la línea 11: "Entonces lo coloco aquí abajo, donde apenas se va a elevar, ¿verdad?".

Desarrollo de la Tarea

La planificación y ejecución de los pasos a seguir para resolver el problema también fue una estrategia emergente en todos los equipos.. En el equipo Rosa, E2ES leyó las instrucciones en la línea 5: "Esperen, las instrucciones dicen <leyendo> dibujemos lo que dice el problema, creo debemos empezar por ahí", lo que guió al equipo en la estructuración de su tarea. De manera similar, en el equipo Rojo, E2ER propuso un plan en la línea 5: "Primero vamos a dibujar un avión, así después de que dibujemos el avión, sigue el triángulo". En el equipo Morado, E2EM tomó la iniciativa en la planificación, sugiriendo en la línea 24 que establecieran los kilómetros en la base del triángulo: "Multiplicas hipotenusa por seno y lo divides entre el CO". En el equipo Verde, E4EV sugirió en la línea 7: "Estoy de acuerdo, pero no creen que primero deberíamos hacer el dibujo para poder ubicar las medidas", lo que ayudó a organizar el enfoque del equipo.

Establecimiento de Prioridades

El establecimiento de prioridades permitió a los equipos centrarse en los aspectos esenciales del problema. En el equipo Rosa, E1ES priorizó el uso de la función seno en la línea 9: "En este caso, <leyendo> se nos pide que usemos únicamente la función de seno". En el equipo

Rojo, E1ER repitió la misma idea en la línea 18: “En este caso, <releyendo> las instrucciones, se nos pide que usemos únicamente la función de seno”. En el equipo Verde, E2EV reafirmó la necesidad de utilizar correctamente las fórmulas trigonométricas en la línea 15: “Si no mal recuerdo… la fórmula para encontrar la altura es Sen x=CO/hip, si las colocamos en ellas quedaría Sen 25°= CO/14km, díganme si estoy en lo correcto”. Estos ejemplos muestran cómo estos tres equipos identificaron las partes más importantes del problema para avanzar en su solución, esta estrategia de establecer prioridades no fue utilizada por el equipo morado.

Uso de Conceptos Matemáticos

El uso de conceptos matemáticos fue esencial en todos los equipos. En el equipo Rosa, E3ES aplicó la función seno en la línea 19: “Ahora sustituimos lo que es seno de 17° por 0.2924”. De manera similar, en el equipo Rojo, E1ER explicó la relación trigonométrica en la línea 18: “Entonces, la función de SENO es: seno de x es igual a cateto opuesto entre hipotenusa”. En el equipo Morado, E4EM hizo uso correcto de la fórmula trigonométrica en la línea 24: “Multiplicas hipotenusa por seno y lo divides entre el CO”. Finalmente, en el equipo Verde, E2EV recordó la fórmula trigonométrica en la línea 15: “Si no mal recuerdo, la fórmula para encontrar la altura es Sen x=CO/hip”.

En resumen, la búsqueda de claridad, la corrección de errores, la planificación de la tarea, el establecimiento de prioridades y el uso de conceptos matemáticos ayudaron a los equipos a solucionar el problema. Aunque cada grupo enfrentó desafíos específicos, su capacidad para colaborar y emplear el lenguaje matemático adecuado contribuyó a su avance en la resolución del problema.

¿Qué dinámicas interactivas entre pares se observan durante la resolución de problemas matemáticos?

En esta sección se contesta la segunda pregunta de investigación relacionada con las dinámicas interactivas observadas en los equipos durante la resolución del problema matemático. En estas interacciones, emergieron aspectos como la colaboración, el debate, la exploración de opciones, la participación activa, propuestas de solución, aspectos emocionales y afectivos, y liderazgos. Se presentarán ejemplos de cada equipo para analizar cómo se desarrollaron estas dinámicas en distintos contextos y cómo contribuyeron al progreso colectivo.

Colaboración y Explicación

La colaboración fue un elemento que emergió en todos los equipos. El equipo Rosa destacó por una comunicación fluida y la disposición a ayudar entre sus miembros. Por ejemplo, E1ES explicó cómo aplicar la función de seno (Línea 9), mientras que E2ES brindó apoyo al aclarar cómo medir la distancia (Línea 12). Del mismo modo, el equipo Rojo mostró un intercambio de explicaciones, como lo demostró E3ER cuando recordó la importancia de usar triángulos rectángulos en el problema (Línea 9), seguido de la explicación de E1ER sobre cómo aplicar la función seno (Línea 21). En el equipo Morado, E5EM guió a sus compañeros a través del proceso matemático, asegurándose de que comprendieran la fórmula (Línea 22). Por su parte, el equipo Verde demostró colaboración cuando E2EV corrigió la ubicación del avión en el dibujo (Línea 9) y E3EV sugirió la aplicación de una regla de tres para avanzar en la resolución del problema (Línea 16). En cada caso, la colaboración permitió a los equipos avanzar hacia la solución del problema matemático.

Debate y Discusión

El intercambio de argumentos y la justificación de enfoques fueron aspectos esenciales en el progreso de los equipos. El equipo Rosa mostró un debate constructivo en el que E5ES cuestionó el uso del ángulo (Línea 11), lo que permitió a E1ES justificar el enfoque adoptado (Línea 20). En el equipo Rojo, E4ER inició un argumento al cuestionar el uso de un triángulo en escuadra (Línea 8), lo que llevó a E3ER a recordar las reglas trigonométricas estudiadas en clase (Línea 9). El equipo Morado también tuvo discusiones importantes, como se observó cuando E4EM cuestionó una pregunta irrelevante de su compañero para mantener el enfoque (Línea 12). En el equipo Verde, E2EV sugirió cambiar la operación matemática de dividir a multiplicar (Línea 19), lo que generó un intercambio de ideas sobre cómo proceder correctamente. Estas discusiones permitieron a los equipos validar o ajustar sus estrategias.

Exploración de Opciones

La disposición a explorar alternativas fue evidente en los cuatro equipos. En el equipo Rosa, E2ER sugirió que el equipo iniciará por dibujar el problema antes de proceder (Línea 5), mientras que E5ES sugirió revisar los grados de seno para avanzar (Línea 4). El equipo Rojo mostró una exploración más limitada, aunque en las líneas 18 a 24, los miembros discutieron distintos enfoques antes de aplicar la función seno. En el equipo Morado, E5EM preguntó sobre la ubicación del ángulo de elevación en el triángulo (Línea 15), lo que promovió una reflexión grupal. El equipo Verde fue más activo en este aspecto, con E3EV sugiriendo buscar la equivalencia del ángulo de 25° en la tabla trigonométrica (Línea 21), seguido de la evaluación de E1EV sobre la viabilidad de esta opción (Línea 22). La exploración de opciones ayudó a los equipos a evaluar sus estrategias y seleccionar la más adecuada.

Participación Activa

La participación activa de los miembros varió entre los equipos. En el equipo Rosa, algunos miembros, como E1ES y E5ES, mantuvieron una participación activa, como lo muestran las líneas 24 y 21, respectivamente. Sin embargo, la participación no fue equitativa para todos los integrantes. El equipo Rojo mostró una participación activa más homogénea, con todos los miembros contribuyendo a lo largo de las líneas 1 a 25. En el equipo Morado, E1EM jugó un papel clave al señalar la ubicación del ángulo de elevación (Línea 16), mientras que en el equipo Verde, E2EV fue particularmente activo al aplicar la función seno (Línea 5), y E4EV concluyó con entusiasmo que la altura era de 5.9 kilómetros (Línea 24). A pesar de las diferencias en el grado de participación, en general, los equipos mostraron compromiso en la resolución del problema.

Propuestas de Solución

Las propuestas de solución fueron presentadas y evaluadas en cada equipo. En el equipo Rosa, E5ES y E3ES colaboraron para argumentar y validar una solución (Líneas 16 y 22). El equipo Rojo, en la línea 18, sugirió el uso de la función seno, lo que fue aceptado por el grupo y validado por E5ER en la línea 24. El equipo Morado siguió una dinámica similar, con E4EM confirmando la solución propuesta (Línea 26). Finalmente, en el equipo Verde, E4EV celebró el éxito del grupo al determinar que la altura era de 5.9 kilómetros (Línea 24). Estas propuestas y evaluaciones permitieron a los equipos avanzar hacia una solución viable.

Aspectos Emocionales y Afectivos

Aunque no todos los equipos mostraron una dinámica emocional clara, algunos ejemplos destacan. En el equipo Rosa, E4ES expresó confianza en la solución final (Línea 23). En el equipo Rojo, E4ER inicialmente manifestó inseguridad al pedir ayuda para realizar el triángulo correctamente (Línea 4), pero posteriormente mostró mayor seguridad (Línea 8). El equipo Morado también mostró confianza en su enfoque, como lo demostró E4EM al confirmar la operación matemática (Línea 26). En el equipo Verde, E4EV expresó satisfacción con el resultado final (Línea 24). Estas expresiones emocionales reflejan cómo la confianza y la inseguridad pueden influir en la dinámica grupal.

Liderazgo y Dirección

El liderazgo y la dirección emergieron en todos los equipos. En el equipo Rosa, E4ES asumió un papel de liderazgo al guiar a sus compañeros (Línea 8). En el equipo Rojo, el liderazgo fue más compartido, con varios miembros contribuyendo a la dirección del equipo. En el equipo Morado, E2EM destacó al asignar roles y coordinar el planteamiento del problema (Línea 3), mientras que, en el equipo Verde, el liderazgo fue menos estructurado, pero E2EV jugó un papel clave al corregir el enfoque del equipo (Línea 9). El liderazgo emergente en cada equipo contribuyó al progreso de los equipos en la resolución del problema.

Las dinámicas interactivas observadas en los equipos Rosa, Rojo, Morado y Verde reflejan una variedad de estrategias colaborativas y discursivas. A través de la colaboración, el debate, la exploración de opciones, la participación activa, las propuestas de solución, los aspectos emocionales y el liderazgo, los equipos lograron avanzar hacia la solución del problema matemático. Estos ejemplos muestran la importancia de la comunicación y el apoyo mutuo en entornos de trabajo en equipo, destacando cómo cada equipo enfrentó y superó los desafíos que surgieron durante el proceso.

¿Cómo se relacionan las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas empleadas por los estudiantes con el proceso de resolución de problemas matemáticos?

La resolución de problemas matemáticos en el estudio, no dependió solo de la habilidad individual de los participantes, sino también de las interacciones discursivas y colaborativas que se construyeron entre los estudiantes. Las estrategias discursivas, como la argumentación, la explicación y la justificación de soluciones, fueron clave para estructurar el pensamiento matemático y promover un entendimiento compartido. A través del diálogo, los estudiantes pudieron identificar errores, plantear hipótesis y compartir soluciones, contribuyendo a un aprendizaje colectivo que reforzó el desarrollo de sus habilidades matemáticas.

Estas estrategias discursivas, cuando se integraron en dinámicas interactivas como el trabajo colaborativo en grupos pequeños, proporcionaron un contexto ideal para en algunos equipos se logrará que los estudiantes confrontaran y negociaran ideas. El intercambio de estrategias permitió a algunos estudiantes explorar enfoques creativos y efectivos para resolver problemas. Los liderazgos y la participación equitativa fueron fundamentales para asegurar que estas dinámicas llevaran a los equipos a la solución de los problemas matemáticos que se les plantearon.

El análisis del equipo Rosa, conformado por E1ES, E2ES, E3ES y E4ES, revela una actitud colaborativa que permitió la creación de un espacio común para discutir ideas. No obstante, algunas áreas de mejora se hicieron evidentes, como la falta de claridad en las consultas de E1ES y la corrección tardía de errores que realizó E3ES, lo que obstaculizó el progreso del equipo. Además, la participación desigual entre E2ES y E4ES afectó la cohesión del equipo. Aunque el liderazgo flexible de E1ES promovió la participación de todos, la falta de reflexión crítica y un manejo ineficaz del tiempo por parte de E2ES y E3ES afectaron la calidad de la solución final. En futuros contextos, se recomendaría una planificación más detallada y una mayor reflexión crítica para mejorar la comunicación y la corrección de errores en los equipos.

En contraste, el equipo Rojo, compuesto por E1ER, E2ER, E3ER y E4ER, destacó por su interacción espontánea y colaborativa. Aunque no se definieron estrategias de manera anticipada, éstas surgieron de forma natural durante el proceso. Ejemplos de esta dinámica incluyen la propuesta de E2ER de realizar un dibujo inicial y el uso de funciones trigonométricas sugerido por E3ER para resolver el problema, lo que facilitó la participación activa de todos. Sin embargo, E1ER asumió un papel más protagonista en momentos clave, mientras E4ER mostró inseguridades. Este desequilibrio, aunque no afectó significativamente el ambiente de trabajo, sugiere que un liderazgo más equitativo podría haber promovido una participación más activa y un mayor desarrollo de habilidades en todos los integrantes.

De manera similar, el equipo Morado, compuesto por E1EM, E2EM, E3EM y E4EM, se caracterizó por su interacción colaborativa y espontánea. No se definieron estrategias preestablecidas, y el liderazgo emergió según las habilidades y necesidades de la tarea. E1EM y E2EM utilizaron estrategias discursivas, como las analogías y la corrección de errores, para facilitar la comprensión y el aprendizaje compartido. A pesar de esto, se observaron áreas de oportunidad, como la necesidad de mayor precisión en la comunicación técnica, especialmente en las intervenciones de E3EM, y un enfoque más sistemático para corregir errores, sugerido por E4EM. La participación activa de E1EM y el liderazgo técnico de E2EM mantuvieron un ambiente colaborativo, pero una mejor distribución de roles y una mayor reflexión crítica habrían mejorado la calidad de la solución.

El equipo Verde, compuesto por E1EV, E2EV, E3EV, E4EV y E5EV, mostró una dinámica de colaboración basada en la igualdad y el apoyo mutuo. A medida que avanzaban en la tarea, las dinámicas emergieron de manera espontánea, facilitando negociaciones productivas y consensos en la resolución del problema. Un ejemplo de esta dinámica fue la gestión efectiva de dudas y errores por parte de E3EV y E5EV, quienes expresaron sus inquietudes y ofrecieron retroalimentación constructiva. Este ambiente de cooperación permitió convertir las dudas en oportunidades de aprendizaje colectivo. Sin embargo, algunos estudiantes, como E4EV y E2EV, asumieron roles más activos y de liderazgo técnico, mientras que E1EV y E3EV adoptaron una postura más pasiva, buscando confirmación en lugar de liderar. Aunque esta dinámica permitió un progreso en la tarea, la falta de seguridad de E1EV y E3EV limitó su desarrollo de habilidades críticas.

En resumen, las estrategias discursivas y las dinámicas interactivas desempeñaron un papel esencial en la resolución colaborativa de problemas matemáticos. Los equipos analizados muestran cómo estas interacciones, aunque no siempre predefinidas, emergen y contribuyen tanto al crecimiento individual como al colectivo. A pesar de las diferencias en la participación y el liderazgo, los casos analizados resaltan la importancia de fomentar un ambiente en el que todos los miembros se sientan empoderados para participar activamente. Aunque los hallazgos se contextualizan en entornos específicos, proporcionan valiosas lecciones sobre la creación de ambientes de aprendizaje que valoren la comunicación efectiva y la inclusión activa de todos los participantes.

Discusión de los Resultados

Al analizar los resultados obtenidos por los cuatro equipos participantes en este estudio (Rosa, Rojo, Morado y Verde) y compararlos con las conclusiones presentadas en la revisión de la literatura, se observan tanto puntos de convergencia como nuevas perspectivas que no fueron abordadas en estudios previos.

Una de las estrategias clave observadas en todos los equipos fue la búsqueda de claridad en la resolución de problemas. Akinyi-Oloo et al. (2006) ya habían señalado la importancia de compartir y aclarar conocimientos entre los miembros de un equipo como una práctica común en grupos efectivos. Este hallazgo fue corroborado en los equipos Rosa, Rojo, Morado y Verde, donde los estudiantes se ayudaron mutuamente a entender conceptos matemáticos, en especial la aplicación de la función seno. El equipo Rosa se destacó en esta colaboración, donde sus miembros se apoyaron constantemente para clarificar el uso de la trigonometría, en línea con lo descrito por Akinyi-Oloo et al. (2006).

No obstante, los resultados del equipo Morado aportan una nueva perspectiva en cuanto a la clarificación de conceptos. A pesar de que Alarcón (2004) y Akinyi-Oloo et al. (2006) sugieren que la explicación de los conceptos matemáticos mejora el rendimiento académico, de manera similar, Uesaka y Manolo (2007) destacan que cuando los estudiantes tienen la posibilidad de enseñar a sus iguales, aumentan significativamente sus estrategias en la construcción de nuevos conocimientos.

El equipo Morado empleó un enfoque diferente; este grupo utilizó analogías, como la similitud entre aviones y papalotes presentada por E3EM, para facilitar la comprensión, lo cual no fue considerado en estudios previos como el de Alarcón (2004). Esta innovación destaca la capacidad de los equipos para integrar estrategias no convencionales en la resolución de problemas.

La corrección de errores fue otra estrategia prominente, observada especialmente en los equipos Rojo y Verde. Este hallazgo se alinea con las observaciones de Broitman et al. (2014), quienes afirmaron que los equipos más efectivos son aquellos en los que los estudiantes con mayor conocimiento ayudan a aquellos con dificultades. En el equipo Rojo, E3ER corrigió un error relacionado con la forma del triángulo, mientras que en el equipo Verde, E5EV corrigió un malentendido sobre la ubicación del avión. Sin embargo, Barbosa-Herrera et al. (2017) subrayan que para que las interacciones entre estudiantes sean efectivas, es esencial que exista una participación equitativa entre los miembros del grupo. Este aspecto no fue observado de manera uniforme; en el equipo Rosa, algunos miembros participaron activamente, mientras que otros tuvieron una contribución limitada, sugiriendo que la equidad en la interacción no siempre se logró.

En cuanto a la planificación y el desarrollo de la tarea, se encontró que todos los equipos, en mayor o menor medida, estructuraron sus pasos para resolver el problema. Cobo (1998) señaló que los equipos que funcionan mejor son aquellos en los que los estudiantes de diferentes niveles cognitivos complementan sus habilidades. Esto fue evidente en el equipo Rosa, donde E2ES y E1ES desempeñaron roles clave en la organización del trabajo del grupo. Sin embargo, el equipo Morado mostró menos cohesión en este aspecto, ya que, aunque E2EM asumió la responsabilidad de guiar la tarea, el grupo careció de una estrategia colaborativa claramente definida.

La importancia de establecer prioridades en la resolución de problemas matemáticos fue otra estrategia observada. Los equipos Rosa, Rojo y Verde demostraron una mayor conciencia en la identificación de las partes más importantes del problema para avanzar en su solución. Por ejemplo, en el equipo Verde, E2EV reafirmó la necesidad de utilizar correctamente las fórmulas trigonométricas, lo que refleja las observaciones de Cujba y Pifarré (2023) sobre la colaboración en equipos para mejorar el enfoque de las tareas. Sin embargo, esta estrategia no fue tan evidente en el equipo Morado, que no logró establecer prioridades claras.

El uso de los conceptos matemáticos fue esencial para el avance de los equipos. Todos los equipos, excepto el Morado, utilizaron la función seno de manera efectiva para resolver el problema, como se destacó en los equipos Rosa, Rojo y Verde. García-Salazar (2012) y Dreyfus et al. (2018) señalaron que cuando los estudiantes emplean, explican y formulan preguntas sobre conceptos matemáticos, incrementan sus posibilidades de resolver problemas. Esto se reflejó en la forma en que estos tres equipos aplicaron y discutieron las fórmulas trigonométricas.

A pesar de estas coincidencias con la literatura, algunos aspectos mencionados por los autores no fueron explorados en este estudio. Por ejemplo, Barbosa-Herrera et al. (2017) discutieron la importancia de la interacción entre docentes y estudiantes en actividades educativas no formales, lo cual no fue investigado en este contexto, ya que el enfoque se centró exclusivamente en la interacción entre los estudiantes sin la intervención de un docente. Asimismo, la influencia de las diferencias cognitivas y emocionales en la dinámica grupal, como sugieren Colom y Rosich (2015), no fue abordada directamente, aunque las diferencias en la participación activa de los miembros sugieren que este tema podría explorarse en investigaciones futuras.

En resumen, los hallazgos obtenidos en este estudio muestran una concordancia significativa con los estudios previos en cuanto a la importancia de la clarificación de conceptos, la corrección de errores y la planificación en equipos de resolución de problemas. Tal como lo especifica Webb (1991) ya que todos los equipos de trabajo dieron y recibieron ayuda en la interacción de matemáticas, relacionada con los intercambios de conocimientos de los estudiantes.

Sin embargo, también se identificaron estrategias como el uso de analogías y variaciones en la equidad de la participación, que sugieren que las dinámicas de grupo y las estrategias colaborativas pueden variar considerablemente entre los equipos. Estas diferencias abren la puerta a futuras investigaciones sobre las mejores prácticas para fomentar la cohesión y la participación equitativa en grupos de aprendizaje.

Implicaciones del Estudio

El estudio realizado sobre la resolución colaborativa de problemas matemáticos en cuatro equipos—Rosa, Rojo, Morado y Verde—ofrece implicaciones para la enseñanza de las matemáticas en escuelas secundarias. A partir de los resultados observados, se identifican diversas estrategias que tanto el personal docente como el estudiantado podrían adoptar para mejorar el aprendizaje y la enseñanza de esta disciplina. La importancia de estos hallazgos radica en que pueden transformar la forma en que se aborda la enseñanza de las matemáticas, promoviendo un entorno más colaborativo y efectivo.

En primer lugar, se destaca que el rol del personal docente debe centrarse en fomentar la colaboración y el intercambio de ideas entre el estudiantado. Barbosa-Herrera et al. (2017) subrayan la necesidad de analizar la interacción entre estudiantes y docentes mediante estrategias de análisis conversacional. Su estudio revela que las interacciones que favorecen la participación y el respeto por las opiniones ajenas son cruciales para el aprendizaje. La clarificación de conceptos observada en el equipo Rosa ilustra cómo el apoyo mutuo y la búsqueda de claridad son esenciales para resolver problemas matemáticos complejos.

Asimismo, Akinyi Oloo (2006) señala que los estudiantes se sienten más motivados al trabajar con sus compañeros, lo que mejora su concentración y rendimiento en comparación con la interacción con el profesorado. Por ende, es fundamental que los docentes creen un ambiente propicio para el diálogo, incentivando a los estudiantes a explicar conceptos entre ellos, formular preguntas y aclarar dudas colectivamente.

Además, Uesaka y Manolo (2007) enfatizan que la oportunidad de enseñar a sus pares potencia las estrategias de aprendizaje de los estudiantes. Esto implica que el profesorado debe evitar simplemente proporcionar respuestas; en cambio, debería motivar al estudiantado a buscar soluciones de manera conjunta, guiándolos a través del razonamiento lógico y matemático. En esta dinámica, el docente actúa no sólo como un facilitador del aprendizaje, sino como un organizador de interacciones que promuevan el aprendizaje significativo.

Otro aspecto es la consideración de las diferencias cognitivas y emocionales entre los estudiantes. Colom y Rosich (2015) argumentan que la composición de equipos heterogéneos en términos de habilidades y niveles cognitivos puede enriquecer la dinámica grupal. Para que esta heterogeneidad sea efectiva, las tareas asignadas deben permitir la participación activa de todos los estudiantes. Así, el docente debe organizar los escenarios para que se construyan interacciones equitativas, asegurando que todos los miembros del grupo tengan la oportunidad de contribuir, tal como se indica en los estudios de Barbosa-Herrera et al. (2017).

Por otro lado, se resalta la necesidad de que el estudiantado asuma un rol activo en su propio proceso de aprendizaje. Webb (1991) enfatiza la relevancia del dar y recibir ayuda en grupos de interacción matemática, lo que está relacionado con los intercambios de conocimientos entre estudiantes. La investigación demuestra que los equipos que construyen procesos de aprendizaje son aquellos donde los estudiantes no solo siguen instrucciones, sino que también buscan comprender los conceptos subyacentes y corregir errores de manera colaborativa, tal como se observó en los equipos Rojo y Verde. Por lo tanto, es esencial alentar a los estudiantes a tomar la iniciativa en la resolución de problemas y a ver los errores como oportunidades de mejora.

La actitud hacia la corrección de errores, discutida en el estudio de Broitman et al. (2014), resulta fundamental para el éxito académico, ya que aquellos estudiantes que ayudaron a otros a corregir sus errores mostraron un entendimiento más profundo de los conceptos matemáticos.

La naturaleza de los problemas matemáticos presentados en las clases también es un aspecto a considerar. Los problemas que fomentan la colaboración y requieren el uso de estrategias variadas tienden a generar un mayor compromiso y participación del estudiantado. A partir de los hallazgos del estudio, se sugiere que los problemas matemáticos deben ser diseñados para permitir múltiples enfoques de resolución, promoviendo la discusión y la exploración de diferentes perspectivas. Hye Won Kim y Min Kyeong Kim (2021) proponen un aprendizaje basado en problemas (ABP) que desarrolle la motivación por aprender. Por ejemplo, el uso de analogías, como se presentó en el equipo Morado, puede ser una herramienta efectiva para que los estudiantes comprendan conceptos abstractos, destacando la importancia de incluir tareas que trasciendan enfoques tradicionales.

Además, los problemas deben presentar un nivel adecuado de complejidad que desafíe al estudiantado, pero que sea accesible para todos los miembros del grupo. Donoso-Osorio et al. (2020) sugieren que los equipos formados por estudiantes de distintos niveles cognitivos se benefician de tareas que requieren una planificación clara y pasos estructurados. En este contexto, los problemas deben estar diseñados para incluir sub-tareas o fases de resolución, permitiendo que los estudiantes distribuyan responsabilidades y planifiquen sus acciones en conjunto, tal como se observó en los equipos Rosa, Rojo y Verde. Este enfoque coincide con el estudio de Balarezo Ochoa (2020), quien destaca que el método de ABP resulta efectivo, pues los integrantes del equipo logran un aprendizaje más significativo, especialmente en el caso de estudiantes con desventajas académicas.

Finalmente, se enfatiza la importancia de que los problemas tengan una relevancia contextual que conecte con la experiencia cotidiana del estudiantado. García Salazar (2012) propone un interaccionismo simbólico donde cada actividad matemática desarrollada por los estudiantes tenga un significado en su vida diaria, utilizando medios para interpretar, evaluar y responder a lo que observan en su entorno social. Los estudiantes tienden a involucrarse más en la resolución de problemas cuando perciben que las tareas tienen una aplicación práctica o les permiten relacionar conceptos matemáticos con situaciones reales. Incorporar problemas basados en ejemplos del mundo real, como el caso de los aviones utilizados por el equipo Morado, puede aumentar la motivación y el interés del estudiantado.

En conclusión, este estudio proporciona lecciones para la enseñanza de matemáticas en escuelas secundarias. Es imperativo que el profesorado fomente un ambiente de colaboración y asegure que todos los estudiantes participen activamente en la resolución de problemas. A su vez, el estudiantado debe adoptar un rol proactivo en su aprendizaje, trabajando en equipo para entender y aplicar los conceptos matemáticos. Además, los problemas matemáticos deben diseñarse para promover la discusión, permitir múltiples enfoques y tener una relevancia contextual que conecte con la realidad del estudiantado. La implementación de estas estrategias tiene el potencial de transformar la enseñanza de las matemáticas, haciendo que el aprendizaje sea más significativo, equitativo y efectivo para todos los estudiantes.

Capacitación Docente para la Organización del Trabajo Colaborativo en el Aula

La organización efectiva del trabajo colaborativo en el aula representa un desafío importante para el personal docente, especialmente en el contexto de la enseñanza secundaria. Aunque se reconoce que el trabajo en equipo fomenta habilidades sociales, cognitivas y emocionales en los estudiantes, su implementación requiere una planificación cuidadosa y un conjunto de competencias por parte del profesorado. Para asegurar que el trabajo colaborativo cumpla con sus objetivos, es esencial que los docentes reciban capacitación en diversas áreas que abarcan desde el diseño de actividades colaborativas hasta el manejo de dinámicas grupales y la evaluación de las contribuciones individuales.

En primer lugar, los docentes deben estar preparados para diseñar actividades colaborativas. Este aspecto es crucial porque no todas las tareas promueven de manera natural la colaboración entre los estudiantes. Las actividades deben estar estructuradas de tal manera que cada miembro del equipo tenga un rol claro y que las tareas sean interdependientes, es decir, que el éxito del grupo dependa de las contribuciones de cada integrante. La capacitación debe centrarse en cómo estructurar problemas que no solo requieran la interacción entre estudiantes, sino que también fomenten la responsabilidad compartida, evitando que algunos asuman un papel pasivo. García-García et al. (2013) destacan que el profesorado debe estar preparado para adaptarse a la diversidad de habilidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes, lo que facilitará la implementación de un trabajo colaborativo en el aula.

Además, una de las áreas más importantes de capacitación es la gestión de grupos y dinámicas de equipo. La composición del grupo influye significativamente en la calidad del trabajo colaborativo, por lo que los docentes deben estar familiarizados con técnicas para organizar equipos heterogéneos, asegurando un equilibrio entre estudiantes de diferentes habilidades y estilos de aprendizaje. López-Iñesta et al. (2019) destacan que los alumnos aprenden a apreciar el trabajo en equipo compuesto por integrantes de diversos conocimientos, subrayando que el éxito no se debió solo a la asignación de tareas, sino a la coordinación del grupo y la toma de decisiones consensuadas.

Es igualmente importante que el personal docente aprenda a identificar y gestionar posibles conflictos dentro de los grupos. Terán de Serrentino y Pachano Rivera (2009) enfatizan que el trabajo colaborativo se basa fundamentalmente en el diálogo constructivo, de modo que se eviten enfrentamientos en el aula y se convierta en un espacio donde se fomente un aprendizaje constructivo y equitativo.

La capacitación en estrategias de mediación y retroalimentación es otra competencia que debe desarrollarse en el personal docente. La labor del docente no debe limitarse a ser un observador pasivo; debe intervenir estratégicamente para guiar el proceso de aprendizaje. Esto implica ofrecer retroalimentación oportuna y formativa que ayude a los estudiantes a corregir errores y mejorar su desempeño sin resolver el problema por ellos. Gómez (2016) sostiene que al desarrollar temas matemáticos, los docentes deberían proporcionar retroalimentación en el proceso y no solo al final del mismo, lo que promueve una cultura de aprendizaje continuo y mejora en el aula.

Finalmente, la evaluación del trabajo colaborativo presenta sus propios desafíos. Los docentes deben estar capacitados para crear rúbricas que consideren tanto el proceso como el producto final del trabajo en equipo, garantizando una evaluación que reconozca las contribuciones individuales y colectivas. La evaluación debe considerar la autoevaluación y la coevaluación como herramientas que permiten a los estudiantes reflexionar sobre su propio aprendizaje y el de sus compañeros, promoviendo un sentido de responsabilidad compartida. Esto no solo refuerza el aprendizaje, sino que también fomenta habilidades críticas que serán valiosas a lo largo de su vida académica y profesional.

En conclusión, la capacitación docente en la organización del trabajo colaborativo es necesaria para preparar el escenario del aprendizaje en el aula. Un profesorado bien preparado no solo puede diseñar actividades efectivas, sino también gestionar dinámicas de grupo, mediar conflictos y evaluar de manera justa y equitativa. Esta capacitación, por lo tanto, representa una inversión crucial para el desarrollo de un entorno de aprendizaje colaborativo que beneficie tanto a estudiantes como a docentes, contribuyendo al logro de una educación de calidad y equitativa en las matemáticas.

Limitaciones del Estudio

En el estudio se identifican varias limitaciones que, aunque son esperables en investigaciones cualitativas, pueden influir en la generalización de los resultados. Una de estas limitaciones es el contexto educativo específico en el que se lleva a cabo el estudio, lo que puede restringir la aplicabilidad de los hallazgos a otros entornos o niveles educativos.

Además, aunque los instrumentos de medición utilizados son detallados, es posible que no capten todas las interacciones, y la subjetividad inherente a la observación humana puede introducir sesgos en los datos. También se destaca la duración limitada del estudio, que puede no ser suficiente para reflejar completamente la complejidad de las interacciones grupales. Otros factores, como la influencia del investigador en el comportamiento de los estudiantes, las restricciones de tiempo y recursos, y la selección no representativa de los participantes, pueden contribuir a sesgar los resultados.

No obstante, estas limitaciones, comunes en estudios cualitativos, no disminuyen el aporte significativo que se espera que el estudio ofrezca al campo de la educación matemática. Se anticipa que brinde una comprensión más profunda de las dinámicas grupales y los procesos de resolución de problemas en entornos colaborativos.

Sugerencias para Futuras Investigaciones

Se recomienda que futuros estudios amplíen el número de participantes para mejorar la representatividad de los hallazgos. Un mayor número de participantes proporcionará una visión más completa de las dinámicas grupales y contribuirá a la validación de las conclusiones. Además, es aconsejable llevar a cabo investigaciones en diversos entornos y niveles educativos para evaluar la aplicabilidad de los resultados en situaciones variadas. Asimismo, se sugiere incorporar múltiples métodos de recolección de datos, como entrevistas y encuestas, además de guiones de observación para capturar una gama más amplia de interacciones y minimizar los sesgos de observación.

También se recomienda extender la duración del estudio para captar la complejidad de las interacciones grupales y los procesos de aprendizaje en contextos colaborativos. Al implementar estas recomendaciones, los investigadores podrán enriquecer la comprensión de las dinámicas grupales y los procesos de resolución de problemas en la educación matemática.

Palabras Finales

Como maestra de matemáticas de secundaria, el proceso de desarrollar esta tesis se convirtió en un viaje transformador tanto para mis estudiantes como para mí. Al implementar dinámicas colaborativas en el aula, pude observar cambios en la interacción y el compromiso del estudiantado. Al principio, me enfrenté a la resistencia que a menudo acompaña la innovación en la enseñanza; sin embargo, con el tiempo, fui testigo de cómo la colaboración transformaba la atmósfera del aula. Mis alumnos comenzaron a verse como partes integrantes de un equipo en lugar de competidores individuales. Este cambio fomentó en el salón de clases un ambiente de respeto y apoyo mutuo.

A medida que avanzaba en este proceso, aprendí la importancia de la flexibilidad y la adaptación en mi práctica docente. Los errores y desafíos se convirtieron en oportunidades para el aprendizaje, no solo para mis alumnos, sino también para mí como educadora. Las dinámicas colaborativas promovieron la discusión y el intercambio de ideas, permitiendo a los estudiantes desarrollar habilidades críticas que espero trasciendan el ámbito académico. Así, me sentí motivada a continuar explorando y aplicando esta metodología, convencida de que un enfoque centrado en la colaboración enriquece no solo el aprendizaje de las matemáticas, sino también la preparación de los estudiantes para enfrentar los retos del futuro.

Si bien es cierto que este enfoque de enseñanza requiere preparación del escenario de aprendizaje y un conocimiento de las necesidades de los estudiantes, su implementación se traduce en un factor que puede generar aprendizajes significativos. La creación de espacios donde los alumnos se sientan motivados a participar no solo enriquece su crecimiento académico, sino que también transforma la experiencia de aprender en una posibilidad memorable y significativa. En este entorno, el aprendizaje se convierte en un proceso dinámico, donde cada estudiante se siente valorado y comprometido con su propia educación.

Este enfoque también puede contribuir al avance de la ciencia educativa, estableciendo un espacio de reflexión sobre el desempeño en las clases de matemáticas. Al adoptar prácticas de trabajo colaborativo de manera más continua, considero que los docentes no solo responden a las inquietudes de los alumnos por abandonar un aprendizaje pasivo, sino que también tienen la oportunidad de mejorar su rol profesional. La necesidad de innovación en la enseñanza se alinea con el deseo de algunos estudiantes de participar activamente en su proceso educativo, en lugar de limitarse a escuchar y responder de manera individual preguntas que la clase de matemáticas exige.

Este cambio en la dinámica del aula se alineó con la literatura existente sobre el trabajo colaborativo. Investigadores como Akinyi-Oloo et al. (2006) han señalado que los equipos que resuelven problemas en conjunto, compartiendo y aclarando conocimientos, favorecen la concentración y mejoran el rendimiento de los estudiantes en comparación con el aprendizaje individual. Esta mejora coincide con las afirmaciones de Alarcón (2004), quien sostuvo que el trabajo cooperativo no solo mejora el rendimiento académico, sino que también promueve dinámicas positivas en el aula, creando un ambiente propicio para la comprensión de temas complejos.

La relevancia de la interacción entre estudiantes se enfatizó aún más en la intervención. Barbosa-Herrera et al. (2017) subrayaron que las interacciones efectivas se basan en la participación equitativa y el respeto por las opiniones ajenas. Durante la intervención, pude constatar que los alumnos no solo se conocieron mejor, sino que también experimentaron una percepción diferente del aprendizaje, valorando la colaboración, el intercambio de ideas y la escucha activa como elementos para la construcción de su conocimiento.

Los equipos que funcionaron eficazmente, como señalaron Broitman et al. (2014) y Cujba y Pifarré (2023), fueron aquellos donde emergió la explicación mutua entre sus miembros. Este enfoque se tradujo en un aumento de la empatía y una mejora en las actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas. En esta intervención, se evidenció que la colaboración no solo ayudó a resolver problemas matemáticos, sino que también promovió un ambiente de apoyo mutuo y autoaprendizaje, un hallazgo que coincide con las conclusiones de García-Salazar (2012) sobre el impacto positivo de la interacción social y el intercambio de significados en el comportamiento de los estudiantes.

Además, la importancia de establecer roles dentro del equipo, como sugirieron López-Iñesta et al. (2019), fue un aspecto importante en la intervención. Algunos estudiantes asumieron la responsabilidad de ayudar a otros, facilitando la creación de un conocimiento compartido. Esta organización del trabajo en equipo permitió que los participantes se sintieran más cómodos al hacer preguntas y aprender de los errores, un aspecto resaltado por Rocamora et al. (2019) y Pöysä-Tarhonen et al. (2021), quienes indicaron que la coordinación y la participación equitativa pueden ser cruciales para la resolución de los problemas matemáticos que se les presentan a los equipos.

Aunque la implementación de este enfoque presentó desafíos, como mencionaron Planas y Morera (2011), quedó claro que el trabajo en equipo resultó beneficioso incluso en aquellos casos donde no todos los miembros participaron de manera activa. Este tipo de interacción fomentó un aprendizaje adaptado a contextos reales, empoderando a los alumnos y motivándolos a adquirir herramientas que espero les permitirán enfrentar futuros desafíos académicos.

En conclusión, esta investigación no solo contribuyó al entendimiento teórico del trabajo colaborativo, sino que también ofreció un espacio para la reflexión y planificación sobre la enseñanza de las matemáticas. Como docente de matemáticos puedo contrastar estos hallazgos con los resultados obtenidos por los autores revisados, enfatizando la relevancia de construir un ambiente de trabajo donde los estudiantes puedan participar activamente. Así, este estudio respondió a la necesidad de innovar en las prácticas educativas, alejándose de un aprendizaje pasivo hacia uno más dinámico y significativo. Esta experiencia resaltó la importancia de que los docentes como yo, adoptemos estas metodologías en nuestras prácticas, reconociendo que, aunque demandan tiempo y esfuerzo, los beneficios a largo plazo en la formación de estudiantes más críticos y comprometidos son invaluables.

Referencias

Akinyi-Oloo, E., Mutsotso, S. N., y Masibo, E. N. (2016). Effect of peer teaching among students on their performance in mathematics. *International Journal of Scientific Research and Innovative Technology*, *3*(12), 10-24. https://oa.mg/work/2996338570

Alarcón, J. (2004). Estudio sobre los beneficios académicos e interpersonales de una técnica del aprendizaje cooperativo en alumnos de octavo grado en la clase de matemáticas. *Revista EMA*, *9*(2), 106-128. http://funes.uniandes.edu.co/1513/1/114_Alarcon2004Estudio_RevEMA.pdf

Allal, L. (2016). The Co-Regulation of Student Learning in an Assessment for Learning Culture. En I. A (Eds.), *Assessment for Learning: Meeting the Challenge of Implementation* (pp. 363-365). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-39211-0_15

Álvarez Méndez, Y. (2020). El trabajo colaborativo: una estrategia clave en la asignatura de matemáticas. *Revista EDUCERE del nivel medio superior*, *1*(1), 1-10. https://revistas.uaz.edu.mx/index.php/EDUCERE/article/view/839/772

Andrade, H., y Brokhart, S. M. (2019). La evaluación en el aula como corregulación del aprendizaje. *Evaluación en Educación: Principios, Política y Práctica*, *27*(4), 350-372. https://doi.org/10.3389/feduc.2022.1063123

Balarezo Ochoa, M. I. (2020). Trabajo cooperativo en matemáticas con estudiantes de secundaria. Un caso de estudio. *Revista Científica, Cultura, Comunicación y Desarrollo*, *5*(3), 37-42. https://rccd.ucf.edu.cu/index.php/aes/article/view/255

Bandura, A. (1986). Social cognitive theory of personality. En L. A. Pervin y O. P. John (Eds.), Handbook of personality: Theory and research (pp. 154–196). Guilford Press. http://admin.umt.edu.pk/Media/Site/STD1/FileManager/OsamaArticle/26august2015/Bandura1999HP.pdf

Barbosa Herrera, J. C., Valdivia Barrios, A., López Prismante, P., y López Cruz, M. (2017).El papel del profesor en la interacción entre pares en una actividad extracurricular. Estudio en una experiencia de canal de TV escolar en línea. *Estudios Pedagógicos 43*(*3*) 27-46. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052017000300002

Bauselas Herreas, E. (2017). Ansiedad y Bajo Rendimiento en Competencia Matemática. *Revista Iberoamericana de Diagnóstico y Evaluación – e Avaliação Psicológica. RIDEP, 46*(1), 1-13. https://doi.org/10.21865/RIDEP46.1.12

Benjumeda, F. J., Romero, I., y López-Marín, M. M. (2015). Alfabetización matemática a través del aprendizaje basado en proyectos en secundaria. *Investigación en Educación Matemática*, *XIX*, 163-172. http://hdl.handle.net/10045/51385

Broitman, C., Escobar, M., Sancha, I., y Urretabizcaya,, J. (2014). Interacciones entre alumnos de diversos niveles de conocimientos matemáticos. Un estudio en un aula plurigrado de escuela primaria. *Yupana*, *8*, 11-30. http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.8375/pr.8375.pdf

Burgos Navarrete, F. J., y Escalona, E. (2017). Prueba Piloto: validación de instrumentos y procedimientos para recopilar data antropométricos con fines ergonómicos. *Ingeniería y Sociedad UC*, 31-47. http://servicio.bc.uc.edu.ve/ingenieria/revista/IngenieriaySociedad/a12n1/art03.pdf

Cansa Honores, J. L., y Quezada Llanto, J. (2021). El uso del enfoque del estudio de caso: Una revisión de la literatura. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *5*(19), 775-786. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i19.236

Capera, M., Menjura, M., y Sarmiento-Rivera, D. (2022). Enseñanza de las matemáticas en básica primaria: Revisión sistemática. *Revista Espacios*, *43*(7), 49-64. https://doi.10.48082/espacios-a22v43n07p04

Chilan Bravo, M. J., y Cedeño Loor, F. O. (2023). Aprendizaje cooperativo para potenciar la enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas para los estudiantes de educación básica. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, *4*(2), 51-57. https://doi.org/10.56712/latam.v4i2.973

Chukwuyenum, A. N. (2013). Impact of critical thinking on performance in mathematics among senior secondary school students in Lagos State. *IOSR Journal of Research & Method in education, 3*(5), 18-25. http://www.iosrjournals.org

Cobo, P. (1998). *Análisis de las interacciones entre pares de alumnos en la resolución de problemas de matemáticas*. Dialnet. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2729311

Cohen, L., Manion, L., y Morrison K. (2000). Research Methods in Education (5th Edition)London: Routledge Falmer. https://doi.org/10.4324/9780203224342

Colom, Y., y Rosich, N. (2015). *La resolución de problemas matemáticos* *contextualizados por parejas (alumno con TDHA/ sin TDHA) en la Educación Secundaria*. Dialnet. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8465461

Collantes-Rodriguez, R., y Benavides-Carranza, V. J. (2023). Retroalimentación como Comunicación Reflexiva en el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. *Revista Internacional Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, *16*(2), 172-183. https://doi.org/10.37843/rted.v16i2.392

Coll, R. K., y Chapman, R. (2000). Choices of methodology for cooperative education researchers. *International Journal of Work-Integrated Learning*, *1*(1),1. https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=c05e4f29b9c4be24ffb0ca277b790404bf72e510

Creswell, J. W., y Miller, D. L. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory into practice, 39*(3), 124-130. https://doi.org/10.1207/s15430421tip3903_2

Creswell, J. W., Shope, R., Plano Clark, V. L., y Green, D. O. (2006). How interpretive qualitative research extends mixed methods research. *Research in the Schools,* 13(1),1-11. https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=97d962208ddefbf01b3de936446c0ee20381df10

Creswell, J. W., y Creswell, J. D. (2018). *Mixed methods research: Developments, debates, and dilemma* (Los Angeles: SAGE ed.). https://books.google.com/books?hl=es&lr=&id=AyMZt9AodEEC&oi=fnd&pg=PA315&dq=Creswell,+J.+W.,+y+Creswell,+J.+D.+(2018).+Mixed+methods+research:+Developments,+debates,+and+dilemma+(Los+Angeles:+SAGE+ed.).&ots=N7nqKxZH79&sig=mnT6gk2fYgqx0fr4fJvrRK0XEyA

Cruz-Morales, V., y Guevara Valdez, J. A. (2024). Necesidades de formación y desafíos en la gestión y liderazgo escolar:: Un estudio en escuelas secundarias de la Ciudad de México. *Revista Arista-Crítica*, *4*, 30-44. https://doi.org/10.18041/2745-1453/rac.4.10376

Cujba, A., y Pifarré, M. (2023) Relaciones entre el aprendizaje de la estadística y las actitudes del alumnado en el marco de un proyecto de análisis de datos con tecnología. *Educación Matemática*, *35*(2), 196-225. https://doi.org/10.24844/EM3502.08

Denzin, N.K., y Lincoln, Y.S. (Eds.). (1998). *Collecting and interpreting qualitative materials*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Dewey, J., Fink, H., Hartnack, J., y Sløk, J. (1970). *John Dewey* pp. 87-88. Collier-Macmillan.https://www.researchgate.net/profile/Robert-Innis/publication/271129329_John_Dewey_et_sa_glose_approfondie_de_la_theorie_peircienne_de_la_qualite/links/56f13ad908aeb4e2ede8cd81/John-Dewey-et-sa-glose-approfondie-de-la-theorie-peircienne-de-la-qualite.pdf

Donoso Osorio, E., Valdés Morales, R., y Cisternas Nuñez, P. (2020). Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos. *Páginas de Educación*, *13*(1), 82-106 https://doi.org/10.22235/pe.v13i1.1920

Dorati, Y., De Crespo, M., y Cantú, F. (2016). El aprendizaje cooperativo aplicado a las matemáticas y sus efectos en el rendimiento académico. *Prisma Tecnológico*, *7*(1), 26-29. https://revistas.utp.ac.pa/index.php/prisma/article/view/1260/1605

Dreyfus, T., Rasmussen, C., Apkarian, N., y Tabach, M. (2018). La complejidad de la construcción del conocimiento en el aula. *INDRUM*. https://hal.science/hal-01849971

Falsetti, M. C., Rodríguez, M. A., y Aragón, A. J. (2003). Interacciones y aprendizaje en Matemáticas: análisis de una experiencia didáctica. *Suma 42*, 61-68. https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/42/SUMA_42.pdf

Ferreiro, R. (2004). *Más allá de la teoría: El Aprendizaje Cooperativo: El constructivismo social. El modelo educativo para la Generación N*. Nova Southeastern University. https://maestrias.clavijero.edu.mx/cursos/MPPGEET1IEDL/modulo4/documentos/website-magister-articulo6.pdf

Fernández, F. (2007). La tutoría entre compañeros en la universidad [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. In *La tutoría entre compañeros de la Universidad*. Granada, España. https://www.researchgate.net/publication/46590164_La_tutoria_entre_compañeros_en:la: Universidad

Firdaus, F., Kailani, I., Bakar, M. N. B., y Bakry, B. (2015). Developing critical thinking skills of students in mathematics learning. *Journal of Education and Learning* (EduLearn), 9(3), 226-236. https://books.google.com/books?hl=es&lr=&id=qzOHCgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA226&dq=Firdaus,+F.,+Kailani,+I.,+Bakar,+M.+N.+B.,+y+Bakry,+B.+(2015).+Developing+critical+thinking+skills+of+students+in+mathematics+learning&ots=rN6TPdZsh8&sig=s2R7SvA9tXrmIV2Wb3VBhx9t_60

Flick, U. (2015). *El diseño de la Investigación Cualitativa* (T. del Amo Martín y C. Blanco Castellano, Trans.). Ediciones Morata.

Flores Valdéz, A. R. (2023). Ejemplos de codificación en el desarrollo de la Teoría Fundamentada: investigación en educación matemática. *Revista ISCEEM*, *1*(32), 15-30. http://dx.doi.org/10.22136/isceem21202295

Forman E. A., (1992), Discourse, intersubjectivity, and the development of peer collaboration: a Vygotskian approach, *Children's development within social context,* 1, pp.143–159. https://psycnet.apa.org/record/1992-97629-006

Forman E. y Cazdan C., (1998), E*xploring Vygotskian perspectives in education*, in Faulkner D., Littleton K. and Woodhead R. (Ed.), Learning relationships in the classroom, Routledge,(pp.189–206) https://api.taylorfrancis.com/content/books/mono/download?identifierName=doi&identifierValue=10.4324/9781315006321&type=googlepdf

Gairín, S. J., Feixas, M., Guillamón, C., y Quinquer, D. (2004). La tutoría académica en el escenario europeo de la educación. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, *18*(1), 1-17. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1057097

García-García, M., Biencinto-López, C., Carpintero-Molina, E., Núñez-del-Río, M. C., y Arteaga-Martínez, B. (2013). Rendimiento en matemáticas y actitud hacia la materia en centros inclusivos: estudio en la Comunidad de Madrid. *Revista de Investigación Educativa*, *31*(1), 117-132. http://dx.doi.org/10.6018/rie.31.1.143221

García-Salazar, M. (2012). Análisis de interacciones en aulas de matemáticas de secundaria. El caso de Mexicali, Baja California México. *Diálogos sobre educación. Temas actuales en investigación educativa*, *3*(5), 1-16. https://www.redalyc.org/pdf/5534/553457065009.pdf

García, M. M., y Traver Marti, J. A. (2016). Percepción del alumnado de Educación Secundaria sobre el Aprendizaje Cooperativo en Matemáticas: un estudio de caso. *S, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, *31*(2), 129-144. http://www.revista.uclm.es/index.php/ensayos

Garro, M. (2009). Research Design. Qualitative, quantitative and mixed methods approaches. *Revista Peruana de Investigación Educativa,*, *7*(7), 185-189. http://3.20.45.153/index.php/RPIE/article/download/55/104

Gavilán Bouzas, P., y Alario Gavilán, R. (2012). Efectos del aprendizaje cooperativo en el uso de estrategias de aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, *60*(2), 1-13. https://rieoei.org/RIE/article/download/1320/2401

Godino, J. D., y Linares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación matemática*, *12*(1), 70-92. http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/06Godino.pdf

Gherab, K. (2022). Una aproximación a la filosofía de la educación. *Revista Internacional de Educación y Aprendizaje*, *10*(4), 445-461. https://doi.org/10.37467/revedu.v10.4775

Gómez, G. R., Flores, J. G., y Jiménez, E. G. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. http://media.utp.edu.co/centro-gestion-ambiental/archivos/metodologia-de-la-investigacion-cualitativa/investigacioncualitativa.doc

González Álvarez. (2012). *Aplicación del constructivismo social en el aula*. Repositorio Minedu. http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/4660

González Ávila, M. (2002). Aspectos éticos de la investigación cualitativa. *Revista Iberoamericana de Educación*, *29*(1), 85-103. https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/20984/rie29a04.pdf?sequ

González Fernández, N., y García Ruíz, M. R. (2008). El aprendizaje cooperativo como estrategia de enseñanza-aprendizaje en psicopedagogía. *Revista Iberoamericana de Educación*, *42*(6). http://www.rieoei.org/boletin42_6.htm

Gómez, L. F. (2016). Intención y competencia pedagógica: el uso del parendizaje colaborativo en la asignatura de matemáticas en secundaria. *Propósitos y Representaciónes*, *4*(2),133-179. http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n2.121

Gracia García, M. M., y Traver Martí, J. A. (2016). La percepción del alumnado de educación secundaria sobre el aprendizaje cooperativo en matemáticas: un estudio de caso. *Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, *31*(2), 129-144. http://www.revisra.uclm.es/index.php/ensayos

Guerra Garcia, J. (2020). El constructivismo en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vygotsky para comprender la construcción del conocimiento en el ser humano..... *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, *7*(2) https://openurl.ebsco.com/EPDB%3Agcd%3A3%3A7852083/detailv2?sid=ebsco%3Aplink%3Ascholar&id=ebsco%3Agcd%3A141369996&crl=c

Guerra Santana, M., Rodriguez Pulido, J., y Artiles Rodriguez, J. (2019). Aprendizaje colaborativo: experiencia innovadora en el alumnado universitario. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, *18*(36), 268-283. https://doi.org/10.21703/rexe.20191836guerra5

Guba, E. y Lincoln, Y. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED297007.pdf

Hardwin, A., Järvelä, S., y Miller, M. (2018). Self-regulation, co-regulation, and shared regulation in collaborative learning environments. In *Handbook of self-regulation of learning and performance* (pp. 83-106) D. H. Schunk y J. A. Greene. https://doi.org/10.4324/9781315697048-6

Iglesias Muñiz, J., López Miranda, T., y Fernández-Río, J. (2017). ¨La enseñanza de las matemáticas a través del aprendizaje cooperativo en 2° curso de educación primaria¨. *Contexto Educativos Revista de Educación*, 47-64. https://doi.org/10.18172/con.2926

Izquierdo, G. M. (2015). Informantes y muestreo en investigación cualitativa. *Investigaciones Andinas*, 17(30), 1148-1150. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0124814620150001011488&script=sci_arttext

James, W. (2020). *Pragmatism. En Pragmatism* (pp. 53-75). Routledge. http://publiclibrary.uk/pdfs/8/869.pdf

Johnson, D.W., y Johnson, R.T. (2009). An Educational Psychology Success Story: Social Interdependence Theory and Cooperative Learning. *Journal of Educational researcher,* 38(5), 365-379. https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.3102/0013189X09339057

Jones, E. D., Wilson, R., y Bhojwani, S. (1997). Mathematics instruction for secondary students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, *30*(2),151-163. https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=34d91e05641d8b87f229f3bbd146d0577c0a00b1

Jorrín Aberraín, I. M. (2023). The Interactive Research Methods Lab : a hub for the promotion of educational change based on methodological equity. *Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado*, *26*(2), 1-16. https://doi.org/10.6018/reifop.558951

Kim, H. W., y Kim, M. K. (2021). A Case Study of Children's Interaction Types and Learning Motivation in Small Group Project-Based Learning Activities in a Mathematics Classroom. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education,*, *17*(12), 1-15. https://doi.org/10.29333/ejmste/1141

Kuhn, T.S. *The structure of scientific revolutions* 2. Ed. Chicago: University of Chicago Press, 1970. https://www.academia.edu/download/62519294/Thomas_Kuhn_-_The_Structure_of_scientific_revolutions_3rd_ed.20200328-112461-1g7y9qj.pdf

Kumpulainen, K., y Kartinen, S. (2003). The interpersonal dynamics of collaborative reasoning in peer interactive dyads. *The Journal of Experimental Education*, *71*(4), 333-370. https://www.jstor.org/stable/20152719

Kwan Chung, C. K., y Alegre Brítez, M. Á. (2023). Teoría Interpretativa y su relación con la investigación cualitativa. *Revista UNIDA Científica*, *7*(1), 46-52. http://revistacientifica.unida.edu.py/publicaciones/index.php/cientifica/index

León Quispe, K., Santos Sebrián, A., y Alonzo Yaranga, L. (2023). El trabajo colaborativo en la educación. *Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *7*(29), 1423-1437. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v7i29.602

Lodhi, A., Rosich, N., y Cantero, B. (2019). Estudio de las Interacciones de alumnado bilingüe Paquistaní en la Resolución de Problemas Matemáticos en el Aula de Secundaria. *REDIMAT- Journal of Research in Mathematics Education*, *8*(1), 76-105. http://dx.doi.org/10.477/redimat.2019.2380

López Ramos, L. C., Franco Casillas, S., y Reynoso Rábago, A. (2021). Gramificación: una estrategia de enseñanza de las matemáticas en secundaria. *EDUCATECONCIENCIA*, *29*(Especial), 124-146. https://doi.org/10.58299/edu.v29iEsp...397

López-Iñesta, E., Bolufer Costa, M. D., y Grimaldo, F. (2019). Una experiencia de aprendizaje cooperativo en el aula de Matemáticas para favorecer la interacción entre el alumnado. *Universidad de Valencia*, *1*(1), 1-9. https://www.uv.es/grimo/publications/leci2015.pdf

Lorenzo, C. R. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação,* 31(1), 11-22. https://www.redalyc.org/pdf/1171/117117257002.pdf

Loya Salazar, Y. Z. (2024). *Trabajo colaborativo y su relación con la competencia Resuelve Problemas de Forma Movimiento y Localización en el Área de Matemática del 1er y 2do grado de educación secundaria de la Institución Educativa Nº64698 Sgto 2do FAP*

Lázaro Orrego ... repositorio@unu.edu.pe. http://repositorio.unu.edu.pe/handle/UNU/6952

Luneta, K., y Legesse, M. Y. (2023.). Discourse-based mathematics instruction on Grade 11 learners' mathematical proficiency in algebra topics. *Pythagoras - Journal of the Association for Mathematics Education of South Africa*, *44*(1), 1-11. https://doi.org/10.4102/ pythagoras.v44i1.686

Mandarachi Flores, R. P., y Anccana Llamocca, L. P. (2022). Relaciones interpersonales, trabajo colaborativo de aprendizajes en el logro en estudiantes de una institución educativa, Puerto Bermudez. *Revista Igobernanza*, *5*(20), 15-47. https://doi.org/10.47865/igob.vol5.n20.2022.219

Mauriz-Turrado, I., y Fernandez-Río, J. (2023). Una intervención educativa con adolescentes basada en el mindfulness: investigación cualitativa. *Revista Retos*, *49*(1), 642-651. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8987910

Moll, L. (1993). Vygotsky y la educación: connotaciones y aplicaciones de la psicología socio histórica en la educación. *Aique*. https://latam.casadellibro.com/libro-vygotsky-y-la-educacion-connotaciones-y-aplicaciones-de-la-psico-logia-sociohistorica-en-la-educacion/9789507012150/490210

Moraza-Quispe, B., Choquehuanca-Quispe, W., Rosas-Imán, V. H., Quispe-Flores, L. M., Alcazar-Holguín, M. A., Feliciano-Yucra, G., y Martínez-López, A. C. (2024). Impacto del uso de la gamificación en el desarrollo de aprendizajes colaborativos: Un enfoque cuantitativo experimental. *Revista Iberoamericana de Tecnologias del Aprendizaje*, *19*, 51-60. https://doi.org/10.1109/RITA.2024.3368360

Neuman, L.W. (2007), Basics of Social Research: Qualitative and Quantitative Approaches, Second Edition; Boston; Pearson Education; Inc. https://www.academia.edu/download/53066428/Basics_of_Social_Research_Neuman.pd

Ortiz-Jimenez, A., y Pérez Astorga, J. (2021). Caracterización de una gestión argumentativa que promueve articuladamente argumentación y modelación en el aula matemática de primaria. *Perspectiva Educacional. Formación de Profesores*, *60*(3), 159-184.

http:// doi.org/10.4151/07189729- 60(3),1228

Osimk-Teasdale, R; Pirker, H, and Pitzl, M.L. (2021). Search manual for Vienna-Oxford International Corpus of English (VOICE) 3.0 Online. https://voice.acdh.oeaw.ac.at/wpcontent/uploads/2021/09/Search-manual-VOICE-3.0-Online.pdf

Parra-Álvarez, M, y Flores-Macías, R. d. C. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Educación Matemática*, *20*(1), 31-67. https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v20n1/v20n1a3.pdf

Paz, J. C. S., y Maldonado, S. D. (2009). Estrategias discursivas: un abordaje terminológico [Facultad de Ciencias de la Información, Universidad Complutense de Madrid;]. In *Repositorio Institucional CONICET Digital* (43rd ed., pp. 1-27). https://ri.conicet.gov.ar/handle/11336/78060

Pérez Nogales, C. L., y Pari Condori, A. (2023). Ansiedad Matemática Global y por Género en Estudiantes de Secundaria de la Unidad Educativa Teófilo Vargas Candía. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(6), 4730-4746. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.9032

Pérez Salgado, L. N., Farfan Pimentel, J. F., Delgado Arenas, R., y Baylón Chavagary, R. G. (2022). El aprendizaje cooperativo en la educación básica: una revisión teórica. *Revista Científica Multidisciplinaria*, *5*(1), 6-11. http://remca.umet.edu.ec/index.php/REMCA/article/view/462/478

Planas, N., y Morera, L. (2011). Educación matemática e interacción en el aula de secundaria. *Uno Revista Didáctica de las Matemáticas*, (*58*), 77-83. https://www.academia.edu/3005612/Educacion_matematica_e_interaccion_en_el_aula_de_secundaria

Polya, G. (1994). *How to solve i*t. M.: Uchpedgiz. https://dmitry.ai/uploads/default/original/1X/b28682972c04ef65cac434a6cb3715ec9945ae1a.pdf

Pons, R. M., González-Herrero, M. E., y Serrano, J. M. (2008) Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales de Psicologia (Annals of Psychology)*. Universidad de Murcia. http://www.um.es/analesps

Pöysä-Tarhonen, J., Häkkinen, P., Tarhonen, P., y Näykki, P. (2021). "Anything taking shape?" Capturing various layers of small group collaborative problem solving in an experiential geometry course in initial teacher education. *Instructional Science*, *50*, 1-34. https://doi.org/10.1007/s11251-021-09562-5

Riera Romero, G., y Bosch SanFelix, M. (2022). Aprendizaje cooperativo según el modelo CA/AC. *Revista Internacional de Humanidades*, 1-9. https://doi.org/10.37467/revhuman.v11.4042

Rocamora, P. P., Espinosa, M. P. P., y Vera, M. M. S. (2019). Clase Invertida: un estudio de caso con alumnos de ESO con dificultades de aprendizaje. *Edutec. Revista Electrónica De Tecnología Educativa*, (70), 34-56 .https://www.edutec.es/revista/index.php/edutec-e/article/view/1419

Rossman, G. B., y Wilson, B. L. (1985). Words and numbers: Combining quantitative and qualitative methods in a single large-scale evaluation study. *Evaluation Review, 9*(5), 627-643. https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0193841x8500900505

Rowland, T. (2002). Pragmatic perspectives on mathematics discourse. *Philosophy of mathematics education journal*, 16. 1-9 https://education.exeter.ac.uk/research/centres/stem/publications/pmej/pome16/pragmatic.htm

Ruíz-Morales, Y. A., y Caicedo-Villamizar, S. B. (2022). e-Evaluación del trabajo colaborativo en estudiantes universitarios. *Saber, Ciencia y Libertad*, *17*(1), 364-377. https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2022v17n1.8473

Secretaría de Educación Pública. (2018). Sistema de consulta de estadística educativa (INDEX). https://www.gob.mx/sep

SEP. (2018). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* (1st ed.). https://educacionespecial.sep.gob.mx/storage/recursos/2023/05/IKnQC7OemW-1LpM_Equidad-e-Inclusion_digital.pdf

Shin Su, C., Díaz-Levicoy, D., y Chin Hsu, C. (2024). Propuesta de un ciclo formativo para la enseñanza de la estocástica y el desarrollo sostenible en futuros profesores de educación primaria mediante el estudio de clases. *Formación Universitaria*, *17*(2), 125-137. http://dx.doi.org/10.4067/s0718-50062024000200125

Solano Luengo, L. O. (2015). Influencia en el aprendizaje de los alumnos de 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria del Aprendizaje Cooperativo. *Indivisa, Bol. Estudios Investigación*, *15*(1), 51-76. https://www.redalyc.org/pdf/771/77137915006.pdf

Solar-Bezmalinovic, H. (2017). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, *74*(1), 155-176. http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n74/0120-3916-rcde-74-00155.pdf

Stake, R. (2015). I*nvestigación con estudio de casos*. Madrid: Morata. http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/GDLA/issue/download/686/pdf#page=100

Teasley, S. D., y Roschelle, J. (1993). Constructing a Joint Problem Space: The Computer as a Tool for Sharing Knowledge. In *Computers as Cognitive Tools* (1a ed., pp. 229-258). https://doi.org/10.4324/9780203052594

Terán de Serrentino, M., y Pachano Rivera, L. (2009). El trabajo cooperativo en la búsqueda de aprendizajes significativos. *Investigación Arbitraria*, *44*(13), 159-167 http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1316-49102009000100019&script=sci_abstrac

Uesaka, Y., y Manolo, E. (2007). Peer Instruction as a Way of Promoting Spontaneous Use of Diagrams When Solving Math Word Problems. *Journal Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, *29*(29), 677-682. https://escholarship.org/uc/item/1xf9q095

UNICEF. (2023). Diseño Universal del Aprendizaje.https://www.unicef.org/lac/dise%C3%B1o-universal-para-el-aprendizaje-y-libros-de-texto-digitales-accesibles

Villamizar Acevedo, G., Araujo Arenas, T. Y., y Trujillo Calderón, W. J. (2020). Relación entre ansiedad matemática y rendimiento académico en matemáticas en estudiantes de secundaria. *Revistas Ecuedu. Ciencias Psicologicas*, *14*(1), 1-13. https://doi.org/10.22235/cp.v14i1.2174

Vygotsky, L. S. (1962). *The collected works of LS Vygotsky: Scientific legacy*. Springer Science & Business Media. Edited by Roberth W. Rieber

https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4833-1

Webb, N. (1991). Task-Related Verbal Interaction and Mathematics Learning in Small Groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, *22*(5), 366-389.

https:// doi. 10.2307/749186

Yin, R. (2003). *Case Study Research: Design and Methods*. (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage. https://pesquisa.bvsalud.org/portal/resource/pt/pah-15330

Zimmerman, B. J. (1983). Taxes and Firm Size. *Journal of Accounting and Economics*, *5*, 119-149. https://doi.org/10.1016/0165-4101(83)90008-3

Zimmerman, B. J., y Kitsantas, A. (2002). Adquirir habilidad de revisión escrita y autorregulación a través de la observación y la emulación. *Revista de Psicología Educativa*, *94*(4), 660-668. https://doi.org/10.1037/0022-0663.94.4.660

Zurita, M. (2020). El aprendizaje cooperativo y el desarrollo de las habilidades cognitivas. *Revista Educare*, *24*(1), 51-74.

https://revistas.investigacionupelipb.com/index.php/educare/article/view/1226