

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

---



**ANÁLISIS DE SEÑALES ELECTROENCEFALOGRÁFICAS PARA  
CLASIFICAR EMOCIONES UTILIZANDO EL MODELO  
BIDIMENSIONAL VALENCIA-EXCITACIÓN**

**POR:**

**ING. JESSICA LÓPEZ RENTERÍA**

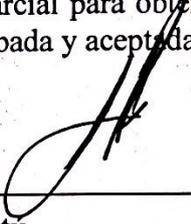
**TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN**

**CHIHUAHUA, CHIH., MÉXICO**

**AGOSTO DE 2020**



Análisis de señales electroencefalográficas para clasificar emociones utilizando el modelo bidimensional valencia-excitación. Tesis presentada por Jessica López Rentería como requisito parcial para obtener el grado de Maestro en Ingeniería en Computación, ha sido aprobada y aceptada por:

  
\_\_\_\_\_  
**M.I. Javier González Cantu**  
Director de la Facultad de Ingeniería

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Alejandro Villalobos Aragón**  
Secretario de Investigación y Posgrado

  
\_\_\_\_\_  
**M.S.I Karina Rocío Requena Yáñez**  
Coordinador(a) Académico

  
\_\_\_\_\_  
**Dra. Graciela María de Jesús Ramírez Alonso**  
Director(a) de Tesis

**Agosto 2020**  
\_\_\_\_\_

Fecha

Comité:

**Dra. Graciela María de Jesús Ramírez Alonso**  
**Dr. Mario Ignacio Chacón Murguía (Instituto Tecnológico de Chihuahua)**  
**Dr. Luis Carlos González Gurrola**  
**M.I. Jesús Roberto López Santillán**

© Derechos Reservados

**Jessica López Rentería**  
Árbol de la llama No. 19163, Col.  
Quinta Montecarlo II C.P. 31183  
Chihuahua, Chih. México

Agosto 2020



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
**CHIHUAHUA**

**ING. JESSICA LÓPEZ RENTERÍA.**

**Presente:**

En atención a su solicitud relativa al trabajo de tesis para obtener el grado de Maestría en Ingeniería en Computación, nos es grato transcribirle el tema aprobado por esta Dirección, propuesto y dirigido por el director **Dra. Graciela María de Jesús Ramírez Alonso** para que lo desarrolle como tesis, con el título: **“ANÁLISIS DE SEÑALES ELECTROENCEFALOGRÁFICAS PARA CLASIFICAR EMOCIONES UTILIZANDO EL MODELO BIDIMENSIONAL VALENCIA-EXCITACIÓN”**.

### **Índice de Contenido**

Dedicatoria

Agradecimientos

Índice de Contenido

Índice de Tablas

Índice de Figuras

Capítulo 1: Introducción

Capítulo 2: Trabajo Relacionado

Capítulo 3: Fundamento Teórico

Capítulo 4: Metodología

Capítulo 5: Resultados experimentales

Capítulo 6: Conclusiones y Trabajo Futuro

Referencias

**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
Circuito No.1, Campus Universitario 2  
Chihuahua, Chih., México. C.P. 31125  
Tel. (614) 442-95-00  
[www.fing.uach.mx](http://www.fing.uach.mx)



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
**CHIHUAHUA**

Apéndice

Curriculum Vitae

Solicitamos a Usted tomar nota de que el título del trabajo se imprima en lugar visible de los ejemplares de las tesis.

ATENTAMENTE

*"Naturam subiecit aliis"*

EL DIRECTOR

M.I. JAVIER GONZÁLEZ CANTÚ

FACULTAD DE  
INGENIERÍA  
U.A.CH.



DIRECCIÓN

EL SECRETARIO DE  
INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

DR. ALEJANDRO VILLALOBOS ARAGÓN

## **Dedicatoria**

*Dedico mi esfuerzo, lágrimas, noches de desvelo, estrés y arduo trabajo a Dios quien siempre ha estado a mi lado guiándome y llenándome de bendiciones, logros y felicidad.*

*A mis papás, el maestro Zeferino López y la maestra Verónica Rentería por ser siempre mi apoyo, mi motor y sobre todo por darme la vida e impulsarme a ser una mejor persona día con día. Gracias por su amor, apoyo y paciencia incondicional.*

*A mi prometido el Ing. Joseph Isaac Ramírez por ayudarme a terminar con éxito esta etapa de mi vida, por darme siempre su amor, ayuda y tener la paciencia de caminar a mi lado en este difícil proceso de mi vida. Sin ti nada de esto hubiera sido posible, gracias.*

## **Agradecimientos**

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CoNaCyT) por brindarme el apoyo económico necesario para realizar una maestría, sin ese apoyo no habría podido obtener dicho grado en mi trayectoria profesional. La mejor manera de retribuir el apoyo que se me brindó es con el presente trabajo de investigación y con los conocimientos que deseo compartir. Asimismo, agradezco a la Universidad Autónoma de Chihuahua especialmente a la Facultad de Ingeniería por haberme dado la oportunidad de ser parte del cuerpo estudiantil de la Maestría en Ingeniería en Computación. Gracias a esta oportunidad pude enriquecer mi formación académica, profesional y personal.

Por otra parte, agradezco al director M.I. Javier González Cantú, al Dr. Alejandro Villalobos Aragón, a la M.I. Norma Leticia Méndez Mariscal, a la Dra. Graciela María de Jesús Ramírez Alonso y a todas las personas que hicieron posible la realización de la estancia de investigación en la ciudad de Osaka, Japón.

La cual fue una de las mejores experiencias de mi vida profesional y personal.

A su vez, agradezco al Dr. Christian Isaac Peñaloza Sánchez quien me otorgó la oportunidad de trabajar con él, en el Laboratorio de *Mirai Innovation Research Institute*. Agradezco a mis colegas y compañeros con quienes tuve la dicha y placer de compartir una estancia en la ciudad de Osaka, Japón: el Ing. Allan Castro, M. C. Ana Tellería, M.I.H.C. Leonardo Castañeda, Ing. Daniel Chávez, Ing. Jorge Azuara, Ing. Karolina Barrera, M. C. Salvador Hernández, M. C. Álvaro Bátrez, M. Alberto Ríos, Ing. Bernardo Orozco, Ing. David Facio, Lic. Christopher Buenrostro, Ing. José Jiménez, Ing. Ruy García y el Ing. Maximiliano Solano.

Por último, agradezco inmensamente a Dios, a mi familia quienes siempre estuvieron conmigo a lo largo de este proceso de mi vida. A mi prometido Isaac quien siempre estuvo a mi lado con su amor y ayuda incondicional. Sin su gran apoyo esto no hubiera sido posible.



## Índice de Contenido

Dedicatoria .....	vi
Agradecimientos .....	vii
Índice de Contenido .....	viii
Índice de Tablas .....	x
Índice de Figuras .....	xii
Capítulo 1: Introducción .....	1
1.1 ¿Qué es un electroencefalograma (EEG)? .....	1
1.2 ¿Qué son las emociones? .....	10
1.3 Motivación .....	14
1.4 Planteamiento del problema .....	14
1.5 Objetivo general .....	15
Capítulo 2: Trabajo Relacionado .....	17
2.1 Investigaciones enfocadas en el estudio de las emociones .....	17
Capítulo 3: Fundamento Teórico .....	27
3.1 Filtros para el procesamiento digital de señales .....	27
3.2 Transformada Wavelet .....	34
3.3 Características extraídas de la señal .....	39
3.4 Algoritmos de selección de características .....	49
3.5 <i>Principal Component Analysis</i> – PCA .....	52
3.6 Aprendizaje máquina .....	54
Capítulo 4: Metodología .....	63
4.1 Adquisición de la base de datos .....	63
4.2 Preprocesamiento de los datos .....	68
4.3 Extracción y selección de características .....	70

4.4 Implementación de algoritmos de aprendizaje máquina .....	77
4.5 Evaluación de los algoritmos de aprendizaje máquina .....	79
4.6 Base de datos DEAP .....	84
Capítulo 5: Resultados experimentales .....	100
5.1 Porcentajes de clasificación .....	100
5.2 Matriz de confusión.....	104
5.3 Clasificación binaria de la base de datos DEAP.....	109
Capítulo 6: Conclusiones y Trabajo Futuro .....	112
6.1 Conclusiones.....	112
6.2 Trabajo futuro .....	114
Referencias .....	115
Apéndice .....	121
Apéndice A.....	121
Apéndice B .....	122
Curriculum Vitae .....	123



## Índice de Tablas

Tabla 1.1: Ondas cerebrales. ....	8
Tabla 2.1: Trabajo relacionado.....	24
Tabla 4.1: Descomposición de la señal EEG por medio de la transformada Wavelet Discreta.....	71
Tabla 4.2: Ajuste de hiperparámetros del algoritmo SVM a través del algoritmo de búsqueda exhaustiva. .....	78
Tabla 4.3: Ajuste de hiperparámetros del algoritmo RF a través del algoritmo de búsqueda exhaustiva.	79
Tabla 4.4: Ejemplo de una matriz de confusión para clasificación binaria. ....	80
Tabla 4.5: Descomposición de la señal EEG por medio de la transformada Wavelet Discreta para la base de datos DEAP. ....	85
Tabla 4.6: Hiperparámetros de SVM en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación. ....	91
Tabla 4.7: Hiperparámetros de RF en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación. ....	92
Tabla 4.8: Hiperparámetros de SVM en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia. ....	92
Tabla 4.9: Hiperparámetros de RF en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia. .....	93
Tabla 4.10: Hiperparámetros de SVM en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación. ....	94
Tabla 4.11: Hiperparámetros de RF en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación. ....	94
Tabla 4.12: Hiperparámetros de SVM en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia. ....	95
Tabla 4.13: Hiperparámetros de RF en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia. ....	95

Tabla 4.14: Hiperparámetros de SVM en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación. ....	96
Tabla 4.15: Hiperparámetros de RF en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación. ....	97
Tabla 4.16: Hiperparámetros de SVM en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia. ....	97
Tabla 4.17: Hiperparámetros de RF en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia. ....	98
Tabla 4.18: Parámetros del MLP para la clasificación binaria de las dimensiones de valencia y excitación. ....	99
Tabla 5.1: Porcentaje de entrenamiento y tiempo computacional de los algoritmos de aprendizaje máquina utilizados para la clasificación de emociones. ....	100
Tabla 5.2: Reporte de clasificación del algoritmo <i>Support Vector Machine</i> . ....	101
Tabla 5.3: Reporte de clasificación del algoritmo <i>Random Forest</i> . ....	102
Tabla 5.4: Reporte de clasificación del algoritmo <i>Support Vector Machine</i> de la base de datos DEAP. ....	103
Tabla 5.5: Reporte de clasificación del algoritmo <i>Random Forest</i> de la base de datos DEAP. ....	103
Tabla 5.6: <i>Accuracy</i> obtenido en los datos de prueba de los algoritmos SVM y RF en la clasificación binaria de las dimensiones de valencia y excitación. ....	109
Tabla 5.7: <i>Accuracy</i> de clasificación dependiente del sujeto que reportan Koelstra et al. y Liang et. al, en las dimensiones de valencia y excitación.....	110
Tabla 5.8: Análisis con PCA en el conjunto de características de la clasificación binaria en las dimensiones de excitación y valencia.....	110
Tabla 5.9: Porcentaje de <i>accuracy</i> promedio del MLP en las dimensiones de valencia y excitación con base en el tercer conjunto de datos. ....	111



## Índice de Figuras

Figura 1.1: Colocación de un electroencefalógrafo y visualización de las señales EEG (imagen tomada y modificada de [1]).	2
Figura 1.2: Colocación de electrodos Sistema Internacional 10-20 (imagen tomada y modificada de [5]).	4
Figura 1.3: Estructura de la neurona (imagen tomada de [6]).	5
Figura 1.4: Anatomía del cerebro (imagen tomada y modificada de [9]).	6
Figura 1.5: Ondas cerebrales de las señales EEG.	9
Figura 1.6: Modelos para la categorización de emociones (imagen tomada y modificada de [11], [14], [15]).	12
Figura 1.7: SAM utilizado para medir la respuesta emocional en las dimensiones de valencia, excitación y dominio (imagen tomada de [16]).	13
Figura 3.1: Tipos de Filtros (imagen tomada y modificada de [29]).	30
Figura 3.2: Comportamiento específico de los tipos de filtros.	31
Figura 3.3: Filtro Butterworth con $k = 1, 2, 3, 4$ y $5$ (imagen tomada y modificada de [31]).	34
Figura 3.4: Descomposición <i>wavelet</i> de 2 niveles.	39
Figura 3.5: Gráficos de distribución de 2 conjuntos de datos con la misma media, pero con diferente variación (imagen tomada de [33]).	40
Figura 3.6: Distribución en forma de campana donde se muestra la regla empírica (imagen tomada de [33]).	41
Figura 3.7: Clasificación binaria de un conjunto de datos a través del método SVM.	56
Figura 3.8: Algoritmo <i>Random Forest</i> , expansión de árboles de decisión.	59
Figura 3.9: Representación de una neurona artificial.	60
Figura 3.10: Estructura base de un MLP.	61
Figura 4.1: Material y equipo que se utilizó en la adquisición de datos.	65
Figura 4.2: Colocación del electroencefalógrafo y revisión de la transmisión de datos.	66

Figura 4.3: Proceso del experimento. ....	67
Figura 4.4: Formato multidimensional de los datos. ....	68
Figura 4.5: Señal EEG del electrodo F3 de uno de los participantes del experimento.....	69
Figura 4.6: Espectro de potencia de la señal original y espectro de potencia de la señal filtrada por medio del filtro Butterworth. ....	70
Figura 4.7: Análisis de descomposición <i>wavelet</i> de la señal EEG. ....	72
Figura 4.8: Extracción de características a partir de la descomposición <i>wavelet</i> . ....	73
Figura 4.9: Clases definidas con base en el modelo bidimensional de Russell. ....	73
Figura 4.10: Normalización de los datos. ....	75
Figura 4.11: Estratificación de datos con 2 clases.....	76
Figura 4.12: Conjunto de entrenamiento y prueba para el algoritmo de clasificación. ....	77
Figura 4.13: Técnica <i>k -Fold Cross-Validation</i> para $k = 10$ . ....	83
Figura 5.1: Matriz de confusión del algoritmo <i>Support Vector Machine</i> . ....	105
Figura 5.2: Matriz de confusión del algoritmo <i>Random Forest</i> . ....	106
Figura 5.3: Matriz de confusión del algoritmo <i>Support Vector Machine</i> de la base de datos DEAP. ....	107
Figura 5.4: Matriz de confusión del algoritmo <i>Random Forest</i> de la base de datos DEAP. ....	108
Figura A.1: AURA (imagen tomada de [47]). ....	121
Figura B.1: Laptop HP OMEN (imagen tomada de [48]). ....	122



## Capítulo 1: Introducción

En este capítulo se introducen conceptos básicos relacionados al tema de investigación, con la finalidad de proporcionar una base fundamental para la comprensión del contexto en el que se trabaja. Asimismo, se presenta la motivación, problema y preguntas de investigación y objetivos del presente trabajo de investigación.

### 1.1 ¿Qué es un electroencefalograma (EEG)?

Un electroencefalógrafo registra la diferencia de potencial eléctrico que refleja la actividad del cerebro humano durante la excitación de las dendritas de un grupo de neuronas. El electroencefalograma es un examen médico que proporciona información sobre cómo funciona el cerebro con respecto al tiempo, el EEG se utiliza principalmente para estudiar las funciones cerebrales y diagnosticar trastornos de tipo neurológico. El estudio de la actividad eléctrica del cerebro a partir del EEG a través del uso de un electroencefalógrafo, es una de las técnicas más importantes para el diagnóstico de diversas patologías neurológicas, como la epilepsia, los tumores cerebrales, los trastornos del sueño y la demencia. A su vez, resulta ser útil para el tratamiento de problemas de aprendizaje, trastornos de atención y trastornos del comportamiento [1].

El primer electroencefalógrafo se desarrolló por Hans Berger en el año de 1929. Hans Berger era un neuropsiquiatra de la Universidad de Jena en Alemania, quien acuñó el término “*elektrenkephalogramm*” para definir las representaciones gráficas de las señales eléctricas que se generan en el cerebro humano. Además, las investigaciones de Berger dieron origen a una nueva rama de la ciencia médica definida como neurofisiología [1].

El proceso necesario para el registro de las señales EEG consiste en la colocación de pequeños sensores (electrodos) a lo largo de la superficie del cuero cabelludo, los cuales se



encuentran conectados a un amplificador y a un electroencefalógrafo<sup>1</sup>. Posteriormente, las señales eléctricas del cerebro pasan por un muestreador que convierte la señal analógica (continua) a digital (discreta). En la Figura 1.1 se presenta un ejemplo de la colocación de los electrodos y el registro de una señal EEG [1].

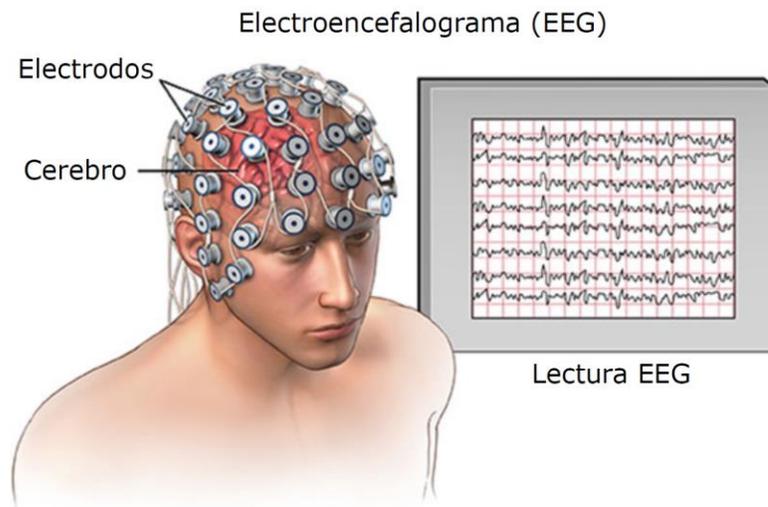


Figura 1.1: Colocación de un electroencefalógrafo y visualización de las señales EEG (imagen tomada y modificada de [1]).

### 1.1.1 Actividad cerebral

Los registros de la actividad eléctrica del cerebro se adquieren a partir de mínimo 2 electrodos, y pueden adquirirse empleando hasta 256 electrodos en paralelo. Este tipo de registro se define como registro EEG multicanal. El término canal hace referencia a un par de electrodos que produce una señal durante la grabación del EEG [1].

#### *Sistema Internacional 10-20*

En el año de 1958 se diseñó un esquema estandarizado para la colocación de los electrodos en la superficie del cuero cabelludo. Este sistema consiste en situar los electrodos

<sup>1</sup> Aparato utilizado para registrar las corrientes eléctricas producidas por la actividad del encéfalo.



con base en puntos de referencia para distribuirlos de manera homogénea a lo largo de la cabeza. El sistema lleva por nombre Sistema Internacional 10-20, el cual fue aceptado y aprobado por la Federación Internacional de Sociedades de Electroencefalografía y Neurofisiología Clínica para un total de 21 electrodos [2].

El procedimiento para posicionar los electrodos es sumamente importante ya que estos se deben encontrar en áreas específicas con respecto a la anatomía del cerebro. Los electrodos se colocan a distancias de 10 y 20% con respecto al tamaño de la cabeza del sujeto. Las posiciones de cada uno de los electrodos se determinan por dos puntos de referencia, nasión, que es el punto entre la frente y la nariz, y el inion en el cual se encuentra la prominencia ósea en la base del cráneo situada en la línea media en la parte posterior de la cabeza [1], [2].

La Figura 1.2 muestra el esquema del Sistema Internacional 10-20, en él se observa que cada ubicación se especifica por una letra para cada lóbulo y un número para identificar la posición con respecto al hemisferio. La nomenclatura estándar se define a partir de las letras F, T, C, P y O, las cuales definen los lóbulos frontal, temporal, central, parietal y occipital, respectivamente. Por otra parte, la letra “z” hace referencia a un electrodo situado en la línea media. Además, los números pares determinan las posiciones de los electrodos en el hemisferio derecho, y los impares los del hemisferio izquierdo. Cabe señalar que los electrodos que se colocan en los lóbulos de las orejas (A1 y A2) sirven como electrodos de referencia [1] - [4]

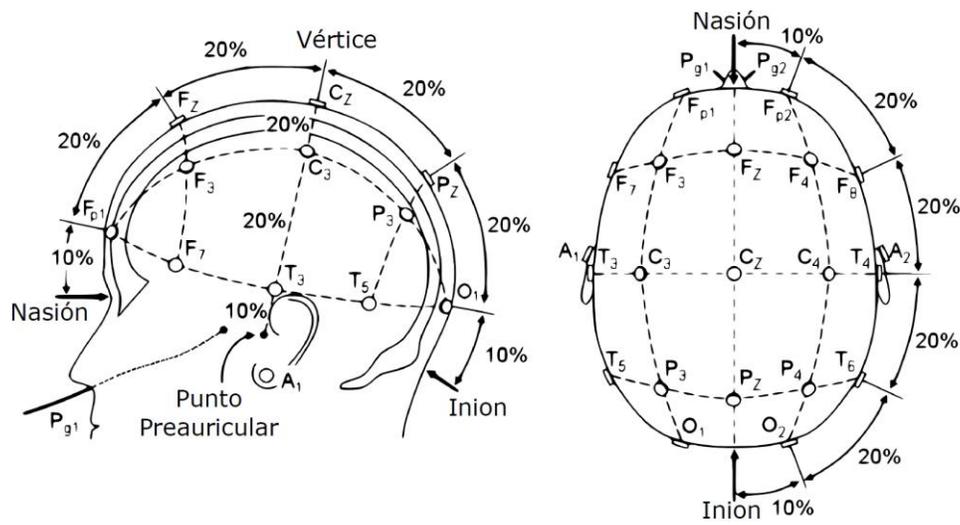


Figura 1.2: Colocación de electrodos Sistema Internacional 10-20 (imagen tomada y modificada de [5]).

### 1.1.2 Generación de señales eléctricas

Una señal EEG es una variación numérica que define el cambio de voltaje eléctrico presente durante las excitaciones sinápticas de las dendritas de un gran número de neuronas piramidales en la corteza cerebral. Las corrientes eléctricas se producen dentro de las dendritas en el momento en que las neuronas del cerebro reciben un estímulo y se activan para transmitir información. Cabe destacar que este tipo de corriente produce un campo magnético que puede ser medido a través de un electromiograma (EMG) y, a su vez, genera también un campo eléctrico sobre la superficie del cuero cabelludo que puede medirse con un electroencefalógrafo [3].

En la Figura 1.3 se muestra la estructura de una neurona, en ella se aprecia que las diferencias de potenciales eléctricos se generan por la adición de varios potenciales postsinápticos de las neuronas piramidales que crean dipolos eléctricos entre el cuerpo de la neurona y las dendritas ramificadas a partir de cada neurona (en uno o ambos extremos de la



misma). Además, el axón realiza la transmisión de la señal eléctrica de una neurona a otra [1], [3], [4].

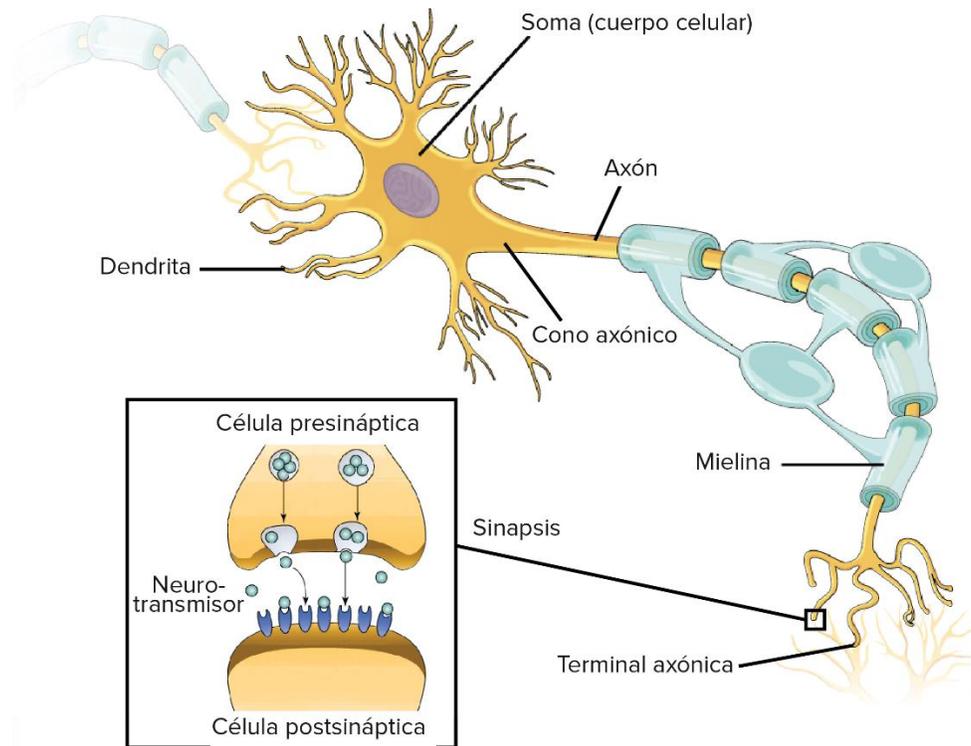


Figura 1.3: Estructura de la neurona (imagen tomada de [6]).

La comunicación entre las neuronas a través del enlace axón-dendrita se realiza por medio del potencial de acción. El potencial de acción es un evento en el que se bombean iones positivos de sodio, calcio, potasio y el ion negativo de cloro a lo largo del axón para producir un cambio en la composición iónica del mismo [1], [4], [7], [8].

El potencial eléctrico que se genera a partir de una sola neurona es prácticamente indetectable por un electroencefalógrafo, esto debido a la composición estructural de la cabeza humana. Donde la capa más externa es el cuero cabelludo, seguida por el cráneo y el cerebro en su parte interna. Por lo tanto, las señales eléctricas se atenúan por esta serie de capas. De tal manera, que solo grandes poblaciones de neuronas activas son capaces de



generar un potencial eléctrico detectable y medible en la superficie del cuero cabelludo [1], [3].

### *Anatomía del cerebro*

La estructura anatómica del cerebro se conforma principalmente por 3 partes: el cerebro, cerebelo y el tronco encefálico. En la Figura 1.4 se presentan las diferentes áreas del cerebro humano [1], [9].

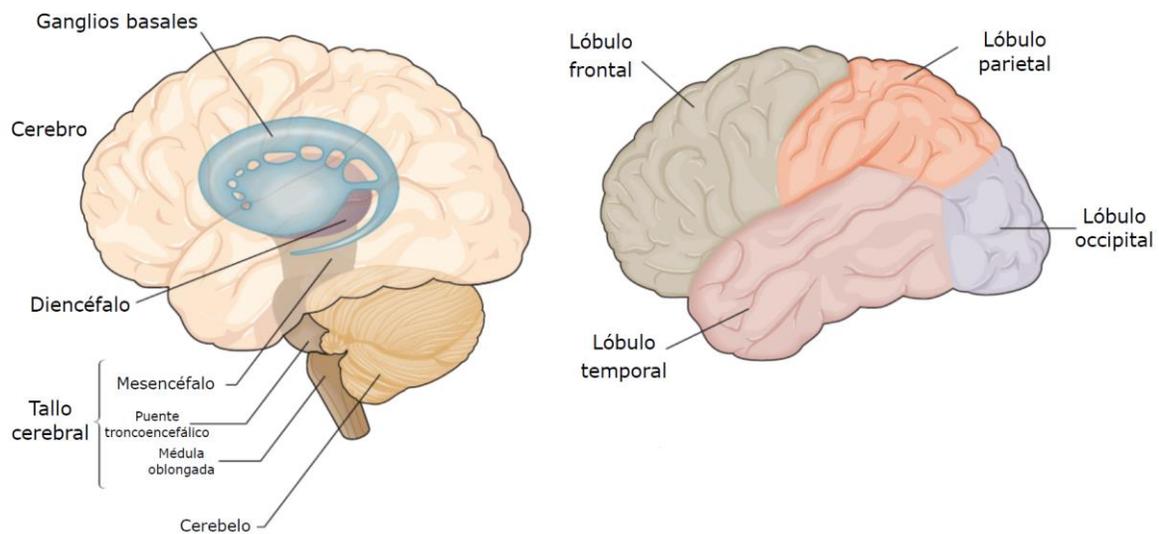


Figura 1.4: Anatomía del cerebro (imagen tomada y modificada de [9]).

El cerebro es el órgano principal del sistema nervioso, éste se asocia con diversas funciones cerebrales tales como: las emociones, los pensamientos, funciones motoras, entre otras. Este órgano se divide en 2 partes definidas como hemisferios, el hemisferio izquierdo y derecho. A su vez, los hemisferios se dividen en 4 lóbulos diferentes: frontal, parietal, temporal y occipital (Figura 1.4). Cada lóbulo se encarga de realizar funciones específicas [1], [3], [9].



El lóbulo frontal se encuentra relacionado con la personalidad, las emociones, el desarrollo motor y el movimiento en sí. El lóbulo parietal se encarga de la comprensión sensorial (por ejemplo, el dolor, ganas de llorar, etc.), la orientación y el movimiento a través del sentido del tacto. Por otra parte, el lóbulo temporal se encuentra relacionado con procesos de reconocimiento de estímulos auditivos, el habla y la memoria. Por último, el lóbulo occipital es el centro del procesamiento visual del cerebro [1], [9].

El cerebelo es la segunda estructura más grande del cerebro humano, éste es responsable del control motor, la percepción sensorial y la coordinación motriz. De igual manera, se relaciona con movimientos musculares voluntarios, habilidades motoras finas y el equilibrio. El tronco encefálico por su parte se encarga de las funciones vitales del cuerpo como lo es la respiración, la conciencia, la transmisión de mensajes sensoriales (dolor, frío, etc.), los latidos del corazón y la presión arterial [1], [9].

### ***1.1.3 Ondas cerebrales***

Las señales EEG pueden analizarse a través de dos diferentes dominios: tiempo y frecuencia. La frecuencia se utiliza para entender el comportamiento funcional de los procesos cognitivos del cerebro humano, de tal manera, que se considera el dominio más importante para el análisis de EEG [1].

La métrica que utiliza el electroencefalograma en el registro de las señales eléctricas mide la amplitud de las oscilaciones en función de los cambios de voltaje. En personas sanas, los valores de amplitud y frecuencia suelen variar con respecto a un patrón establecido. Las ondas cerebrales se clasifican de acuerdo a rangos de frecuencia específicos, en la Tabla 1.1 se detallan las características de cada una de ellas [1] - [3].



*Tabla 1.1: Ondas cerebrales.*

Onda cerebral	Frecuencia (en Hertz)	Características
Delta ( $\delta$ )	0.5-4 Hz	Este tipo de onda se asocia principalmente al sueño profundo o en enfermedades neurológicas graves. La amplitud de esta onda es la más alta con respecto al resto de las ondas.
Teta ( $\theta$ )	4-8 Hz	La onda teta se relaciona con el estrés emocional, especialmente la frustración. Su amplitud suele ser mayor de 20 $\mu$ V.
Alfa ( $\alpha$ )	8-14 Hz	La amplitud de esta onda varía en un rango de 30-50 $\mu$ V. Suele aparecer en la región posterior de la cabeza en estados de relajación.
Beta ( $\beta$ )	14-26 Hz	La onda beta se presenta durante actividades mentales intensas, la concentración y un estado de excitación. Su amplitud suele ser menor a los 30 $\mu$ V.
Gamma ( $\gamma$ )	> 30 Hz	Su amplitud es muy baja debido a la frecuencia en que se presenta la cual es considerablemente alta en comparación al resto de las ondas. La onda gamma se presenta en estados de concentración profunda y en algunas patologías (por ejemplo: epilepsia).



La Figura 1.5 muestra las ondas cerebrales anteriormente descritas para las señales EEG, en esta se observa que existe una relación en cuanto a la amplitud y la frecuencia de las mismas. En la mayoría de los casos las ondas con mayor frecuencia presentan amplitudes más bajas [2], [9].

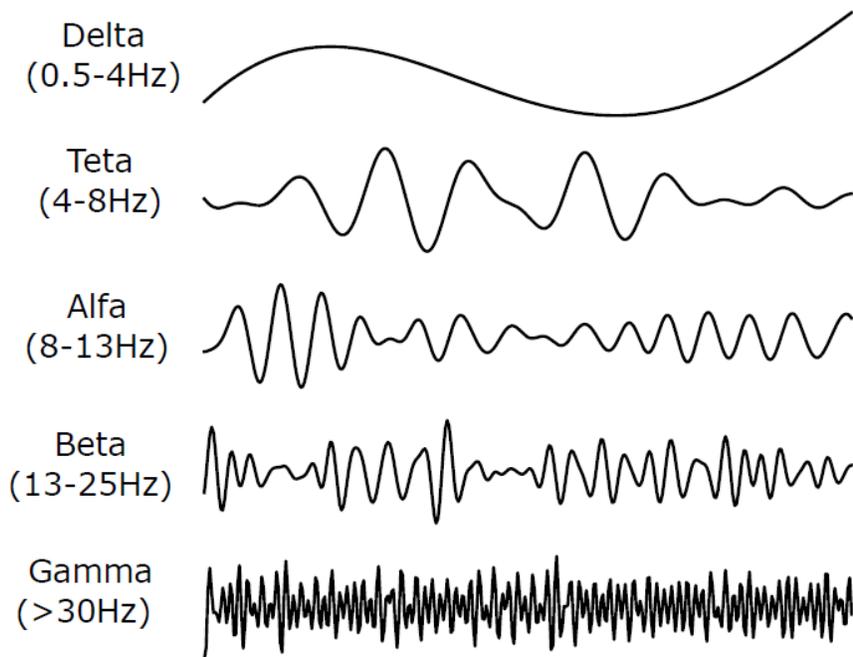


Figura 1.5: Ondas cerebrales de las señales EEG.

Las señales EEG se han vuelto comunes y útiles en el ámbito de la investigación científica, esto debido a las diversas formas de analizarlas, además de su buena resolución espacial. Este tipo de señales se utiliza en áreas tales como el análisis del sueño, detección de eventos de epilepsia, análisis de emociones, entre otras. Estudios anteriores muestran que el registro y procesamiento de señales EEG proporciona buenos resultados en cuanto a la clasificación de emociones [10]. Este trabajo de investigación se encuentra enfocado en la clasificación de emociones a partir de señales EEG, con base en el modelo bidimensional de Russell se definen 4 emociones diferentes: felicidad, calma, tristeza e ira.



En la siguiente sección se presentan conceptos, teorías e información sobre las emociones humanas.

## 1.2 ¿Qué son las emociones?

Como lo mencionan en [11], la emoción es un estado complejo compuesto por la combinación de sentimientos, pensamientos y comportamientos generados por la reacción del ser humano ante estímulos internos o externos. Estas reacciones psicofisiológicas son el resultado de la percepción consciente o inconsciente del cerebro ante un objeto, estímulo o situación que comúnmente se asocia con el estado de ánimo, el temperamento, la personalidad y las motivaciones personales. Las emociones de los seres humanos pueden expresarse de manera verbal o no verbal (expresiones faciales, gestos, entonación de la voz y postura corporal). Asimismo, la emoción se produce de manera sistemática por procesos de tipo cognitivo, sentimientos subjetivos, excitación fisiológica, aspectos motivacionales y la conducta [11], [12].

Las emociones desempeñan un papel fundamental en la comunicación, la toma de decisiones y la percepción de los seres humanos [11], [12]. En 1972 Paul Ekman definió las 6 emociones básicas: ira, asco, miedo, alegría, tristeza y sorpresa, con base en estudios que realizó sobre distintas culturas. Los resultados que obtuvo determinaron que dichas emociones son universales. Además, Ekman establece que las emociones básicas deben cumplir con las siguientes características [11], [13]:

1. Proviene del instinto.
2. Diferentes personas generan la misma emoción ante una misma situación.
3. Diferentes personas expresan emociones básicas de forma semejante.
4. Al producir emociones básicas, los patrones fisiológicos de diferentes personas son consistentes.



Sin embargo, el número de emociones que existen y la manera de categorizarlas sigue siendo una controversia tanto en psicología como en la investigación científica. El área de la psicología tiene 2 modelos diferentes para la categorización de emociones, los cuales son: la teoría básica de la emoción y la teoría multidimensional. En primer lugar, la teoría básica de la emoción sustenta la existencia de varias emociones básicas en el ser humano las cuales pueden clasificarse de manera discreta. Por otra parte, en la teoría multidimensional las emociones se clasifican de acuerdo a múltiples dimensiones o escalas que se utilizan como característica de la emoción. En otras palabras, las emociones se pueden representar como puntos definidos en un espacio multidimensional específico. De tal manera, que el ser humano es capaz de expresar sus emociones con base en escalas de valores continuos o discretos, que pueden comprender los siguientes términos: desagradable-gradable, calma-excitación, control-descontrol, entre otros [11].

Por lo tanto, los investigadores del área han sugerido diversos enfoques para el modelado de emociones de acuerdo a la teoría multidimensional. Algunos de los modelos propuestos en la literatura son los siguientes [11]:

- El modelo bidimensional de Russell que utiliza las dimensiones de excitación<sup>2</sup> y valencia<sup>3</sup>.
- El espacio continuo bidimensional de Whissell, cuyas dimensiones son evaluación y activación.
- El modelo 3D de Schloberg que incluye al espacio 2D (dimensiones de excitación y valencia) la dimensión de rechazo-atención.

---

<sup>2</sup> Indica la intensidad de la experiencia emocional percibida por el ser humano (varía de niveles bajos a altos).

<sup>3</sup> Indica el grado de placer de la experiencia emocional percibido por el ser humano (varía de negativo a positivo).



En la Figura 1.6 se presentan los tres modelos anteriormente enlistados, el modelo bidimensional de Russell (a), el modelo bidimensional de Whissell (b) y por último el modelo 3D de Schloberg (c).

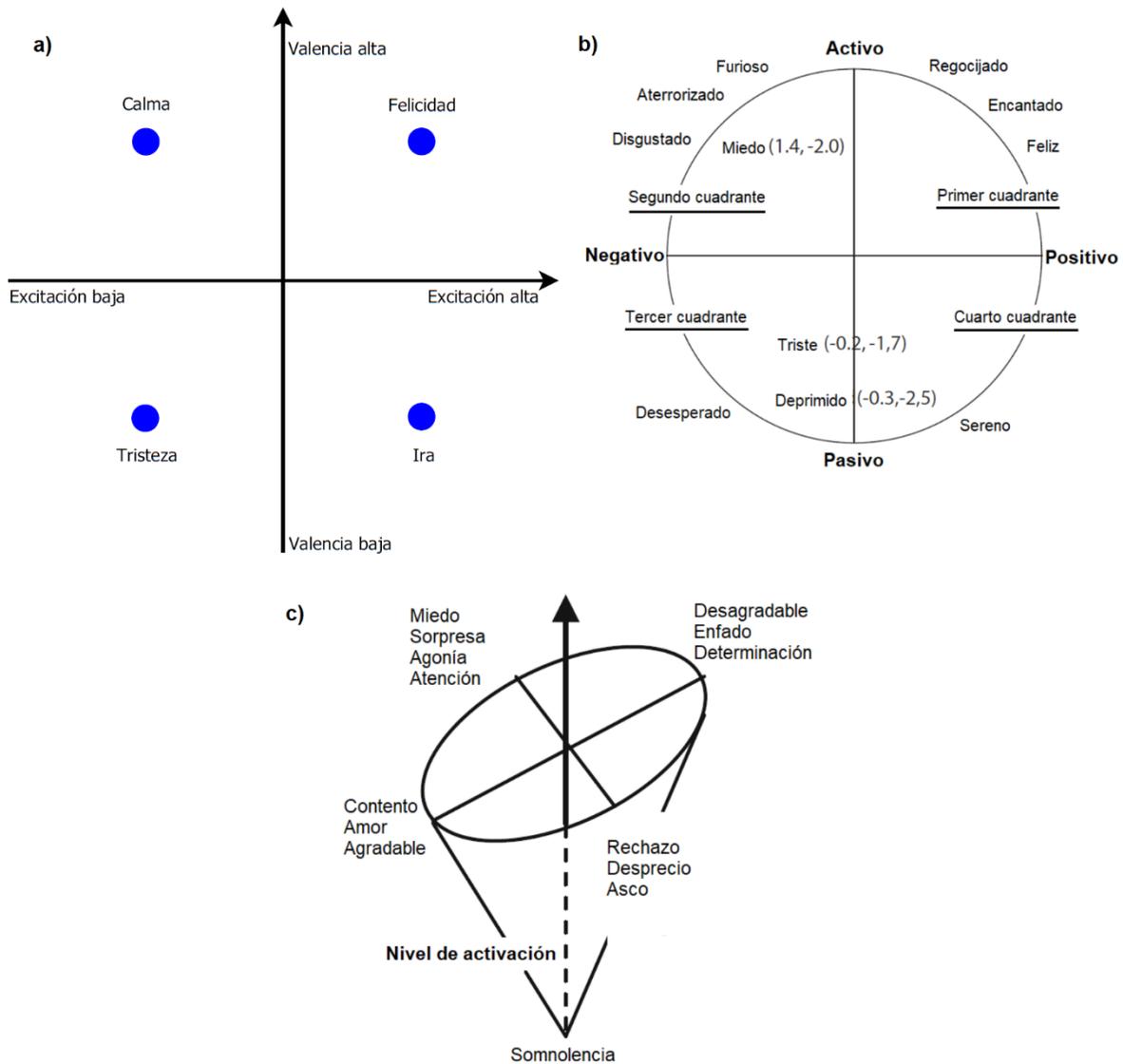


Figura 1.6: Modelos para la categorización de emociones (imagen tomada y modificada de [11], [14], [15]).



El modelo que comúnmente se utiliza en las investigaciones científicas es el modelo bidimensional de Russell. El cual se define con un plano cartesiano, en donde el eje horizontal (abscisa) es la dimensión de excitación y el eje vertical (ordenada) es la dimensión de valencia [11].

En la mayoría de las investigaciones se opta por utilizar el maniquí de autoevaluación (*self assessment manikin* – SAM por sus siglas en inglés) que mide la respuesta emocional a través de imágenes. Se considera un instrumento sencillo para evaluar las dimensiones de valencia, excitación y dominio. La valencia/placer de la respuesta varía de positivo a negativo, la excitación percibida tiene una variación de niveles bajos a altos y las percepciones de dominio/control varían de niveles bajos a altos [16]. El SAM se emplea debido a que es capaz de evaluar el estímulo emocional de manera confiable, ya que el ser humano asocia su propia reacción del objeto a las imágenes que determinan la clasificación de su emoción [17]. En la Figura 1.7 se muestra el SAM diseñado por Bradley & Lang en [16].

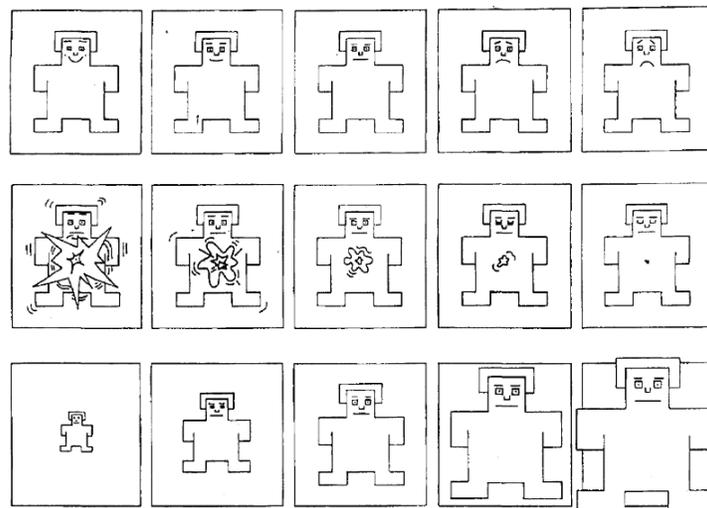


Figura 1.7: SAM utilizado para medir la respuesta emocional en las dimensiones de valencia, excitación y dominio (imagen tomada de [16]).



### **1.3 Motivación**

La experiencia emocional humana desempeña un papel fundamental en la vida de todo ser humano. Las emociones son una de las características más complejas de la comunicación humana. Sin embargo, el conocimiento científico que existe sobre las emociones humanas todavía es muy limitado.

Las señales EEG de las emociones no son únicas y varían de una persona a otra, en otras palabras, la respuesta emocional ante un mismo estímulo no es la misma. Por lo tanto, las señales EEG suelen ser útiles en el reconocimiento de emociones dependiente de la persona<sup>4</sup>. No obstante, surge la necesidad de reconocer las emociones de una persona sin contar con información previa de la misma, en situaciones donde la persona ha sufrido algún accidente que le impide expresar dichas emociones. De tal manera, que sea posible determinar lo que una persona con parálisis, depresión, quemaduras o capacidades diferentes desea expresar.

La gran mayoría de las investigaciones enfocadas en el estudio de las emociones (Capítulo 2: Trabajo Relacionado) han generado conocimiento científico sobre una misma problemática desde diferentes perspectivas, la cual es el reconocimiento de emociones dependientes del sujeto. Por lo tanto, existe la necesidad de identificar patrones de la señal EEG que caracterizan a cada emoción independientemente de la persona.

### **1.4 Planteamiento del problema**

El análisis de señales EEG representa un área de investigación sumamente compleja, debido a la diversidad de factores que interactúan intrínseca o extrínsecamente en la toma de mediciones. Un desafío clave en la clasificación de emociones a partir de la actividad cerebral es determinar un modelo robusto a la traducción y deformación de la señal en el espacio, la

---

<sup>4</sup> El sistema se entrena y prueba a partir de los datos de EEG del mismo sujeto.



frecuencia y el tiempo. Esto debido a los protocolos de adquisición de las señales EEG y las diferencias que existen en cada individuo.

#### ***1.4.1 Preguntas de investigación***

1. ¿Qué características se pueden utilizar para el problema de clasificación de emociones en señales EEG?
2. ¿Qué técnicas del procesamiento de señales resultan ser mejores para el tratamiento inicial de las señales EEG?
3. ¿Qué algoritmos e hiperparámetros de aprendizaje máquina presentan un mejor desempeño en la clasificación de emociones?

#### **1.5 Objetivo general**

Implementar los algoritmos de SVM y RF en una base de datos de señales EEG adquirida durante la presentación de estímulos audiovisuales, para la clasificación de emociones según el modelo bidimensional de Russell.

##### ***1.5.1 Objetivos Específicos***

- Diseñar una interfaz y protocolo para la adquisición de señales EEG utilizando el electroencefalógrafo AURA.
- Analizar diferentes métodos propuestos en la literatura enfocados a la problemática que se desea resolver.
- Probar diferentes características espectro-temporales para la representación de emociones.
- Implementar los algoritmos de aprendizaje máquina para con ello evaluar y seleccionar aquel que presente un mejor resultado en la clasificación de emociones.



- Medir el desempeño del algoritmo propuesto contra lo ya establecido en el estado del arte.



## Capítulo 2: Trabajo Relacionado

En este capítulo se exponen los trabajos científicos relacionados, que sustentan la investigación y sirven como punto de partida para seleccionar métricas, características, modelos para la generación de clases y algoritmos de aprendizaje máquina para la clasificación de emociones.

### 2.1 Investigaciones enfocadas en el estudio de las emociones

En diferentes investigaciones sobre el análisis de señales EEG, el conjunto de datos, preprocesamiento y selección de características como algoritmos de aprendizaje máquina es fundamental en la clasificación de emociones. Tal es el caso del trabajo presentado por Koelstra *et al.* en [12], donde los autores proporcionan una base de datos multimodal para el análisis de emociones. La base de datos *Database for Emotion Analysis using Physiological Signals* (DEAP) emplea el SAM para la evaluación del estado afectivo del participante en el estudio. También realizan un análisis utilizando la densidad del espectro de potencia de las señales EEG como vector de características a través del método de Welch con 256 muestras por ventana. Posteriormente, emplean el *Fisher's Linear Discriminant* para la selección de características. Además, implementan el algoritmo naïve Bayes de tipo gaussiano para clasificar 2 niveles de la dimensión de valencia (alto/bajo), 2 de la dimensión de excitación (alto/bajo) y 2 de la dimensión de *liking* (alto/bajo). Los autores reportan un porcentaje de precisión en la clasificación dependiente del sujeto de 62.0% para la dimensión de excitación, 57.6% para la dimensión de valencia y 55.4% para la dimensión de *liking*.

Por otra parte, Wang *et al.* en [18] desarrollan un análisis para la clasificación de estados emocionales a partir de una base de datos creada por los autores. Emplean como estímulo clips de películas de filmes relacionados con los Oscar, donde definen 12 sesiones (6 enfocadas al estado emocional negativo y 6 al estado emocional positivo) con una duración aproximada de 3-5 minutos. El electroencefalógrafo que se utilizó cuenta con 62 electrodos



colocados de acuerdo al Sistema Internacional 10-20, el experimento se realizó a 6 voluntarios sanos (3 hombres y 3 mujeres, con un rango de 18-25 años). Los participantes contestaron el SAM para expresar sus emociones con respecto a los 12 videos presentados, posteriormente se establecieron las etiquetas de cada uno de los videos con respecto a las respuestas de los participantes. Los valores de valencia menores a 5 se categorizaron como emociones negativas y los valores mayores o iguales a 5 como emociones positivas. Al finalizar con la creación de la base de datos realizaron un análisis de los datos con características extraídas en el dominio del tiempo (potencia) y tiempo-frecuencia (energía, entropía y entropía aproximada). A su vez, utilizan la descomposición multi-resolución *Wavelet* tipo Daubechies de orden 4 con 5 niveles de descomposición e implementan los algoritmos de reducción de dimensionalidad *principal component analysis* – PCA, *linear discriminant analysis* – LDA y *correlation-based feature selection* – CFS. Por último, reducen la cantidad de características a 30 para utilizarlas como vector de entrada al algoritmo *Support Vector Machine* – SVM por sus siglas en inglés con un kernel lineal. El porcentaje de precisión que reportan es de 91.77% para un enfoque dependiente del sujeto.

En el trabajo realizado por Jirayucharoensak *et al.* en [19] se describe un nuevo sistema para el reconocimiento automático de emociones dependiente del sujeto, el cual utiliza una red de aprendizaje profundo (*Deep Learning Network* – DLN por sus siglas en inglés) para estudiar la correlación entre características desconocidas de las señales de entrada. Los autores hacen uso de la base de datos DEAP, y emplean la transformada rápida de Fourier para la extracción de características con 128 muestras por ventana a partir de la señal EEG. También, utilizan el método de PCA para seleccionar las características más importantes que usan como entrada a la DLN. En este estudio se mapean las puntuaciones del SAM en 3 niveles con respecto a las dimensiones de valencia y excitación. De tal manera, que el modelo de emociones se define de la siguiente manera: de 1–3 se define como



“negativa”, 4–6 como “neutral” y 7–9 como “positiva”, en la dimensión de valencia. Por otra parte, en la dimensión de excitación las puntuaciones de 1–3 se definen como “pasiva”, 4–6 como “neutral” y 7–9 como “activa”, respectivamente. El modelo de emociones proporciona una clasificación de 9 estados emocionales: feliz, satisfecho, relajado, emocionado, neutral, tranquilo, angustiado, miserable y deprimido. Los resultados experimentales que obtuvieron muestran que la DLN es capaz de clasificar tres niveles diferentes de valencia y excitación. Los porcentajes de clasificación son de 49.52% y 46.03% respectivamente.

En el trabajo realizado por Purnamasari *et al.* en [20] se expone la importancia que posee la extracción de características en el reconocimiento de emociones basado en señales EEG. Los autores proponen un método para el procesamiento de señales EEG donde se emplea la energía relativa de *wavelet* (*relative wavelet energy* – RWE por sus siglas en inglés). De tal manera, que extraen la RWE a través de la descomposición *Wavelet* con una *wavelet* tipo Daubechies de orden 4 y nivel 5. Dicha característica funciona como entrada a la red neuronal de propagación posterior que cuenta con 3 capas (1 capa de entrada, 1 capa oculta y 1 capa de salida) para clasificar la emoción del sujeto. No obstante, Purnamasari *et al.* utilizan PCA para reducir la dimensionalidad de las características. Este trabajo utiliza la base de datos DEAP, y establece la misma clasificación realizada en Koelstra *et al.* [12], basada en el modelo bidimensional propuesto por Russell [21]. La cual consta de 4 diferentes clases: *high arousal - high valence* (HAHV) como la primera clase, *low arousal - high valence* (LAHV) como la segunda clase, *low arousal - low valence* (LALV) como la tercera clase y *high arousal - low valence* (HALV) como la cuarta clase. Los resultados obtenidos por los autores muestran que la energía relativa de *wavelet* y la red neuronal de propagación posterior (con un número de neuronas en la capa oculta de 1.5 veces las neuronas de la capa de entrada, y una tasa de aprendizaje de  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 0.3$ ) son capaces de reconocer las



diferentes clases de emociones definidas en la investigación, esto con base en el mejor promedio de precisión alcanzado de 92.03% en el enfoque dependiente del sujeto.

Atkinson *et al.* en [22] utilizan 14 electrodos de la base de datos DEAP para desarrollar un análisis enfocado a la mejora del reconocimiento de emociones. Emplean características estadísticas de la señal EEG para clasificar 3 niveles de valencia y excitación. Posteriormente, efectúan una selección de características a través del algoritmo *minimum redundancy maximum relevance* – mRMR para establecer el vector de entrada del algoritmo SVM con un kernel tipo gaussiano y polinomial. Además, usan la técnica de *k-Fold Cross-Validation* con  $k = 8$  para validar el entrenamiento y prueba del clasificador seleccionado. Los porcentajes de precisión que reportan con respecto a la clasificación dependiente del sujeto son de 62.33% para la valencia y 60.70% para la excitación.

También, Zhang *et al.* en [23] desarrollan un análisis para la clasificación dependiente del sujeto de 4 emociones con la base de datos DEAP. De la cual seleccionan 16 sujetos y un total de 30 electrodos para el estudio realizado, extraen características de potencia en cada banda de frecuencia específica a través de la transformada rápida de Fourier. Una vez calculadas las características implementan el algoritmo Relief-F para la selección de las mismas, de tal manera, que basados en los pesos de mayor significancia seleccionan 60. Las cuales sirven como entrada al algoritmo SVM con un kernel gaussiano y la técnica de *10-Fold Cross-Validation*, para entrenar, validar y probar el método propuesto. El porcentaje de precisión que reportan es de 62.59% con respecto a los 4 estados emocionales definidos: alegría miedo, tristeza y relajación.

Por otra parte, en el trabajo realizado por Zhuang *et al.* [24] se presenta un método de reconocimiento de emociones dependiente del sujeto. El cual utiliza 8 electrodos de la base de datos DEAP para clasificar emociones en las dimensiones de valencia (*low/high*) y excitación (*low/high*). A su vez, emplean la descomposición de modo empírico (*empirical*



*mode decomposition* – EMD por sus siglas en inglés) en las señales EEG para descomponerlas en funciones de modo intrínseco (*intrinsic mode function* – IMF por sus siglas en inglés). También extraen características de cada IMF, dentro de las cuales destacan la primera diferencia de las series temporales y la energía normalizada. El vector de características se utiliza como entrada al algoritmo de SVM. El porcentaje de precisión que reportan es de 69.10% para la valencia y 71.99% para la excitación.

Li *et al.* en [25] efectúan un análisis para identificar diferentes emociones entre sujetos (dependiente del sujeto) a partir de técnicas de extracción de características automáticas, las cuales se aplican en 2 conjuntos de datos de la literatura. Los autores usan la base de datos DEAP y el conjunto de datos de EEG de emociones SJTU (SEED). Las características que calculan para los datos son: tres parámetros de Hjorth (actividad, complejidad y movilidad), entropía aproximada, complejidad de Co, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov, entropía de Kolmogorov, entropía de permutación, entropía del espectro singular, entropía de Shannon y entropía espectral de potencia. En ambas bases de datos implementan las técnicas de *filter strategy* y *wrapper strategy* para la selección de características. Además, utilizan SVM para la clasificación de emociones negativas y positivas en DEAP. De igual manera, usan SVM para clasificar emociones negativas, neutrales y positivas en SEED. Los resultados que reportan son 59.06% de precisión media para la base DEAP y, 83.33% para SEED respectivamente.

Asimismo, Pandey *et al.* en [26] utilizan la base de datos DEAP con 4 electrodos (Fp1, Fp2, F3 y F4) para clasificar 2 niveles (*low/high*) de valencia y excitación. Los autores emplean la descomposición en modo variable (*variational mode decomposition* – VMD por sus siglas en inglés) en las señales EEG para descomponerlas en diferentes IMF. Además, utilizan el método de Welch para obtener la densidad espectral de potencia (*power spectral density* – PSD por sus siglas en inglés) en cada una de las IMF. También, calculan la primera



diferencia y combinan ambas en un vector de características que sirve como entrada a una red neuronal profunda (*deep neural network* – DNN por sus siglas en inglés). La metodología propuesta reporta un porcentaje de precisión de 61.25% para la excitación y 62.50% para la valencia, con base en una clasificación independiente del sujeto.

Liang *et al.* implementan en [27] un nuevo método propuesto para el reconocimiento de emociones humanas basado en aprendizaje no supervisado, el cual se desarrolla sobre la base de datos DEAP. El método se encuentra enfocado en la clasificación dependiente del sujeto a partir de los 32 electrodos de las señales EEG. Extraen características en los dominios de tiempo (potencia, media, desviación estándar, primera diferencia, primera diferencia normalizada, segunda diferencia, segunda diferencia normalizada, actividad, complejidad, movilidad y *fractal dimension* – FD por sus siglas en inglés), frecuencia (ondas cerebrales) y tiempo-frecuencia (entropía y energía). El método utilizado para la clasificación de emociones con base en las dimensiones de valencia (*low/high*), excitación (*low/high*), dominio (*low/high*) y *liking* (*low/high*) es el *hypergraph partitioning*. Los porcentajes de precisión en cada una de las dimensiones son 56.25%, 62.34%, 64.22% y 66.09%, respectivamente.

Por otra parte, Zhang *et al.* en [11] realizan un análisis de la literatura enfocado al reconocimiento de emociones, para proponer una metodología en la cual utilizan como datos la base pública DEAP. De la cual obtienen 5 características (*energy*, *ratio energy*, *entropy*, *approximate entropy* y *sample entropy*) a través del análisis multi-resolución de la transformada Wavelet para cada electrodo. Realizan la descomposición en las diferentes bandas de frecuencia de la señal EEG con una *wavelet* tipo Daubechies de orden 4 y nivel 5. Asimismo, implementan algoritmos de reducción de dimensionalidad (PCA, *locality preservation projection* – LPP y *Kernel Spectral Regression* – KSR por sus siglas en inglés) y selección de características (Relief-F y mRMR). Los autores utilizan las características



como vector de entrada a un clasificador SVM y *Random Forest* (RF), reportan un porcentaje promedio del 90% en precisión en la clasificación de 2 niveles en la dimensión de la valencia y 2 en la dimensión de la excitación, con base en una clasificación dependiente del sujeto.

Como se puede observar en la Tabla 2.1, los resultados que se reportan en el estado del arte por diferentes algoritmos (aprendizaje máquina, aprendizaje profundo, etc.) presentan una variación consistente entre 45 y 90% de precisión en la clasificación de emociones con respecto a las diferentes dimensiones (valencia, excitación, dominio y *liking*). Sin embargo, existen investigaciones enfocadas al reconocimiento de emociones dependiente del sujeto que muestran un porcentaje de precisión que varía entre 45 y 90, en comparación con el reconocimiento independiente del sujeto cuya variación es de 61 a 62%. Esto puede deberse al tipo de enfoque que adopta el sistema de reconocimiento, ya que el enfoque dependiente del sujeto entrena y prueba el sistema a partir de los datos de EEG del mismo sujeto. Mientras que, el enfoque independiente entrena el sistema a partir de datos específicos de entrenamiento (provenientes de “*N*” sujetos), y prueba con “*M*” sujetos que no se utilizan en la etapa de entrenamiento.



Tabla 2.1: Trabajo relacionado.

Autor	Base de datos	Procesamiento EEG	Algoritmos	Clasificación y resultados
<b>Koelstra et al. 2012.</b>	DEAP.	Densidad del espectro de potencia a través de Welch con 256 muestras por ventana.	<i>Fisher's Linear Discriminant</i> y Naïve Bayes.	Valencia (alto/bajo) 62.00%, excitación (alto/bajo) 57.60% y <i>liking</i> (alto/bajo) 55.4% con base en una clasificación <b>dependiente</b> del sujeto.
<b>Wang et al. 2014.</b>	Propia, 12 filmes 6 positivos y 6 negativos. 62 electrodos, 6 sujetos.	<i>Wavelet</i> , PCA, LDA y CFS.	SVM (lineal).	Valencia $< 5$ es negativo, valencia $\geq 5$ es positiva, el porcentaje promedio de clasificación <b>dependiente</b> del sujeto es de 91.77%.
<b>Jirayucharoensak et al. 2014.</b>	DEAP.	FFT con 128 muestras por ventana y PCA para reducción de dimensionalidad.	DLN.	9 estados feliz, satisfecho, relajado, emocionado, neutral, tranquilo, angustiado, miserable y deprimido. 3 niveles de valencia y excitación 49.52% y 46.03% respectivamente en la clasificación <b>dependiente</b> del sujeto.
<b>Purnamasari et al. 2015.</b>	DEAP.	RWE a través de la descomposición <i>wavelet</i> y PCA para reducción de dimensionalidad.	Red neuronal de propagación posterior.	HAHV, LAHV, LALV, HALV con un porcentaje promedio de clasificación de 92.03% en el enfoque <b>dependiente</b> del sujeto.
<b>Atkinson et al. 2016.</b>	DEAP solo 14 electrodos.	Características estadísticas y el algoritmo mRMR.	SVM gaussiano y polinomial con un <i>K-fold</i> de 8.	3 niveles de valencia y excitación en la clasificación <b>dependiente</b> del sujeto con 62.33% para la valencia y 60.70% para la excitación.
<b>Zhang et al. 2016.</b>	DEAP solo 16 sujetos y 30 electrodos.	Potencia de cada banda de frecuencia, Relief-F y seleccionan 60 características finales.	SVM y <i>K-fold</i> .	Clasificación <b>dependiente</b> del sujeto 62.59% con respecto a los 4 estados emocionales definidos: alegría miedo, tristeza y relajación.



<b>Zhuang et al. 2017.</b>	8 electrodos de la base de datos DEAP.	EMD, IMF.	SVM.	Clasificación <b>dependiente</b> del sujeto valencia ( <i>low/high</i> ) y excitación ( <i>low/high</i> ). 69.10% para la valencia y 71.99% para la excitación.
<b>Li et al. 2018.</b>	DEAP y SEED.	Hjorth entropía aproximada, complejidad de Co, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov, entropía de Kolmogorov, entropía de permutación, entropía del espectro singular, entropía de Shannon y entropía espectral de potencia. <i>Filter strategy</i> y <i>wrapper strategy</i> para la selección de características.	SVM.	Emociones negativas y positivas para DEAP con 59.06% de precisión media. Y emociones negativas, neutrales y positivas en SEED con una precisión de 83.33%. Ambas con base en una clasificación <b>dependiente</b> del sujeto.
<b>Pandey et al. 2019.</b>	DEAP con 4 electrodos (Fp1, Fp2, F3 y F4).	Welch densidad del espectro de potencia y primera diferencia como características, VMD e IMF.	DNN.	2 niveles ( <i>low/high</i> ) de valencia y excitación. 61.25% para la excitación y 62.50% para la valencia en la clasificación <b>independiente</b> del sujeto.
<b>Liang et al. 2019.</b>	DEAP.	Características en los dominios de tiempo (potencia, media, desviación estándar, primera y segunda diferencia, ambas diferencias normalizadas, actividad, complejidad, movilidad y dimensión fractal), frecuencia y tiempo-frecuencia (entropía y energía).	Algoritmo no supervisado <i>hypergraph partitioning</i> .	Clasificación <b>dependiente</b> del sujeto valencia ( <i>low/high</i> ), excitación ( <i>low/high</i> ), dominio ( <i>low/high</i> ) y liking ( <i>low/high</i> ) con un porcentaje de precisión de 56.25%, 62.34%, 64.22% y 66.09% respectivamente.



<b>Zhang et al. 2020.</b>	DEAP.	<i>Energy, ratio energy, entropy, approximate entropy</i> y <i>sample entropy</i> con Wavelet PCA, LPP, KSR Relief-F y mRMR para selección de características.	SVM y RF.	90% de precisión en la clasificación de 2 niveles en la dimensión de la valencia y 2 en la dimensión de la excitación. Con base en una clasificación <b>dependiente</b> del sujeto.
---------------------------	-------	--	-----------	---



### Capítulo 3: Fundamento Teórico

En este capítulo se describe el conocimiento científico necesario para sustentar el análisis y desarrollo del presente trabajo de investigación. En la primera sección se describen los diferentes tipos de filtros y sus propiedades para el tratamiento y procesado digital de señales. En la siguiente sección se explica la definición formal de la Transformada Wavelet, sus propiedades y el análisis multiresolución. Posteriormente se definen las medidas de tendencia central y dispersión que se utilizan para caracterizar las señales EEG, así como medidas estadísticas, la densidad del espectro de potencia, potencia y diferentes entropías de la señal. Asimismo, se presentan los algoritmos de selección de características *minimum redundancy maximum relevance* – mRMR y Relief-F. Así como el algoritmo de *principal component analysis* – PCA. Por último, se detallan los 2 algoritmos de aprendizaje máquina utilizados en este trabajo.

#### 3.1 Filtros para el procesamiento digital de señales

Los filtros son un componente básico para el procesamiento de señales y sistemas de comunicación en aplicaciones relacionadas a la ecualización de canales, además, son de gran utilidad en tareas tales como: la reducción de ruido, procesamiento de audio, procesamiento de video, análisis de datos financieros y el procesamiento de señales biomédicas<sup>5</sup>. Las principales funciones de un filtro se enumeran a continuación [28]:

1. Limitar una señal a una banda de frecuencia específica, a través de la implementación de filtros *lowpass*, *highpass*, *bandpass*, etc.
2. Descomponer una señal en dos o más sub-bandas, ejemplo de ello es el uso de bancos de filtros.

---

<sup>5</sup> Señales que se utilizan en el diagnóstico o investigación médica, y se originan fisiológicamente en el cuerpo.



3. Modificar el espectro de frecuencia de una señal.
4. Eliminar ruido presente en la señal (frecuencias no deseadas).
5. Modelar la relación entrada-salida de un sistema.

### 3.1.1 Descripción de filtros

Los filtros pueden describirse con base en el dominio del tiempo o de la frecuencia a través de los siguientes conceptos [28].

- a) **Relación de entrada y salida en el dominio del tiempo.** La salida de un filtro de tiempo discreto en términos de una combinación ponderada de las muestras de entrada y salida anteriores se define por una ecuación de diferencia. A continuación, se presenta un ejemplo de la ecuación de diferencia de un filtro de primer orden:

$$y[t] = ay[t - 1] + x[t] \quad (3.1)$$

donde  $x[t]$  es la entrada del filtro,  $y[t]$  es la salida del filtro y  $a$  es el coeficiente del filtro.

- b) **Respuesta al impulso.** Un filtro se puede describir en términos de su respuesta a una entrada impulso. Por ejemplo, la respuesta del filtro de la ecuación (3.1) a una entrada impulso de tiempo discreto en  $t = 0$  se define como:

$$y[t] = a^t \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

de tal manera, que  $y[t] = a^t = 1, a, a^2, a^3, \dots$  para  $t = 0, 1, 2, 3, \dots$  y, se supone que  $y[t] = 0$  para cualquier  $t < 0$ . La respuesta al impulso es útil porque cualquier señal puede definirse como la suma de varios impulsos desplazados y escalados. Por lo tanto, la respuesta de un filtro de tipo lineal a una señal es la suma de las respuestas a todos los impulsos que constituyen la señal en sí. Además, las frecuencias de una entrada impulso tienen una misma energía y, por consiguiente, el filtro puede excitar todas las frecuencias.



Cabe destacar que la respuesta al impulso y la respuesta de frecuencia son pares de transformadas de Fourier.

- c) Función de transferencia.** La función de transferencia de un filtro digital es un modelo matemático que relaciona la respuesta o ganancia de un sistema con una señal de entrada.

La ecuación de la función de transferencia es de la forma:

$$H(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} \quad (3.3)$$

para la función de transferencia  $H(s)$ , la señal de entrada es  $X(s)$  y la señal de salida es  $Y(s)$ , ambos parámetros son polinomios de mismo grado.

- d) Respuesta de frecuencia.** Un filtro lineal multiplica las amplitudes de cada componente de frecuencia de entrada por un factor dependiente de la frecuencia y añade un valor dependiente de la frecuencia a la fase de cada componente de la señal de entrada. La respuesta de frecuencia de un filtro describe cómo el filtro transforma la magnitud y la fase de las frecuencias de la señal de entrada. La respuesta de frecuencia de un filtro se puede calcular a partir de la transformada de Fourier de la respuesta al impulso del filtro, o a través de la sustitución de la variable de frecuencia  $e^{j\omega}$  por la variable  $s$  en la función de transferencia como:

$$\begin{aligned} H(s = e^{j\omega}) &= \frac{X(e^{j\omega})}{Y(e^{j\omega})} \\ &= \frac{|X(e^{j\omega})| e^{j\phi_X(\omega)}}{|Y(e^{j\omega})| e^{j\phi_Y(\omega)}} \\ H(s = e^{j\omega}) &= |H(e^{j\omega})| e^{j\phi_H(\omega)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde  $|H(e^{j\omega})|$ <sup>6</sup> es la magnitud de la función de transferencia y  $e^{j\phi_H(\omega)}$  representa la fase de la función de transferencia. La respuesta de frecuencia de un filtro es una variable compleja, la cual puede describirse en términos de la respuesta de magnitud del filtro y la respuesta de fase del filtro.

---

<sup>6</sup> La variable  $\omega$  representa la frecuencia angular.



### 3.1.2 Filtros *lowpass*, *highpass*, *bandpass* y *bandstop*

Los filtros generalmente se clasifican de acuerdo a sus características de dominio de frecuencia como filtros *lowpass*, *highpass*, *bandpass* y *bandstop* (también conocido como eliminación de banda). Las características de respuesta de magnitud de estos tipos de filtro se ilustran en la Figura 3.1 [29].

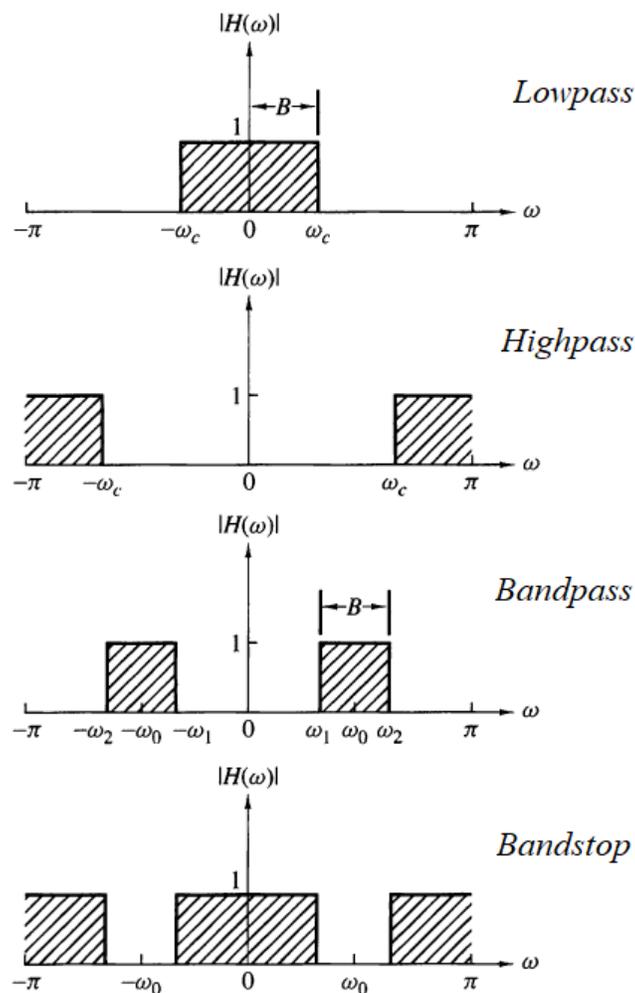


Figura 3.1: Tipos de Filtros (imagen tomada y modificada de [29]).

Para comprender el funcionamiento de los diferentes filtros es necesario introducir el concepto de frecuencia de corte  $f_c$ . La frecuencia de corte es un número real medido en Hertz



(Hz) cuya funcionalidad es atenuar un conjunto de elementos discretos o continuos inferiores o superiores a su valor.

El filtro *lowpass* permite pasar señales con una frecuencia inferior a una frecuencia de corte determinada y atenúa las señales con frecuencias superiores a la frecuencia de corte. Por otra parte, el filtro *highpass*, deja pasar señales con una frecuencia superior a una frecuencia de corte definida y atenúa las señales con frecuencias inferiores a la frecuencia de corte. A su vez, es posible diseñar un filtro *bandpass* conectando en cascada un filtro *lowpass* y un filtro *highpass*. Análogamente al filtro *bandpass* existe el filtro *bandstop* (también definido como *band-reject*), este filtro realiza una tarea opuesta ya que permite el paso de todas las frecuencias fuera del intervalo establecido por los filtros *lowpass* y *highpass* respectivamente. La Figura 3.2 presenta el comportamiento de los 4 filtros anteriormente descritos [30].

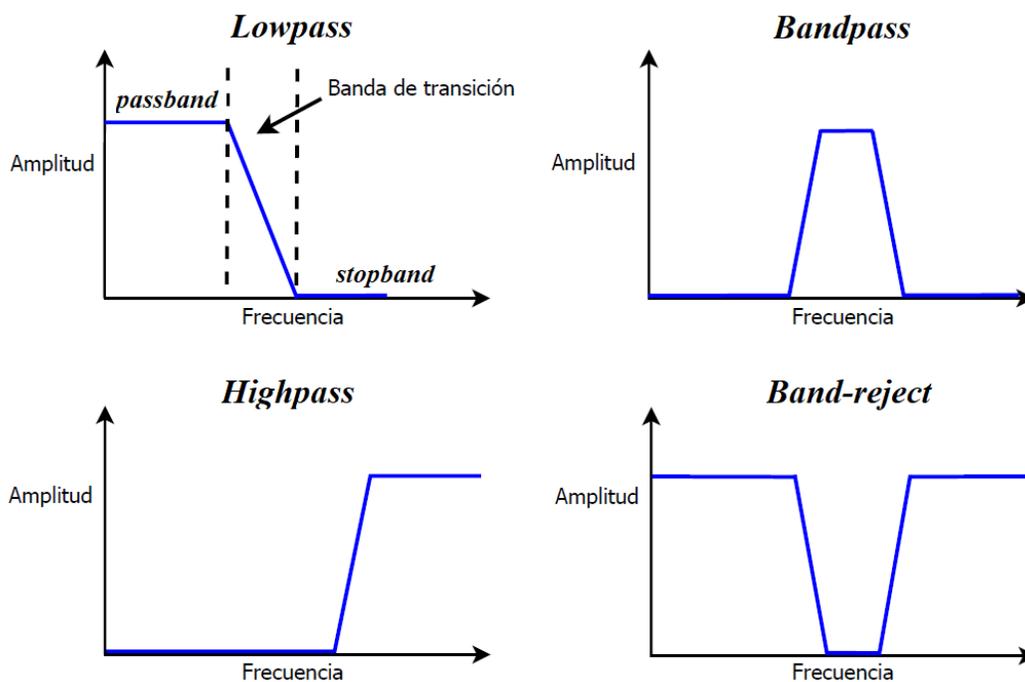


Figura 3.2: Comportamiento específico de los tipos de filtros.



### 3.1.3 Filtro Butterworth

El filtro Butterworth está diseñado para obtener una respuesta máximamente plana. Si la señal posee una respuesta plana, el sistema trata de la misma manera a toda la señal de entrada y la devuelve igual. En otras palabras, los valores filtrados convergen a la señal original [31]. La función de transferencia del filtro Butterworth se define por la siguiente ecuación:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2k}} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.5)$$

donde  $\omega_c$  es la frecuencia angular de corte<sup>7</sup> y  $k$  es el orden del filtro. En la función de transferencia se puede escribir a la variable compleja  $s$  en términos de una variable  $\omega$ , de manera que:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{Y(\omega)}$$

La función de transferencia del filtro Butterworth es una función de tipo racional que no posee ceros, esto debido a que es una función polinómica del numerador  $X(\omega) = 1$ . Además, la función de transferencia del filtro posee  $2k$  polos definidos por la función polinómica del denominador  $Y(\omega) = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2k}$ .

La frecuencia angular  $\omega$  y la frecuencia angular de corte  $\omega_c$  pueden describirse en términos de la frecuencia como se muestra a continuación:

$$\omega = 2\pi f \quad \omega_c = 2\pi f_c \quad (3.6)$$

al sustituir estos términos en la ecuación (3.5), se obtiene:

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2k}} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.7)$$

para diseñar un filtro Butterworth es necesario establecer el orden del filtro. Éste se calcula a partir de la ganancia ( $\alpha_2^2$ ) del sistema, con base en una atenuación mínima en la banda no

---

<sup>7</sup> La frecuencia angular es la medida de velocidad de rotación, generalmente su unidad de medición son los radianes por segundo.



pasante. Considerando dichos parámetros el orden del filtro se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2k}} = \alpha_2^2 \quad \rightarrow \quad k = \frac{\log_{10} \left[ \left(\frac{1}{\alpha_2}\right)^2 - 1 \right]}{2 \log_{10} \left(\frac{f}{f_c}\right)} \quad (3.8)$$

La ecuación anteriormente descrita se define a partir del siguiente desarrollo matemático. Sea  $\Omega = \frac{f}{f_c}$ , se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \Omega^{2k}} &= \alpha_2^2 \\ 1 + \Omega^{2k} &= \frac{1}{\alpha_2^2} \\ \Omega^{2k} &= \frac{1}{\alpha_2^2} - 1 \\ \log_{10} \Omega^{2k} &= \log_{10} \left[ \frac{1}{\alpha_2^2} - 1 \right] \\ 2k \log_{10} \Omega &= \log_{10} \left[ \frac{1}{\alpha_2^2} - 1 \right] \\ k &= \frac{\log_{10} \left[ \left(\frac{1}{\alpha_2}\right)^2 - 1 \right]}{2 \log_{10} \left(\frac{f}{f_c}\right)} \end{aligned} \quad (3.9)$$

en la Figura 3.3 se presenta un filtro Butterworth con una frecuencia de corte de 0.5 Hz, en ella se ven diferentes valores para el orden del filtro. También se aprecia que cuanto más grande es el orden del filtro, más abrupta es la caída de la función.

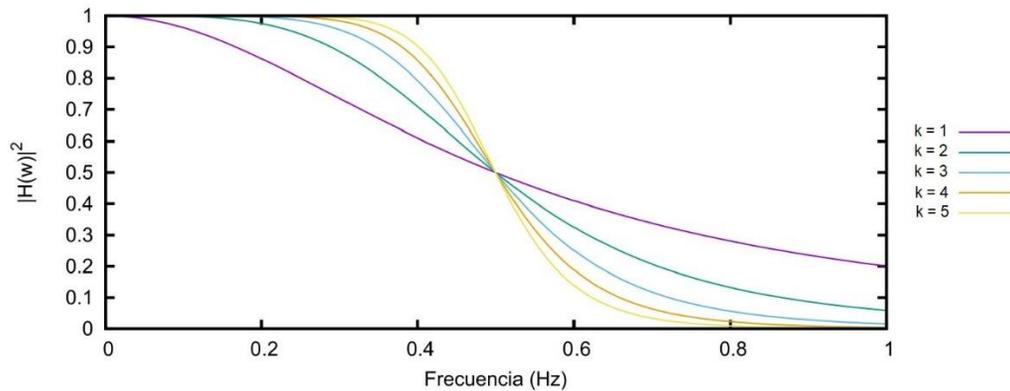


Figura 3.3: Filtro Butterworth con  $k = 1, 2, 3, 4$  y  $5$  (imagen tomada y modificada de [31]).

### 3.2 Transformada Wavelet

La transformada Wavelet es una técnica de estimación espectral, que puede expresar cualquier función general como una serie infinita de onduletas. En otras palabras, la función se representa como una combinación lineal de funciones, las cuales se obtienen a partir de la traslación y escalamiento de una función básica definida como onduleta madre (*wavelet* madre). La importancia de esta transformada se debe a la eficiencia que tiene en el procesamiento de señales no estacionarias, ya que ésta provee la representación tiempo-frecuencia que se obtiene al mapear la señal a una representación de tiempo-escala [32].

#### 3.2.1 Transformada Wavelet Continua

La transformada Wavelet de una función real  $f(t)$  es la descomposición de la función  $f$  en términos de funciones  $\psi_{\xi,\tau}(t)$ , la cual es una base de funciones independientes llamadas *wavelets*. Simbólicamente se define como:

$$W_f(\xi, \tau) = \int f(t) \psi_{\xi,\tau}^*(t) dt \quad (3.10)$$

las funciones *wavelet* son generadas a partir de la traslación y escalamiento de una misma función  $\psi(t)$  que recibe el nombre de **wavelet madre**, la cual se define como:

$$W_{\xi,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \psi\left(\frac{t-\tau}{\xi}\right) \quad (3.11)$$



donde  $\xi$  es el factor de escala,  $\tau$  es el valor de traslación y  $t$  es el tiempo. La traslación mueve la función en el dominio temporal  $t$ , mientras que el escalamiento es la modificación en la amplitud de la señal  $f(t)$ . En la transformada Wavelet se utilizan comúnmente valores de escalamiento positivos, en general si  $\xi > 1$  las señales se dilatan y si  $0 < \xi < 1$  las señales se contraen. Los valores grandes de  $\xi$  corresponden a frecuencias de menor rango o de una escala grande en la función  $\psi_{\xi,\tau}(t)$ . Valores pequeños del parámetro  $\xi$  corresponden a frecuencias de mayor rango o bien de una escala muy pequeña de  $\psi_{\xi,\tau}(t)$ .

### 3.2.2 Wavelets ortonormales y discretas

Cuando la función  $f(t)$  es continua y las *wavelets* son continuas con un factor de escala y traslación discretas, la transformada Wavelet se convierte en una serie de coeficientes *wavelets*. Este proceso recibe el nombre de descomposición en series *wavelet*. La función  $f(t)$  puede ser redefinida utilizando los coeficientes *wavelets* discretos  $W_f(\xi, \tau)$  de la siguiente manera:

$$f(t) = A \sum_{\xi} \sum_{\tau} W_f(\xi, \tau) \psi_{\xi,\tau}(t) \quad (3.12)$$

donde  $A$  es una constante independiente a  $f(t)$ .

Estas funciones continuas dependientes de valores de escala y traslación discretos se les denomina *wavelets* discretas. Los valores de  $\xi$  y  $\tau$  pueden ser calculados a partir de las siguientes fórmulas:

$$\xi = \xi_0^l \quad \tau = b\tau_0 \xi_0^l \quad (3.13)$$

donde el exponente  $l$  y la constante  $b$  son enteros, y  $\xi_0 > 1$  es un paso fijo de dilatación de la señal. Utilizando esta nueva definición de los parámetros de dilatación y escalamiento se puede redefinir la ecuación (3.11) como se muestra a continuación:

$$W_{\xi,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{\xi_0^l}} \psi\left(\frac{t - b\tau_0 \xi_0^l}{\xi_0^l}\right) = \frac{1}{\sqrt{\xi_0^l}} \psi(\xi_0^{-l}t - b\tau_0) \quad (3.14)$$



seleccionando adecuadamente una *wavelet* madre  $\psi(t)$  y los parámetros  $\xi_0$  y  $\tau_0$ , es posible que las funciones generadas constituyan una base ortonormal<sup>8</sup> de  $L^2$  (estas funciones serían linealmente independientes, y además generarían un espacio vectorial).

Si las funciones *wavelets* discretas forman una base ortonormal, una función  $f(t)$  discreta puede ser reconstruida como una suma de coeficientes discretos  $W_f(\xi, \tau)$  multiplicados por las funciones de la base:

$$f(t) = \sum_{\xi} \sum_{\tau} W_f(\xi, \tau) \psi_{\xi, \tau}(t) \quad (3.15)$$

Una descomposición *wavelet* ortonormal no posee información redundante, debido a que cada coeficiente es linealmente independiente uno de otro. Una base *wavelet* ortonormal puede definirse a partir de *wavelets* que tienen factores de traslación y escalamiento discretos. Por lo tanto, en estas funciones discretas ortogonales los productos internos son iguales a cero, esto es:

$$\int \psi_{i,j}^* \psi_{m,n}(t) dt = \begin{cases} 1 & i = m, j = n \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (3.16)$$

la descomposición y reconstrucción de *wavelets* ortonormales pueden utilizarse para el análisis multiresolución de señales dependientes del tiempo.

### 3.2.3 Análisis multiresolución

Sea  $f(t)$  una función representada como una combinación lineal de funciones de escala trasladadas  $\phi(t - \kappa)$  en el espacio vectorial  $V$ , de la siguiente forma:

$$f(t) = \sum_{\kappa} C_0(\kappa) \phi(t - \kappa) \quad (3.17)$$

---

<sup>8</sup> Conjunto de vectores o funciones linealmente independientes, cuyo conjunto generado es denso en el espacio vectorial.



donde los coeficientes  $C_0(\kappa)$  se definen como el producto interno de  $f$  con las funciones trasladadas  $\phi$ , esto es:

$$C_0(\kappa) = \langle f, \phi_{0,\kappa} \rangle = \int f(t)\phi(t - \kappa)dt \quad (3.18)$$

en el siguiente nivel de menor resolución con  $C_{i,\kappa} = 1$ , existen dos subespacios mutuamente ortogonales  $\{\phi_{i,\kappa}(t)\}$  y  $\{\psi_{i,\kappa}(t)\}$ , respectivamente. El espacio  $V$  es la suma directa de dos espacios vectoriales  $V_1$  y  $W_1$ , esto es:

$$V = V_1 \oplus W_1 \quad (3.19)$$

lo cual implica que existe una única forma de escribir la función  $f(t)$  como combinación lineal de las funciones  $w_1$  y  $v_1$ , con  $w_1 \in W_1$  y  $v_1 \in V_1$ .

Particularmente, la función  $f(t)$  puede descomponerse en componentes de ambos espacios vectoriales como:

$$f(t) = (P_1 + Q_1)f(t) \quad (3.20)$$

donde:

$$P_1f(t) = \sum_{\eta} C_1(\eta)\phi_{1,\eta} \quad (3.21)$$

$$Q_1f(t) = \sum_{\eta} D_1(\eta)\psi_{1,\eta} \quad (3.22)$$

multiplicando ambos lados de la ecuación (3.20) por  $\phi_{1,\kappa}$  se obtiene:

$$f(t)\phi_{1,\kappa} = (P_1 + Q_1)f(t)\phi_{1,\kappa}$$

$$f(t)\phi_{1,\kappa} = P_1f(t)\phi_{1,\kappa} + Q_1f(t)\phi_{1,\kappa}$$

calculando productos internos de ambos lados, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\langle f, \phi_{1,\kappa} \rangle = \langle P_1f, \phi_{1,\kappa} \rangle + \langle Q_1f, \phi_{1,\kappa} \rangle \quad (3.23)$$

dado que las funciones  $Q_1f$  y  $\phi_{1,\kappa}$  son ortogonales, el producto  $\langle Q_1f, \phi_{1,\kappa} \rangle$  es cero. Por lo tanto:



$$\langle f, \phi_{1,\kappa} \rangle = \langle P_1 f, \phi_{1,\kappa} \rangle \quad (3.24)$$

de la misma forma, multiplicando la ecuación (3.21) por  $\phi_{1,\eta}$  y utilizando la forma general de  $f(t)$  de la ecuación (3.17) se obtiene:

$$C_1(\kappa) = \sum_{\eta} \langle \phi_{1,\kappa}, \phi_{0,\eta} \rangle C_0(\eta) \quad (3.25)$$

donde el producto interno entre los dos conjuntos de la función de escala  $\phi_{1,\kappa}$  y  $\phi_{0,\eta}$  se calcula de la siguiente manera:

$$\langle \phi_{1,\kappa}, \phi_{0,\eta} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \phi\left(\frac{t}{2} - \kappa\right) \phi(t - \eta) dt \quad (3.26)$$

de manera similar, multiplicando la ecuación (3.22) por  $\psi_{1,\eta}$  y calculando los productos internos se obtiene la siguiente ecuación:

$$D_1(\kappa) = \sum_{\eta} \langle \psi_{1,\kappa}, \phi_{0,\eta} \rangle C_0(\eta) \quad (3.27)$$

de acuerdo a la ecuación (3.20), la proyección ortonormal de  $Q_1 f$  sobre el espacio vectorial  $W_1$  es la información de **detalle** de la función  $f(t)$ . La sucesión  $D_1(\eta)$  representa la diferencia entre la  $f(t)$  original y la aproximación  $P_1 f$ , y se define como **coeficientes wavelet discretos**. Estos coeficientes *wavelet* y el detalle de la función pueden generalizarse de la siguiente manera:

$$C_i(\kappa) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\eta} p(\eta - 2\kappa) C_{i-1}(\eta) \quad (3.28)$$

$$D_i(\kappa) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\eta} q(\eta - 2\kappa) C_{i-1}(\eta) \quad (3.29)$$

estas dos sucesiones pueden calcularse a partir de  $C_{i-1}(\eta)$  a través de filtros iterativos. Además, estos coeficientes se pueden calcular con un algoritmo discreto de filtros *lowpass* y *highpass* a las aplicaciones discretas  $C_{i-1}(\eta)$ . Este proceso recibe el nombre de algoritmo de Mallat (descomposición *wavelet*). En la Figura 3.4 se muestra un ejemplo de cómo se calcula el algoritmo Mallat para la descomposición *wavelet* con 2 niveles de descomposición de una señal de entrada  $C_0(\eta)$ .

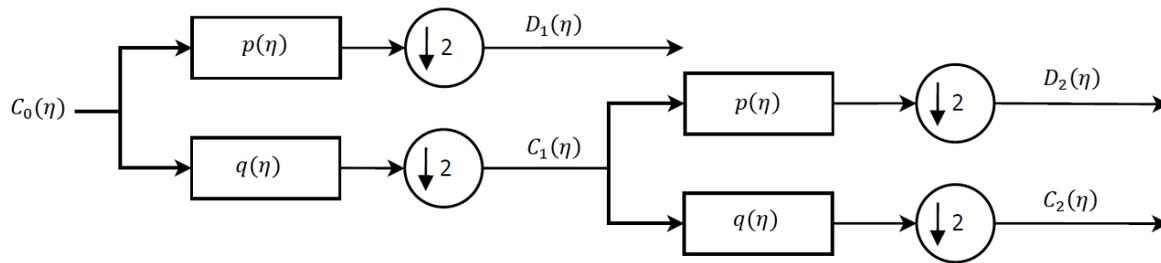


Figura 3.4: Descomposición *wavelet* de 2 niveles.

### 3.3 Características extraídas de la señal

#### 3.3.1 Medidas de tendencia central y dispersión

A continuación, se definen las medidas de tendencia central y medidas de dispersión, las cuales tienen la utilidad de describir numéricamente un conjunto de datos, cuyo gráfico de dispersión de frecuencias se comporta de manera normal (campana gaussiana) [33].

#### *Media*

La media (también conocida como primer momento central o esperanza) de  $K$  muestras  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_K$  se define como:

$$\mu = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K d_i \quad (3.30)$$

Es importante mencionar que conocer la media de los datos no siempre describe la naturaleza de los mismos, pues la distribución de los datos es afectada por la varianza. En la Figura 3.5 se observan 2 muestras de diferentes conjuntos de datos los cuales tienen la misma media, sin embargo, no tienen la misma **variación**.

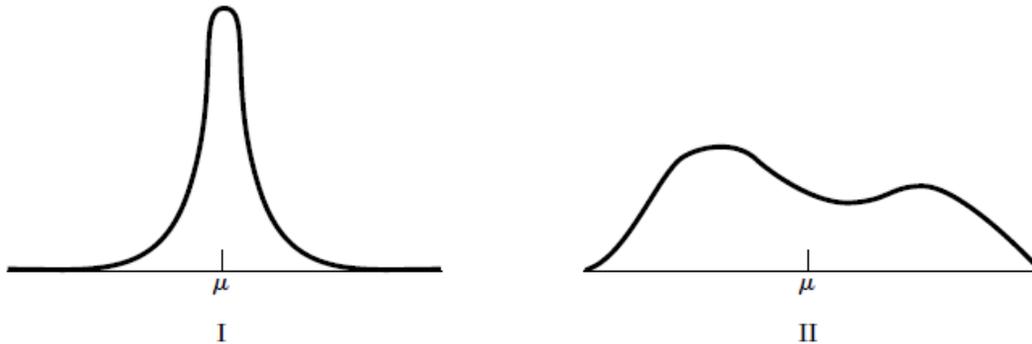


Figura 3.5: Gráficos de distribución de 2 conjuntos de datos con la misma media, pero con diferente variación (imagen tomada de [33]).

### Mediana

Considerando la señal como una serie de puntos  $d_i$ , donde  $i$  es el  $i$ -ésimo valor de la señal. La mediana se define de manera distinta si el número de valores de la serie es par o impar. Si la serie es par, la ecuación para calcular la mediana está dada por:

$$\text{Mediana} = \frac{d_{K/2} + d_{K/2+1}}{2} \quad (3.31)$$

donde  $x_{K/2}$  es el valor central de la serie ordenada ascendentemente. Si la serie es impar, el cálculo de la mediana se realiza a través de la siguiente ecuación:

$$\text{Mediana} = \frac{d_{K/2+1}}{2} \quad (3.32)$$

donde  $d_{K/2+1}$  es el valor central de la serie ordenada ascendentemente.

### Varianza

La varianza (también llamada segundo momento central) de  $K$  muestras  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_K$  se define como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (d_i - \mu)^2 \quad (3.33)$$



donde  $\mu$  es la media de las muestras  $d_i$ . La varianza es una cantidad positiva, pues es el cuadrado de la distancia entre el punto  $d_i$  y el punto central  $\mu$ .

### *Desviación estándar*

La desviación estándar de una muestra de observaciones es la raíz positiva de la varianza, esto es:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (3.34)$$

Como puede observarse la desviación estándar tiene una relación directa con la varianza de los datos. Sin embargo, la desviación estándar tiene una connotación más directa al analizar gráficamente la distribución de frecuencias de las muestras. De hecho, existe una regla empírica que se explica a continuación:

**Regla empírica.** Para una distribución de observaciones que es aproximadamente normal (en forma de campana) se cumplen las siguientes premisas:

- $\mu \pm \sigma$  contiene aproximadamente el 68% de las observaciones.
- $\mu \pm 2\sigma$  contiene aproximadamente el 95% de las observaciones.
- $\mu \pm 3\sigma$  contiene casi todas las observaciones.

En la Figura 3.6 se muestra la regla empírica en una distribución normal.

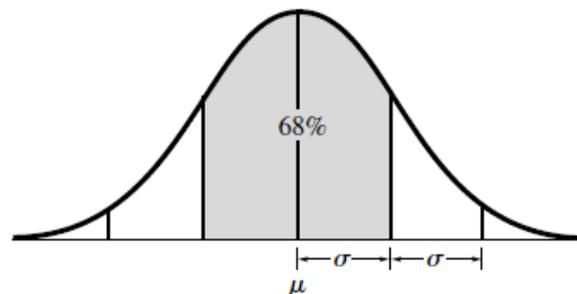


Figura 3.6: Distribución en forma de campana donde se muestra la regla empírica (imagen tomada de [33]).



### 3.3.2 Medidas estadísticas

Existen medidas estadísticas que se utilizan comúnmente para describir las propiedades de una señal en el dominio del tiempo (series temporales). Con base en [27] se definen las siguientes medidas:

#### *Primera diferencia*

La primera diferencia mide el cambio que se presenta en una serie temporal de la variable dependiente en una unidad de tiempo posterior al valor actual. En la ecuación (3.35),  $S(t + 1)$  denota el valor de la serie temporal  $S$  en el período  $t + 1$ , de tal manera que la primera diferencia de  $S$  se encuentra definida como:

$$\delta = \frac{1}{K-1} \sum_{t=1}^{K-1} |S(t+1) - S(t)| \quad (3.35)$$

donde  $S(t)$  es el valor de la serie temporal que precede a  $S(t + 1)$ . Asimismo, la primera diferencia normalizada consiste en una medida estándar generada a partir de la siguiente ecuación:

$$\tilde{\delta} = \frac{\frac{1}{K-1} \sum_{t=1}^{K-1} |S(t+1) - S(t)|}{\sigma} \quad (3.36)$$

#### *Segunda diferencia*

La segunda diferencia mide el cambio que se presenta en una serie temporal de la variable dependiente en dos unidades de tiempo posteriores al valor actual, ésta se calcula a través de la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{1}{K-2} \sum_{t=1}^{K-2} |S(t+2) - S(t)| \quad (3.37)$$

donde  $S(t)$  es el valor de la serie temporal que precede a  $S(t + 2)$ . Por otra parte, la segunda diferencia normalizada se calcula a partir de la segunda diferencia y la desviación estándar



de la serie temporal. La ecuación de la segunda diferencia normalizada se define a continuación:

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{K-2} \frac{\sum_{t=1}^{K-2} |S(t+2) - S(t)|}{\sigma} \quad (3.38)$$

### *Root mean square*

El valor de la raíz cuadrada media (*root mean square* – RMS por sus siglas en inglés) se define como la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de los valores de un conjunto de datos con variables discretas o continuas. La ecuación que se utiliza para una serie con  $K$  valores discretos definidos por  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_K$  es:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K d_i^2} \quad (3.39)$$

donde  $d_i$  representa los valores de la serie desde  $i = 1, 2, 3, \dots, K$ . Por otra parte, la ecuación que se emplea para una función de variable continua  $f(t)$  que se define en el intervalo  $T_1 \leq t \leq T_2$  es:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} [f(t)]^2 dt} \quad (3.40)$$

### **3.3.3 Densidad del espectro de potencia**

La densidad del espectro de potencia (PSD por sus siglas en inglés) es una medida de la señal que describe la distribución de la potencia frente a la frecuencia. El PSD se emplea generalmente para caracterizar señales continuas que presentan aleatoriedad [26].



### Método Welch

El método de Welch es un enfoque que se utiliza para la estimación de la densidad del espectro de potencia. Los pasos del método se enumeran a continuación:

1. El primer paso consiste en dividir la señal en  $D$  segmentos definidos como  $S[0], S[1], S[2], \dots, S[K - 1]$ . Donde  $K$  es el número de muestras de la serie de tiempo.
2. Para cada segmento desde 1 hasta  $D$ , se calcula la Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT por sus siglas en inglés). La ecuación para calcular cada una de las ventanas de la STFT se define como:

$$S_D(f) = \sum_i S[i]w[i]\exp(-j\omega i) \quad (3.41)$$

donde  $m$  representa el segmento de los datos,  $w[i]$  es la función de la ventana y  $j$  representa la unidad imaginaria.

3. Para cada uno de los segmentos, se calcula el valor del periodograma<sup>9</sup> a partir de la siguiente ecuación:

$$P_D(f) = \frac{1}{w|(S_D(f))^2|} \quad (3.42)$$

donde  $w = \sum_{m=0}^K w^2[i]$ .

4. La densidad del espectro de potencia se calcula a partir del promedio del valor del periodograma calculado a través de la siguiente ecuación:

$$PSD(f) = 1/K \sum_{D=1}^K P_D(f) \quad (3.43)$$

### 3.3.4 Potencia

La potencia de una señal discreta  $S[t]$ , se define como la suma de cuadrados del valor absoluto de la señal dividido por el número de muestras, esto es [27]:

---

<sup>9</sup> Estimación de la densidad espectral de una señal.



$$Pow = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K |S[t]|^2 \quad (3.44)$$

donde  $K$  es el número total de muestras de la señal discreta  $S[t]$ . El valor de potencia permite conocer un *promedio* del área generada por la señal  $S$ , la cual siempre tendrá un valor positivo. También puede definirse como el promedio de la energía de la señal. Esta energía se define como:

$$Energy = \sum_{t=1}^K |S[t]|^2 \quad (3.45)$$

Por tanto, la potencia puede expresarse como:

$$Pow = \frac{Energy}{K} \quad (3.46)$$

### 3.3.5 Medidas de complejidad

Las medidas de complejidad permiten evaluar la similitud que existe en una serie de tiempo, además de medir la capacidad de predicción de las señales a partir del análisis de muestras anteriores. Este tipo de métodos se basa en técnicas de análisis no lineal capaces de caracterizar una señal sin la necesidad de establecer propiedades de estacionariedad. Son de gran utilidad para el análisis de señales EEG, esto debido al comportamiento no estacionario que poseen las mismas. En otras palabras, las señales EEG varían a lo largo del tiempo. A continuación, se describen las medidas de complejidad que se utilizan en este trabajo de investigación [34].

#### *Entropía de Shannon*

La medida de entropía clásica que se utiliza en el análisis de señales EEG es la entropía de Shannon ( $SE$ ), la cual proporciona criterios útiles al momento de analizar y comparar distribuciones de probabilidad. Además, brinda una buena medida de información.



Para calcular la entropía es necesario discretizar la señal en  $D$  segmentos, considerando la señal discreta sin procesar como  $S[t]$ , para  $t = 1, 2, 3, \dots, K$ . El dominio de  $S[t]$  se divide en  $D$  subseries disjuntas. La distribución de probabilidad de los puntos de la serie discreta puede obtenerse a partir de la relación de frecuencia ( $f$ ) y el número total de los puntos ( $K$ ), esto es:

$$prob = \frac{f}{K} \quad (3.47)$$

la distribución de probabilidad del dominio de la señal discreta se utiliza para calcular la entropía de Shannon, además de otras entropías, como la entropía de Tsallis. La entropía de Shannon está definida por la siguiente ecuación:

$$SE = - \sum_{i=1}^K prob_i (\ln prob_i) \quad (3.48)$$

#### *Approximate entropy – ApEn*

La entropía aproximada también conocida como *Approximate entropy*, es una medida desarrollada para cuantificar el concepto de complejidad variante de un sistema. Su principal función es identificar irregularidades en los datos de larga duración, que resultan ser imperceptibles a simple vista.

La ApEn representa el grado de auto-similitud de los patrones presentes en una serie de tiempo, y se caracteriza por su aplicación en infinidad de sistemas deterministas, periódicos, caóticos, entre otros. La entropía aproximada indica la probabilidad de la generación de un patrón nuevo con respecto al aumento de  $m$  a  $m + 1$  de la dimensión de una serie de tiempo. Cuando el valor de ApEn es grande, la probabilidad de generar un nuevo patrón será mayor. Además, una de las ventajas de la entropía aproximada reside en el hecho de que para su estimación basta con un segmento corto de datos. El algoritmo para calcular la entropía aproximada se define por los siguientes pasos:



1. Dada una serie  $S[t]$  con  $t = 1, 2, 3, \dots, K$ , se obtienen los vectores  $m$ -dimensionales a partir de la siguiente ecuación:

$$S_m[t] = \{S[t], S[t+1], \dots, S[t+m-1]\}, \quad 1 \leq t \leq K-m+1 \quad (3.49)$$

2. Se calcula la distancia entre los vectores  $S_m[t_i]$  y  $S_m[t_j]$ , y se define la máxima distancia entre cada componente como la distancia de contribución máxima. La ecuación para calcular dicha distancia es:

$$\text{distancia}[S_m[t_i], S_m[t_j]] = \max \{|S_m(t_i + \tau) - S_m(t_j + \tau)|\} \quad (3.50)$$

donde  $1 \leq \tau \leq m-1$ ,  $1 \leq t_i, t_j \leq K-m+1$  y  $t_i \neq t_j$ .

3. Dado un umbral positivo definido por  $r > 0$  y la dimensionalidad  $m$ , la probabilidad de regularidad de la serie de tiempo  $S$  se calcula con la siguiente ecuación:

$$C_{t_i}^m(r) = \frac{\Delta^m(t_i)}{K-m+1} \quad (3.51)$$

donde  $\Delta^m(t_i)$  define el número de  $\text{distancia}[S_m[t_i], S_m[t_j]] \leq r$ .

4. Para cada  $C_{t_i}^m(r)$ , se calcula el promedio:

$$\Phi^m(r) = \left( \sum_{i=1}^{K-m+1} \ln C_{t_i}^m(r) \right) / (K-m+1) \quad (3.52)$$

5. Para cada dimensionalidad  $m+1$ , es necesario repetir los pasos 1-4 para obtener  $\Phi^{m+1}(r)$ . Por último, la entropía aproximada se define a partir de:

$$\text{ApEn}(m, r, K) = \Phi^m(r) - \Phi^{m+1}(r) \quad (3.53)$$

los valores de  $m, r, K$  determinan el valor de la entropía aproximada. Ésta suele calcularse con la ayuda de la desviación estándar de los datos originales.

### Sample entropy – SampEn

La entropía muestral (SampEn por sus siglas en inglés), es una medida estadística que se desarrolló para reducir el sesgo presente en la ApEn. SampEn fue propuesta por Richman



*et al.* en [35] para mejorar la medida de complejidad ApEn que se utiliza en las series de tiempo. La ApEn presenta las siguientes desventajas:

- La entropía aproximada realiza la comparación de sus propios segmentos de datos en el cálculo, lo cual implica un sesgo a favor de la medida de complejidad.
- Los resultados de ApEn son pobres debido a la consistencia que éstos presentan con base en el sesgo que se genera a partir de su cálculo.

Por lo tanto, el cálculo de la entropía muestral se diseñó para evitar el emparejamiento de los datos. De tal manera, que el algoritmo posee una precisión mayor en comparación con la ApEn. Los pasos para calcular el algoritmo de la SampEn son los siguientes:

1. Dada una serie original  $S[t]$  con  $t = 1, 2, 3, \dots, K$ , se obtienen los vectores  $m$ -dimensionales a partir de la siguiente ecuación:

$$S_m[t] = \{S[t], S[t + 1], \dots, S[t + m - 1]\}, \quad 1 \leq t \leq K - m + 1 \quad (3.54)$$

donde  $m$  es la longitud de la ventana, también definida como dimensión.

2. Se define la distancia entre los vectores  $S_m[t_i]$  y  $S_m[t_j]$  a partir de la siguiente ecuación:

$$\text{distancia}[S_m[t_i], S_m[t_j]] = \max \{|S_m(t_i + \tau) - S_m(t_j + \tau)|\} \quad (3.55)$$

donde  $1 \leq \tau \leq m - 1$ ,  $1 \leq t_i, t_j \leq K - m + 1$  y  $t_i \neq t_j$ .

3. Dado un umbral positivo definido por  $r > 0$  y la dimensionalidad  $m$ , la probabilidad de regularidad de la serie de tiempo  $C_{t_i}^m(r)$  se calcula con la siguiente ecuación:

$$C_{t_i}^m(r) = \frac{\Delta^m(t_i)}{K - m + 1} \quad (3.56)$$

donde  $t_i \leq K - m$ . Posteriormente se calcula el promedio  $C_{t_i}^m(r)$  a partir de la siguiente ecuación:

$$B^m(r) = \frac{1}{K - m} \sum_{i=1}^{K-m} C_{t_i}^m(r) \quad (3.57)$$



4. Después se fija la dimensionalidad como  $m + 1$ , y se repiten los pasos 1-3 para calcular la entropía muestral por medio de la siguiente ecuación:

$$SampEn(m, r) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[ -\ln \frac{B^{m+1}(r)}{B^m(r)} \right] \quad (3.58)$$

en la práctica el número total de datos es limitado, por lo tanto, la ecuación (3.58) puede reescribirse como:

$$SampEn(m, r, K) = -\ln \frac{B^{m+1}(r)}{B^m(r)} \quad (3.59)$$

el valor de SampEn depende de los valores que se definan para  $m, r$  y  $K$  (por lo general  $m = 1, 2$ , y  $r$  suele ser la desviación estándar de la serie original multiplicada por 0.1 o 0.25).

### 3.4 Algoritmos de selección de características

#### 3.4.1 *Minimum redundancy maximum relevance – mRMR*

El algoritmo de mínima redundancia y máxima relevancia (mRMR por sus siglas en inglés) propuesto por Peng *et. al.* [36] en 2005 es un algoritmo de selección de características. El principal objetivo del algoritmo mRMR es encontrar  $m$  características, las cuales tienen la mayor relevancia a las clases, pero mínima redundancia entre las mismas. Se utiliza información de todas las características para medir la relevancia que existe entre ellas y las clases del conjunto de datos.

Sea  $\chi$  el conjunto de características de  $m$  dimensiones, las ecuaciones que utiliza el algoritmo de mRMR para seleccionar las variables de mayor importancia son:

$$Z = \frac{1}{|\chi|} \sum_{\zeta_i \in \chi} I(\zeta_i; c) \quad (3.60)$$

$$R = \frac{1}{|\chi|} \sum_{\zeta_i, \zeta_j \in \chi} I(\zeta_i, \zeta_j) \quad (3.61)$$



donde  $c$  es la clase,  $I(\zeta_i; c)$  es la información mutua entre la característica  $\zeta_i$  y la clase  $c$  y  $I(\zeta_i, \zeta_j)$  denota la información mutua entre la característica  $i$  y  $j$ .

La relevancia del conjunto  $\chi$  puede maximizarse a través de la ecuación (3.60). Asuma que se tienen dos variables aleatorias  $x$  y  $y$ , su información mutua se define en términos de sus funciones de densidad  $p(x)$ ,  $p(y)$  y  $p(x, y)$  de la siguiente manera:

$$I(x; y) = \iint \rho(x, y) \log \frac{\rho(x, y)}{\rho(x)\rho(y)} dx dy \quad (3.62)$$

y por tanto la información entre  $\chi_m$  y la clase  $c$  puede definirse como:

$$I(\chi_m; c) = \iint p(\chi_m, c) \log \frac{\rho(S_m, c)}{\rho(S_m)\rho(c)} d\chi_m dc \quad (3.63)$$

combinando las ecuaciones (3.60) y (3.61) se obtiene el criterio del algoritmo mRMR, definido por la siguiente ecuación:

$$\max \{Z - R\} \quad (3.64)$$

con base en este criterio se puede obtener un subconjunto de características óptimas y más relevantes en el conjunto  $\chi$ , apilando aquellas que presenten mayor importancia para la problemática a resolver. El cálculo de las  $m$  características más relevantes en un subconjunto  $\chi_m$  de  $\chi$  se selecciona del conjunto  $\chi \setminus \chi_m$  por medio de:

$$\max_{\zeta_i \in \chi \setminus \chi_m} \left[ I(\zeta_i; c) - \frac{1}{m} \sum_{\zeta_j \in \chi_m} I(\zeta_i, \zeta_j) \right] \quad (3.65)$$

### 3.4.2 Relief-F

El algoritmo Relief propuesto inicialmente por Kira y Rendell en [37], es un algoritmo de selección de características que se utiliza para calcular los pesos o **importancia** de las mismas basado en el aprendizaje por muestras. Este algoritmo se encuentra diseñado para la selección de características en problemas binarios (2 clases). De manera general, puede



decirse que Relief calcula métricas de la diferencia entre las características entre clases y clases cruzadas [23].

El grado de importancia de la característica  $\zeta_i$  con  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ , es estimada como la diferencia de dos probabilidades: la probabilidad de que el vector más cercano de la misma clase tome un valor distinto de la característica  $\zeta_i$ , menos la probabilidad de que el vector más cercano de diferente clase tome un valor distinto al de  $\zeta_i$ . De manera que al final cada característica tendrá una probabilidad asociada, la cual indica el grado de importancia que tiene en el conjunto de características.

En 1994 Kononenko extiende el algoritmo Relief a problemas multiclase, es decir, conjuntos de características con 2 o más clases [38]. El algoritmo propuesto recibe el nombre de Relief-F. En el caso de conjuntos de datos multiclase, el algoritmo calcula el vecino más cercano a cada una de las clases, y posteriormente evalúa cada clase al diferenciar los vecinos más cercanos de cualesquiera dos clases. El pseudocódigo del algoritmo se muestra a continuación [11]:

#### *Algoritmo Relief-F*

---

**Entradas:** Conjunto  $\chi$  y el número de clases  $c$ .

**Salidas:** Vector de pesos  $w$ .

*Paso 1.* Para cada característica  $\zeta_i, i = 1, 2, 3, \dots, m$  se asigna un peso inicial cero:

$$w(i) = 0$$

*Paso 2.* Para  $j = 1$  hasta  $m$ :

- Se selecciona aleatoriamente un vector  $\zeta_i \in \chi$ .
- Posteriormente, se seleccionan los  $k$  vecinos cercanos ( $h_j$ ) de la misma clase del vector  $\zeta_i$ .
- Se selecciona los  $k$  vecinos cercanos  $m_j(c)$  de las clases distintas al vector  $\zeta_i$ .



\* Para  $i = 1$  hasta  $m$ :

- Se actualiza el peso a través de la siguiente ecuación:

$$w(i) = w(i) - \sum_{j=1}^k \frac{dist(i, \zeta_i, h_j)}{m - k} + \sum_{c \neq clase(\zeta_i)} \left\{ \frac{P(c)}{1 - P[clase(\zeta_i)]} \times \sum_{j=1}^k dist[i, \zeta_i, m_j(c)] \right\} / (m - k)$$

Terminar

Terminar

---

donde  $dist(i, x, y)$  es la distancia entre los vectores  $x$  y  $y$  bajo la característica  $i$ .  $P(c)$  denota la probabilidad de la  $c$ -ésima clase, la cual puede obtenerse como la razón entre el número de elementos de la clase  $c$  y el número total de vectores.  $m_j(c)$  denota el  $j$ -ésimo vector de la  $c$ -ésima clase,  $m$  es el número de iteraciones y  $k$  es el número de vecinos cercanos.

### 3.5 Principal Component Analysis – PCA

El algoritmo de PCA se utiliza comúnmente para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos, extraer características y visualizar datos. PCA se define como la proyección ortogonal de un conjunto de datos a un espacio lineal de menor dimensionalidad que la original, este espacio recibe el nombre de **subespacio principal**, el cual es una proyección de los datos con una varianza maximizada [39].

#### 3.5.1 Varianza maximizada

Considere un conjunto de datos de  $K$  observaciones  $\zeta_i$  donde  $i = 1, \dots, K$  y  $\zeta_n$  es una variable Euclídeana con dimensionalidad  $m$ . El objetivo del algoritmo PCA consiste en



proyectar los datos a un espacio con una dimensionalidad  $\mathcal{M} < m$  mientras se maximiza la varianza de los datos proyectados.

A continuación se presentan las fórmulas y el procedimiento del algoritmo PCA donde se proyecta un conjunto de datos a un espacio unidimensional con  $\mathcal{M} = 1$ . En primer lugar se puede definir la dirección del espacio a través de un vector  $u_1$  con dimensionalidad  $m$ , el cual por conveniencia se define como un vector unitario de tal manera que:

$$u_1^T u_1 = 1 \quad (3.66)$$

cada punto  $\zeta_i$  se proyecta a un valor escalar  $u_1^T \zeta_i$ . La media de los datos proyectados es  $u_1^T \bar{\zeta}$  donde  $\bar{\zeta}$  es la media de la muestra, y la varianza de los datos proyectados está dada por:

$$\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \{u_1^T \zeta_i - u_1^T \bar{\zeta}\}^2 = u_1^T Cov(\chi) u_1 \quad (3.67)$$

donde  $Cov(\chi)$  es la matriz de covarianza de los datos que se define como:

$$Cov(\chi) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\zeta_i - \bar{\zeta})(\zeta_i - \bar{\zeta})^T \quad (3.68)$$

El siguiente paso consiste en maximizar la varianza (ecuación (3.67)) con respecto al vector  $u_1$ , bajo la restricción dada por la ecuación (3.66). Posteriormente, con el uso del multiplicador de Lagrange denotado por  $\lambda$  se tiene la siguiente ecuación a maximizar:

$$u_1^T Cov(\chi) u_1 + \lambda_1 (1 - u_1^T u_1) \quad (3.69)$$

después, al definir la derivada con respecto a  $u_1$  igual a cero. Es posible apreciar que la ecuación (3.69) tiene un punto estacionario cuando:

$$Cov(\chi) u_1 = \lambda_1 u_1 \quad (3.70)$$

lo cual indica que  $u_1$  debe ser un vector propio de  $Cov(\chi)$ . Ahora bien, si se multiplica la ecuación (3.70) por  $u_1^T$  y se emplea la igualdad de la ecuación (3.66), la varianza se representa por la siguiente ecuación :

$$u_1^T Cov(\chi) u_1 = \lambda_1 u_1^T u_1 \quad (3.71)$$



y por lo tanto, la varianza será máxima cuando se defina  $u_1$  igual al vector propio que posee el valor propio  $\lambda_1$  de mayor valor. Dicho vector propio recibe el nombre de **primer componente principal**.

*Principal component analysis* consiste en pocas palabras en evaluar la media y la matriz de covarianza del conjunto de datos, para después calcular los  $\mathcal{M}$  vectores propios de la matriz de covarianza que corresponden a los  $\mathcal{M}$  valores propios más grandes.

### 3.6 Aprendizaje máquina

El aprendizaje máquina (*Machine Learning* – ML por sus siglas en inglés) es una subárea de la Inteligencia Artificial, que se enfoca en la creación de sistemas capaces de aprender de manera automática los patrones específicos de una distribución de datos, y a partir de ello generar modelos factibles en cuanto a su uso y entendimiento [40]. El aprendizaje máquina se define como la búsqueda de una regla general capaz de explicar el comportamiento de un conjunto de datos (variables o características) con base en una muestra de tamaño limitado. La detección automática de patrones presentes en diversos cúmulos de información puede utilizarse en la predicción futura de datos particulares.

Carbonell et. al. en su libro [41] definen 3 objetivos del aprendizaje máquina, los cuales se detallan a continuación:

1. El desarrollo y análisis de sistemas de aprendizaje para mejorar el desempeño en un conjunto determinado de tareas.
2. La investigación y simulaciones por computadora del proceso de aprendizaje humano.
3. La exploración teórica de posibles métodos de aprendizaje y algoritmos independientes al dominio de aplicación.



### 3.6.1 Tipos de aprendizaje

El aprendizaje automático se clasifica en:

- Aprendizaje no supervisado.
- Aprendizaje supervisado.
- Aprendizaje semi-supervisado.

En el aprendizaje no supervisado los vectores de entrenamiento (características) carecen de etiquetas que definan la clase a la que pertenecen. Este tipo de aprendizaje se emplea en tareas de agrupamiento (*clustering* en inglés) donde se pretende encontrar grupos que poseen características similares. Por otra parte, el aprendizaje supervisado se emplea para tareas de clasificación y regresión, donde los vectores de entrenamiento cuentan con las etiquetas de las clases a las que pertenecen. El aprendizaje semi-supervisado es una combinación del aprendizaje no supervisado y supervisado, que se utiliza cuando los vectores de entrenamiento tienen valores no etiquetados y etiquetados.

### 3.6.2 Support Vector Machine – SVM

Las Máquinas Vectoriales de Soporte (SVM por sus siglas en inglés) son un conjunto de métodos de aprendizaje automático de tipo supervisado, que se emplean principalmente para problemas de clasificación y regresión. Este algoritmo es uno de los más populares en el aprendizaje máquina, se introdujo por Vapnik [42] en el año de 1995. SVM proporciona un rendimiento de clasificación alto en conjuntos de datos de tamaño pequeño a mediano, sin embargo, en conjuntos con una alta cantidad de datos su rendimiento en cuanto a clasificación y tiempo computacional resulta ser complejo y costoso.

El algoritmo de SVM se utiliza para resolver problemas de clasificación en los cuales se definen fronteras de decisión (líneas de separación) entre dos o más conjuntos (clasificación multiclase) con respecto a la cantidad de clases existentes. Una de las mayores



ventajas de SVM reside en la determinación de la frontera de decisión. Al definir la frontera los datos de entrenamiento carecen de importancia, ya que solo se necesitan algunos puntos para identificar la línea que divide a las categorías. Estos puntos reciben el nombre de vectores de soporte (*support vectors* en inglés) llamados así por la funcionalidad de soporte que brindan a la frontera. En la Figura 3.7 se presenta un ejemplo de la separación lineal de dos clases (clase A y B) con el método de SVM, en ella se muestran los vectores de soporte que definen la separación de ambas clases.

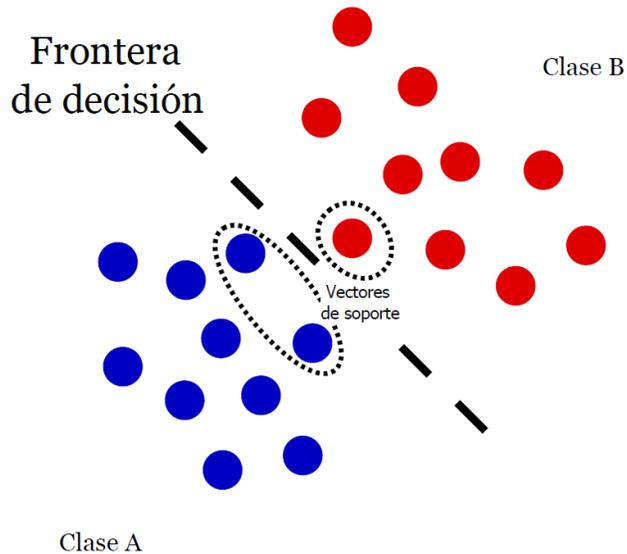


Figura 3.7: Clasificación binaria de un conjunto de datos a través del método SVM.

Las fronteras de decisión se obtienen a través del mapeo de los datos originales a una nueva representación de dimensionalidad mayor, donde la frontera de decisión se expresa como un hiperplano. Existen dos tipos de fronteras de decisión definidas para el algoritmo de SVM: la frontera de decisión de margen duro y la de margen suave.

El definir correctamente un hiperplano se relaciona con el uso de funciones kernel, las cuales realizan una transformación de los datos a un espacio con mayor dimensionalidad



para establecer la línea de separación entre las clases. Las funciones kernel que generalmente se utilizan se describen a continuación.

### *Kernel lineal*

Sean  $\beta_0$  y  $\beta_1$  dos números reales definidos como la pendiente y ordenada respectivamente. La función de la forma:

$$K_l(\zeta, \tilde{\zeta}) = \beta_0 \langle \zeta, \tilde{\zeta} \rangle + \beta_1 \quad (3.72)$$

se define como kernel lineal. La función de mapeo  $\Xi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  es de la forma:

$$\Xi(\zeta) = \langle \sqrt{\beta_0} \zeta_1, \sqrt{\beta_0} \zeta_2, \sqrt{\beta_1} \rangle \quad (3.73)$$

donde  $\zeta = \langle \zeta_1, \zeta_2 \rangle$ .

### *Kernel polinomial*

Suponga que  $e$  es un entero positivo, la función de orden es de la forma:

$$K_p(\zeta, \tilde{\zeta}) = (\langle \zeta, \tilde{\zeta} \rangle + \beta_1)^e \quad (3.74)$$

es llamado kernel polinomial. La constante  $\beta_1$  es un valor de ajuste real, si  $\beta_1 = 0$  el kernel es de tipo homogéneo, en caso contrario es un kernel no homogéneo. La función de mapeo  $\Xi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^6$  es de la forma:

$$\Xi(\zeta) = \langle \zeta_1^2, \sqrt{2} \zeta_1 \zeta_2, \zeta_2^2, \sqrt{\beta_1} \zeta_1, \sqrt{\beta_1} \zeta_2, \beta_1 \rangle \quad (3.75)$$

### *Kernel gaussiano o de base radial*

Considere un factor  $\Gamma = \frac{1}{2\sigma^2}$  siempre positivo. El kernel gaussiano se define como:

$$K_g(\zeta, \tilde{\zeta}) = \exp\left(-\Gamma \|\zeta - \tilde{\zeta}\|^2\right) \quad (3.76)$$

donde  $exp$  representa la función exponencial de base número de Euler. El mapeo  $\Xi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^m$  del kernel gaussiano es de la forma:



$$\Xi(\zeta) = \exp(-\gamma(\zeta_1^2 + \zeta_2^2)) \langle 1, \sqrt{\frac{2\gamma}{1!}} \zeta_1, \sqrt{\frac{2\gamma}{1!}} \zeta_2, \dots \rangle \quad (3.77)$$

este tipo de kernel mapea vectores de dos dimensiones a un espacio de Hilbert de dimensión infinita, por lo tanto, el cálculo computacional se detiene en la convergencia de la función exponencial.

### 3.6.3 *Random Forest – RF*

El algoritmo de bosque aleatorio (RF por sus siglas en inglés), es un clasificador que se forma a partir de la combinación de árboles de decisión. Este algoritmo se basa en la idea del algoritmo *bagging*. La salida final del algoritmo RF se determina a partir de la votación que se realiza por cada uno de los árboles de decisión [11].

RF es un clasificador de ensamble que comprende  $\Pi$  árboles de decisión, los cuales se definen como  $Tree(\chi, \theta_i), i = 1, 2, 3, \dots, \Pi$ . Cada árbol de decisión funciona como un clasificador base, donde  $\theta_i$  con  $i = 1, 2, 3, \dots, \Pi$  es una serie de variables aleatorias que se determinan de la siguiente manera:

1. A partir del conjunto original  $\chi$ , se seleccionan aleatoriamente  $\Pi_{train}$  conjuntos de entrenamiento del mismo tamaño que  $\chi$ , y se procede con la generación de un árbol de decisión para cada conjunto de entrenamiento.
2. Posteriormente se divide cada nodo del árbol de decisión, y se extrae aleatoriamente un subconjunto de características con la misma probabilidad. Después se selecciona una característica óptima del subconjunto para dividir los nodos del árbol. La generación de cada árbol de decisión se define por el siguiente algoritmo:
  - I. El primer paso consiste en proporcionar al conjunto de entrenamiento el número de muestras  $K$  y el número de características  $m$ .



- II. Después se seleccionan aleatoriamente  $\mathcal{M}$  características del conjunto, con base en la condición de que  $\mathcal{M} < m$ .
- III. El tercer paso consiste en la extracción de  $n$  muestras del conjunto dado, para proceder con la formación de un nuevo conjunto de muestras de entrenamiento para la expansión del árbol de decisión.
- IV. Para la división del nodo se calcula la mejor característica, con base en el conjunto de las  $\mathcal{M}$  características definidas anteriormente.
- V. Por último, se expanden los diferentes árboles de decisión.

En la Figura 3.8 se presenta un esquema que ejemplifica la expansión de 6 árboles de decisión. Cada árbol efectúa una decisión de manera individual con base en cada vector de características y en el último paso, se realiza un algoritmo de votación para decidir la clasificación de los vectores.

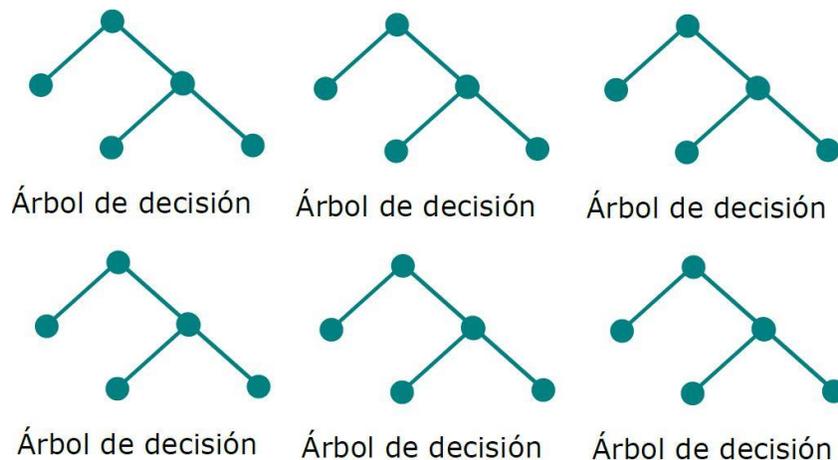


Figura 3.8: Algoritmo *Random Forest*, expansión de árboles de decisión.

Como se puede apreciar, el algoritmo de RF se ajusta de acuerdo al número de características y al número de niveles del árbol de decisión. Mientras mayor sea la profundidad del árbol, mejor será la separación de datos en el espacio. Sin embargo, cabe



señalar que un número muy grande de profundidad, puede generar un sobreajuste del modelo con respecto a los datos. Por lo tanto, el modelo estaría expuesto a errores de clasificación en nuevos datos.

### 3.6.4 Red Neuronal Artificial – RNA

Una red neuronal es un sistema de procesamiento de datos que tiene como base biológica el sistema nervioso del cuerpo humano, éste consiste en un gran número de elementos altamente interconectados, definidos como neuronas. La neurona se considera la unidad estructural y funcional fundamental del sistema nervioso [39].

Cada neurona artificial o perceptrón es una unidad de procesamiento que recibe una serie de datos de entrada que multiplica por un peso determinado. La neurona calcula la suma del producto de cada entrada por su peso correspondiente (ver Figura 3.9). De esta manera, varias neuronas conectadas entre sí trabajan de manera conjunta para producir una salida [43].

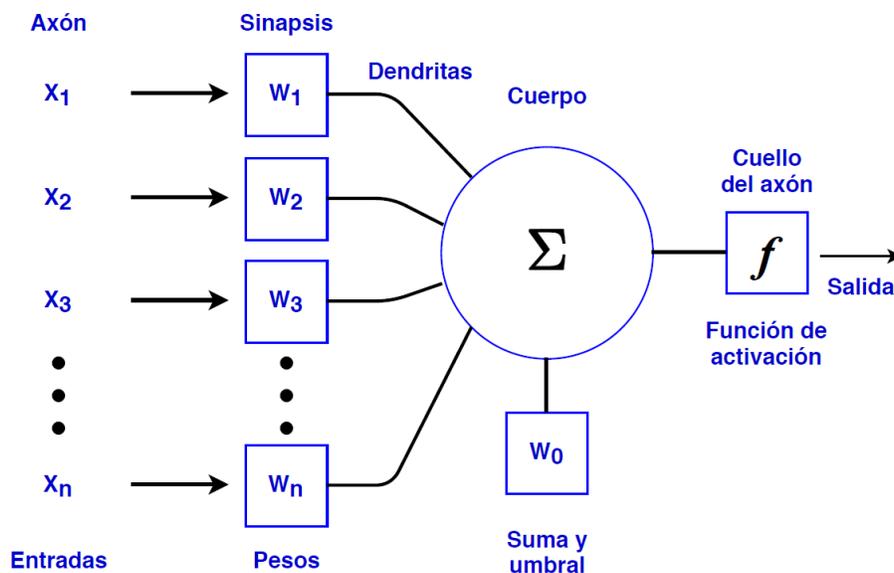


Figura 3.9: Representación de una neurona artificial.



La salida de la red neuronal se produce a través de tres diferentes funciones. La primera recibe el nombre de función de propagación, ésta consiste en la suma de cada entrada multiplicada por el peso de la conexión. La segunda función definida como activación se encarga de modificar el resultado de la función anterior. Y por último, la función de transferencia se aplica al valor que regresa la función de activación para acotar la salida de la neurona. Las funciones de transferencia que comúnmente se utilizan son: la función sigmoidea y la tangente hiperbólica, donde la primera permite obtener un intervalo de 0 a 1 y la segunda establece un intervalo de -1 y 1 [43]

### *Multilayer Perceptron – MLP*

El perceptrón multicapa (MLP por sus siglas en inglés) es una red neuronal artificial de retroalimentación, que posee al menos tres capas de neuronas: una capa de entrada, una capa oculta y una capa de salida (ver Figura 3.10). La arquitectura de un MLP puede variar con respecto al número de capas ocultas [39].

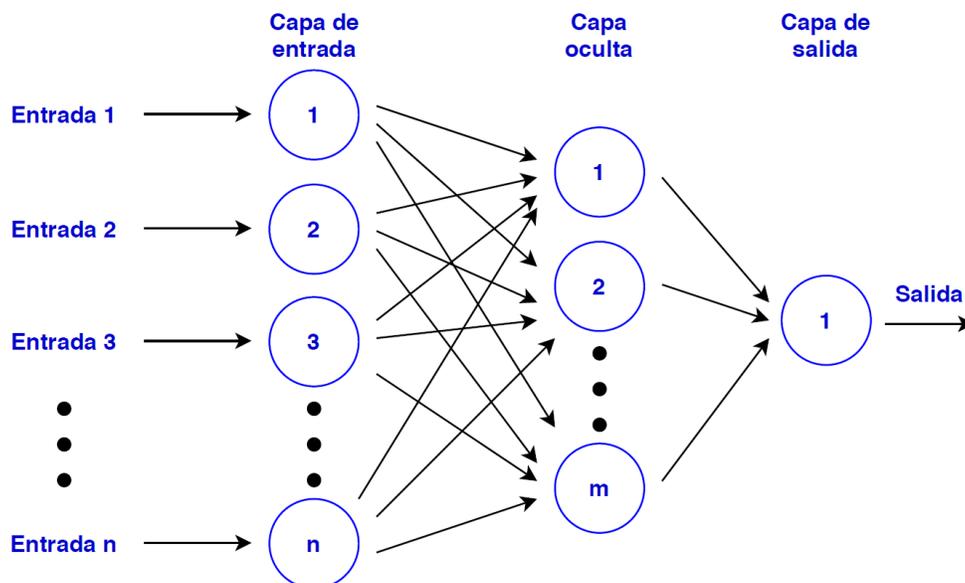


Figura 3.10: Estructura base de un MLP.



Esta red genera un conjunto de salidas a partir de datos de entrada, por medio de la propagación hacia atrás. De tal manera, que el perceptrón multicapa es una técnica de aprendizaje supervisado [39]. Una de las características del MLP es que ésta es capaz de resolver problemas que no son linealmente separables. Por lo tanto, permite clasificar grupos o clases que presentan una dispersión considerablemente pequeña [44].

El proceso de aprendizaje de un MLP se basa en los siguientes pasos [39]:

1. En primera instancia multiplica las entradas por cada una de sus ponderaciones y realiza la suma de dicho procedimiento.
2. Posteriormente añade un factor de sesgo, que permite ajustar con mayor precisión la salida del MLP.
3. Después de emplea la función de activación para asignar los valores de entrada a los valores de salida, además se realiza la actualización de los pesos.
4. Por último, se obtiene la salida del MLP que define la toma de decisión en cuanto al problema de clasificación.



## Capítulo 4: Metodología

En este capítulo se presentan los procedimientos que se utilizaron para la recolección de la base de datos que se utiliza en el trabajo de investigación, así como las técnicas de preprocesamiento de los datos que se realizaron para la extracción de características. Además, se describen las implementaciones de los algoritmos de aprendizaje máquina propuestos y las diferentes métricas de evaluación. Posteriormente, se detalla la implementación que se realizó sobre la base de datos pública DEAP para medir el desempeño de la metodología que se definió con respecto a la base de datos que se creó. En última instancia, se define el experimento de clasificación binaria que se realizó sobre las dimensiones de valencia y excitación en la base de datos DEAP, esto con el propósito de realizar una comparación contra lo publicado por otros autores que reportan resultados de clasificaciones binarias.

### 4.1 Adquisición de la base de datos

El campo de investigación enfocada al reconocimiento de emociones cuenta con un escaso número de bases de datos de dominio público (DEAP [12], SEED [45] y MAHNOB-HCI [46]) disponibles para la investigación científica. Esto debido a que la adquisición de datos es compleja, ya que involucra los siguientes aspectos:

1. Uso y manejo técnico de un electroencefalógrafo.
2. Disponibilidad de sujetos de prueba.
3. Creación de una interfaz gráfica para la adquisición.
4. Búsqueda y selección de estímulos adecuados para la generación de impulsos eléctricos.

Una de las principales actividades del presente trabajo de investigación fue la creación de una base de datos que sirva de base para futuras investigaciones. Dicha base de



datos se compone de señales EEG adquiridas a través del electroencefalógrafo AURA (ver Apéndice A) y de una interfaz gráfica que se diseñó para la presentación de estímulos audiovisuales enfocados a la generación de estados emocionales.

#### **4.1.1 Configuración del experimento**

El experimento se realizó en el Laboratorio de *Mirai Innovation Research Institute*, en la ciudad de Osaka, Japón. Las señales EEG se registraron utilizando el dispositivo AURA en una laptop HP OMEN (ver Apéndice B). La presentación de los estímulos audiovisuales se llevó a cabo en la pantalla de la laptop anteriormente descrita, se utilizó la interfaz gráfica que se desarrolló con la plataforma de desarrollo de Unity. Los participantes se sentaron en una silla ergonómica aproximadamente a 1 metro de la pantalla. Se usaron audífonos para evitar perturbaciones auditivas y el volumen se ajustó a un nivel medianamente alto, lo cual se estableció con ayuda de la aplicación de Salud de Apple. Sin embargo, se preguntó a cada participante antes del experimento si el volumen era cómodo para su percepción. Cabe destacar que el volumen se ajustó con base en las necesidades de cada participante.

Las señales EEG se adquirieron a una frecuencia de muestreo de 250 Hz utilizando 8 electrodos tipo copa de oro los cuales se colocaron sobre la superficie del cuero cabelludo con el uso de un gel conductor aplicado con una jeringa especial diseñada para la colocación de los electrodos: F3, Fz, F4, C3, C4, P3, Pz y P4. Los electrodos se seleccionaron de acuerdo a las diferentes funciones que se llevan a cabo en cada lóbulo (F – frontal y P – parietal), el lóbulo frontal se relaciona con la personalidad y las emociones. Mientras que el lóbulo parietal se encarga de la comprensión sensorial. Además los electrodos C3 y C4 se seleccionaron porque son menos susceptibles a ruido o artefactos. En la Figura 4.1 se presentan el material y equipo necesarios para la adquisición de datos.



Figura 4.1: Material y equipo que se utilizó en la adquisición de datos.

#### **4.1.2 Protocolo experimental**

Un total de 15 participantes sanos (2 mujeres) en un rango de edades entre 22 y 41 años participaron en el experimento. Antes de la realización del experimento, cada participante firmó una carta de consentimiento, y respondió una serie de preguntas registradas en un cuestionario. El cuestionario se enfoca en aspectos tales como: nombre, edad, género, lugar de residencia, educación, consumo de alcohol, horas de sueño, nivel de alerta, entre otros. Posteriormente se les explicó el proceso del experimento y el significado de las diferentes dimensiones que utiliza el SAM. Además, un observador estuvo presente en cada una de las pruebas para atender cualquier duda o pregunta realizada por los participantes. Una vez que los participantes comprendieron las instrucciones del experimento, se realizó la fase de preparación. La cual comprendía los siguientes pasos (ver Figura 4.2):



1. En primer lugar, se pidió a los participantes que tomaran asiento para colocar y ajustar la gorra a su cabeza.
2. Posteriormente, con ayuda de una jeringa especial se prepararon las diferentes posiciones donde se colocaron los electrodos. El proceso consistió en mover cuidadosamente el cabello para descubrir la superficie del cuero cabelludo, luego se aplicó una cantidad considerable de gel conductor con la finalidad de garantizar la correcta transmisión de la señal generada por el cerebro. La colocación del electroencefalógrafo se realizó por la Ing. Jessica López y el Ing. Allan Castro, esto debido a la necesidad de realizar dos tareas simultáneas: colocar y conectar correctamente cada uno de los electrodos.
3. Después de colocar el dispositivo, revisar la transmisión de datos y configurar los electrodos en el software de AURA, se prosiguió con la revisión del audio.
4. Por último, se ejecutó la interfaz gráfica donde se introdujo el nombre y la edad del participante y se comenzó con la grabación de las señales EEG.

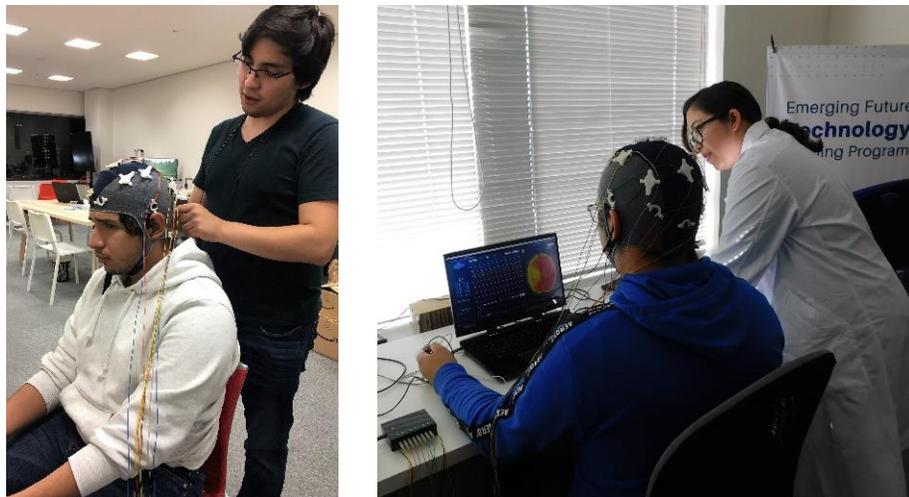


Figura 4.2: Colocación del electroencefalógrafo y revisión de la transmisión de datos.



Al inicio del experimento se mostró una pantalla con ruido estático (10 segundos) para que el participante centrará su atención únicamente en la prueba (ver inciso Figura 4.3a). Posteriormente, se mostró una pantalla negra de preparación (3 segundos) para indicar al participante el momento exacto en el que el video daría inicio (ver Figura 4.3b). Luego se presentó el video con una duración aproximada de 30 segundos (ver Figura 4.3c) y después se mostró una segunda pantalla negra (3 segundos) para indicar al participante el comienzo del SAM para las dimensiones de valencia, excitación y dominio (ver Figura 4.3d). Cada participante respondió el cuestionario SAM anteriormente descrito para las 3 dimensiones con el uso de un ratón inalámbrico después de visualizar cada uno de los videos (ver Figura 4.3e). Por último, se otorgó un breve descanso de 15 segundos entre cada uno de los 15 videos (los cuales se enfocaron a publicidad, política, viajes y comida) con el uso de una tercera pantalla negra (ver Figura 4.3f).

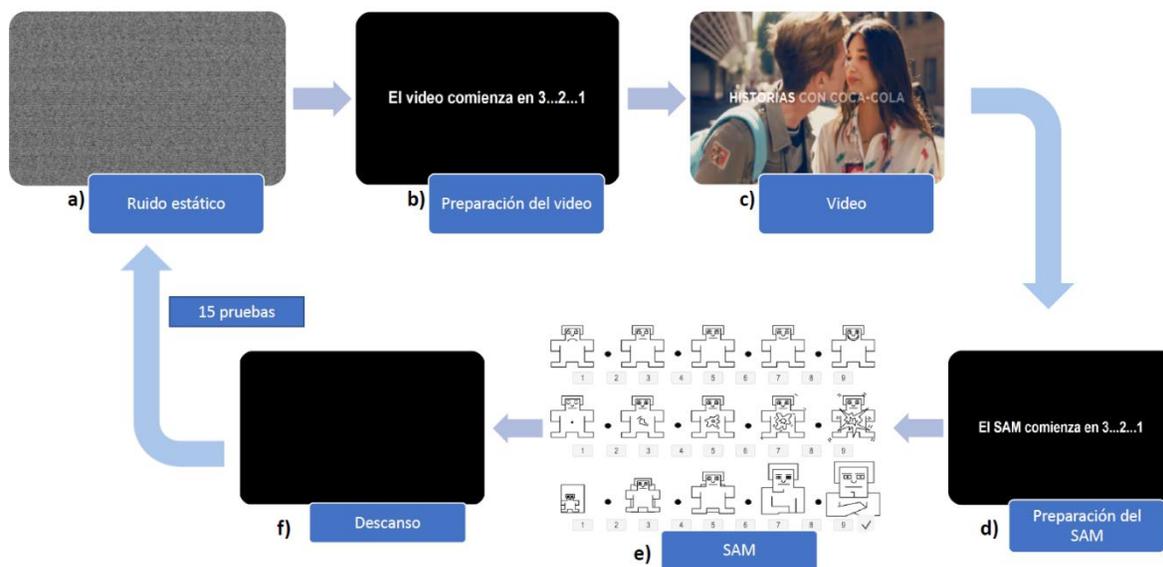


Figura 4.3: Proceso del experimento.



## 4.2 Preprocesamiento de los datos

El preprocesamiento es una etapa importante para el análisis de datos, esta se efectúa de manera previa a la extracción de características y la implementación de algoritmos de clasificación. Su objetivo es resaltar las propiedades presentes en los datos, que sirvan para analizar y formular conclusiones.

### 4.2.1 Eliminación del baseline

Las señales EEG obtenidas por AURA se guardan en un formato multidimensional de tipo matricial (ver Figura 4.4). Las columnas indican los diferentes electrodos (en este caso 8), mientras que las filas indican las diferentes muestras medidas en *micro volts* (mV).

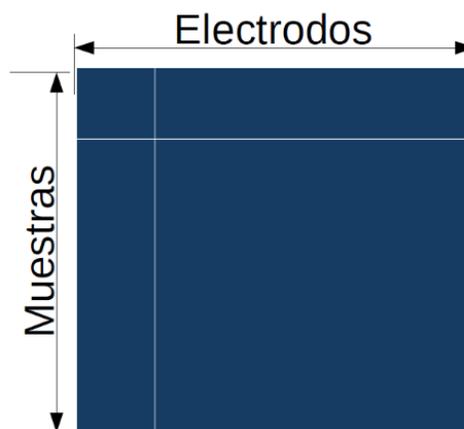


Figura 4.4: Formato multidimensional de los datos.

Los datos crudos obtenidos durante el experimento contienen muestras que no se consideran significativas en el estudio, ya que son tiempos de preparación previa a la presentación del estímulo audiovisual, así como la preparación previa del SAM. Debido a esto, se eliminaron en total seis segundos los cuales corresponden a los tres primeros segundos iniciales y los últimos tres segundos de la grabación. Considerando que la tasa de muestreo de AURA es de 250 Hz, se eliminaron un total de 1,500 muestras de la grabación.



#### 4.2.2 Filtrado de los datos

El filtrado de las señales se considera esencial en el preprocesamiento de los datos, ya que permite eliminar segmentos de la señal que contienen ruido o artefactos<sup>10</sup>. Este ruido puede ser del tipo ambiental, interferencias en el entorno o la misma impedancia que el dispositivo introduce en la señal. Las señales EEG del experimento se filtraron con un filtro *bandpass* definido en el intervalo de 4 a 45 Hz. Se empleó un filtro Butterworth con un orden igual a 10, además se probaron diferentes órdenes del filtro. Sin embargo, el que presentó mejores resultados en el filtrado de los datos fue el orden anteriormente mencionado. En la Figura 4.5 se presentan 3 segundos de la señal EEG del electrodo F3 de uno de los participantes.

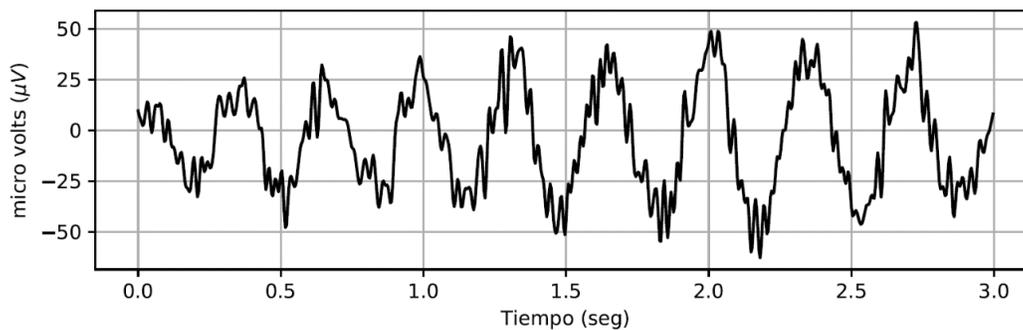


Figura 4.5: Señal EEG del electrodo F3 de uno de los participantes del experimento.

Por otra parte, en la Figura 4.6 se pueden observar dos espectros de potencia del mismo electrodo (F3) de uno de los participantes. Se puede observar el filtrado realizado en la señal y la eliminación de los diversos picos de potencia que se presentan de manera central en los 60 y 120 Hz. El proceso de filtrado que se realizó por sujeto, tuvo una duración de aproximadamente media hora de tiempo computacional para el total de los participantes.

<sup>10</sup> Impulsos eléctricos registrados por los electrodos de un electroencefalógrafo que no provienen del cerebro.

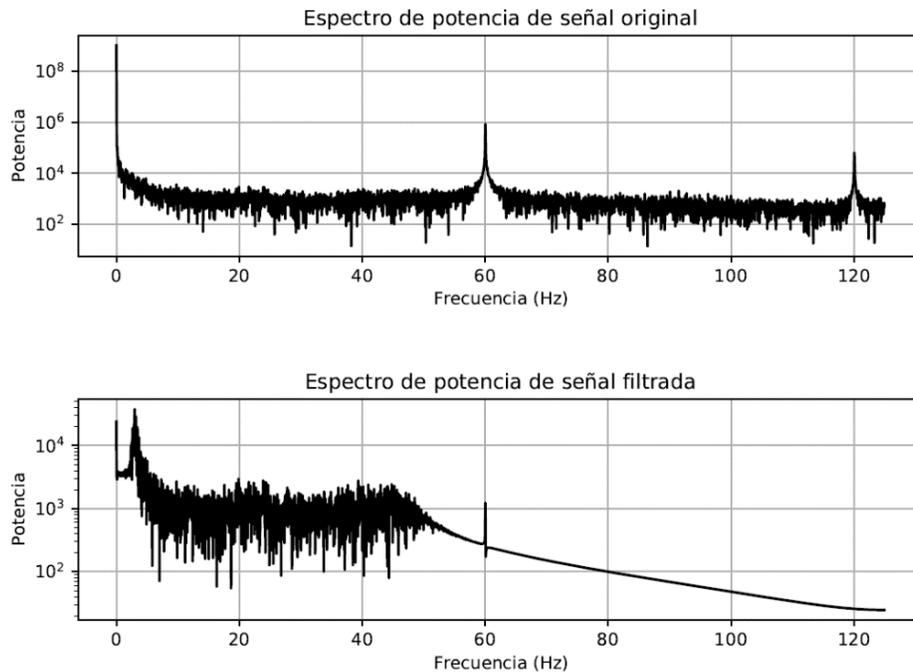


Figura 4.6: Espectro de potencia de la señal original y espectro de potencia de la señal filtrada por medio del filtro Butterworth.

### 4.3 Extracción y selección de características

La extracción de características consiste en obtener información significativa a partir de una señal o un conjunto de datos que defina un patrón capaz de contrastarse entre diferentes clases. La extracción de características comúnmente se realiza aplicando transformaciones de datos tales como: transformada de Fourier, transformada Z, transformada Wavelet, entre otras. La correcta extracción de características, o la mejora de procesos existentes permite obtener mejores resultados en la tarea de clasificación.

En primer lugar, se extraen las siguientes características a partir de la señal EEG filtrada: **potencia, media, desviación estándar, primera diferencia, primera diferencia normalizada, segunda diferencia y segunda diferencia normalizada.**



Posteriormente, se realizó otra extracción de características de las señales EEG a través de la transformada Wavelet Discreta para descomponer la señal en varios niveles, específicamente 6 niveles que dan como resultado la descomposición de las 5 ondas cerebrales (ver Tabla 4.1). Se utilizó el tipo de *wavelet* db4, esto debido a la correlación que existe entre este tipo de función y el comportamiento no estacionario de la señal EEG.

*Tabla 4.1: Descomposición de la señal EEG por medio de la transformada Wavelet Discreta.*

<b>Nivel de descomposición</b>	<b>Rango de frecuencia (Hz)</b>	<b>Onda cerebral</b>	<b>Rango de frecuencia (Hz) de la descomposición</b>
<b>D3</b>	32-64	Gamma	31.3-62.5
<b>D4</b>	16-32	Beta	15.6-31.3
<b>D5</b>	8-16	Alfa	7.8-15.6
<b>D6</b>	4-8	Teta	3.9-7.8
<b>A6</b>	0-4	Delta	0-3.9

El primer paso para obtener las características consiste en dividir la señal original en coeficientes de aproximación y coeficientes de detalle a través de bancos de filtros, que cortan el dominio de la frecuencia con un filtro *highpass* y un filtro *lowpass* (ver Figura 4.7). Cabe destacar que la suma de los coeficientes de aproximación y de detalle dan como resultado la señal original. Los coeficientes *wavelets* representan la distribución de energía de la señal EEG en términos de variables temporales y de frecuencia.

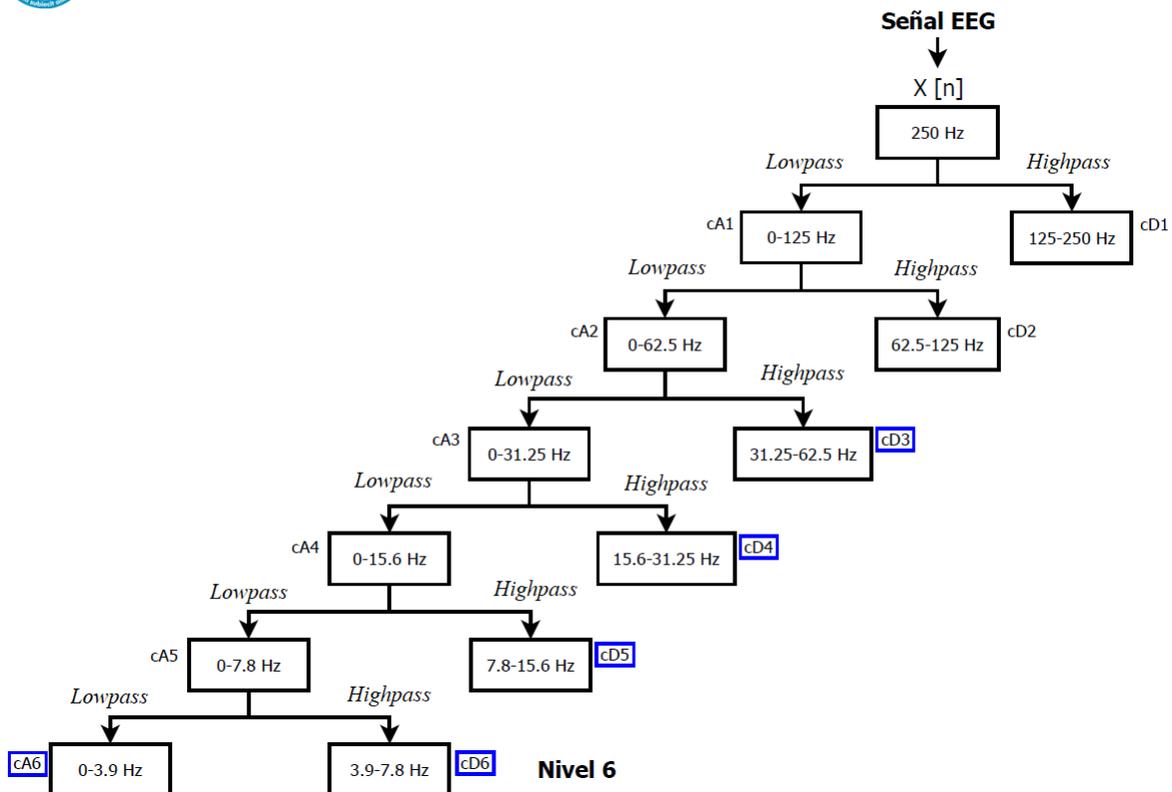


Figura 4.7: Análisis de descomposición *wavelet* de la señal EEG.

Una vez calculados los coeficientes de aproximación y de detalle se generan vectores de características a partir de ellos, que incluyen las siguientes métricas: **media**, **mediana**, **desviación estándar**, **varianza**, **RMS**, **promedio de la densidad del espectro de potencia** (con 256 muestras por ventana y un sobreslape del 50% aplicando una ventana de Hamming), **entropía de Shannon sobre la longitud total de los datos** (1 solo segmento), **entropía aproximada** y **entropía muestral** (ver Figura 4.8).

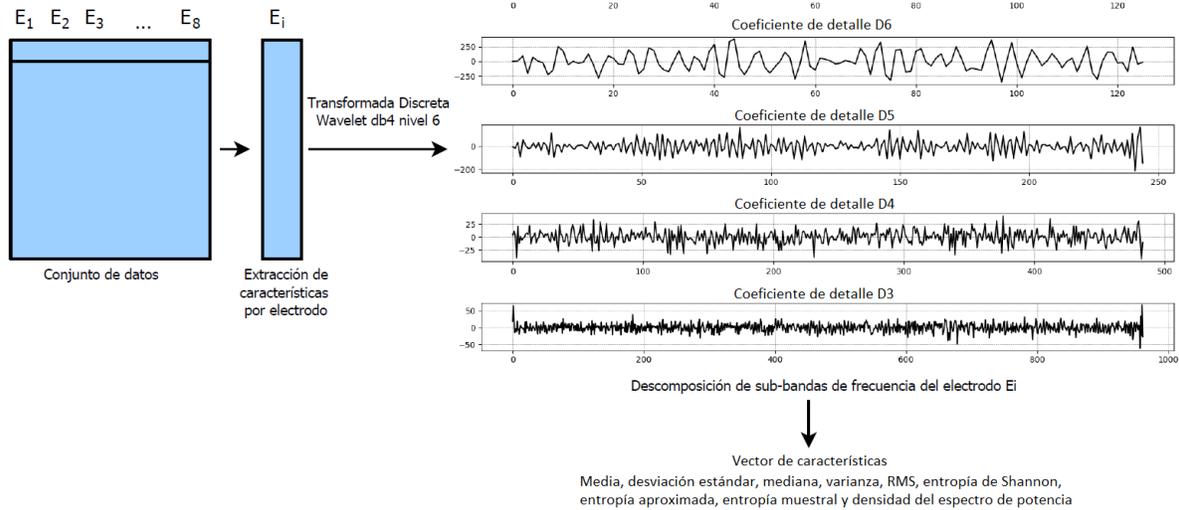


Figura 4.8: Extracción de características a partir de la descomposición *wavelet*.

En última instancia, se agrega a cada vector de características la clase: felicidad, calma, tristeza e ira, a la que pertenece de acuerdo al modelo bidimensional de Russell (ver Figura 4.9).

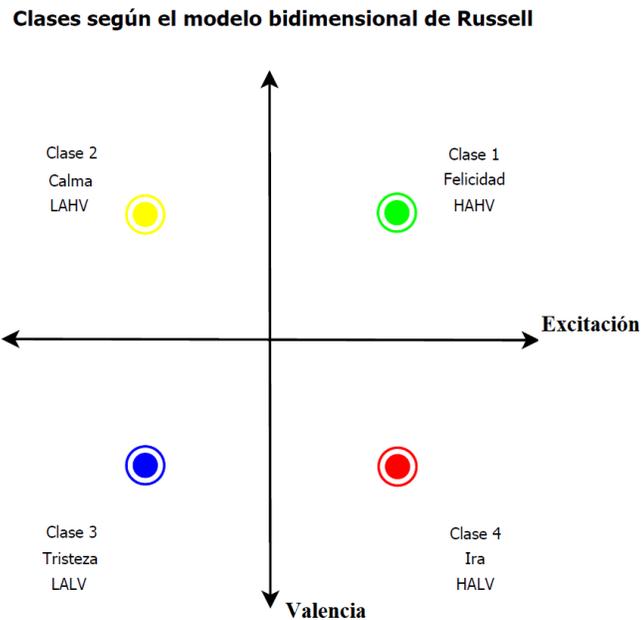


Figura 4.9: Clases definidas con base en el modelo bidimensional de Russell.



Por otra parte, se utilizaron los algoritmos de selección de características mRMR y Relief-F implementados en Python, para reducir el número de características. El propósito de dicho análisis fue eliminar las características que carecían de importancia para el problema de clasificación. A diferencia de otros algoritmos de reducción de dimensionalidad como PCA, LDA, etc., estos algoritmos no generan vectores en otro espacio vectorial, sino que proyectan vectores de  $m$  componentes a un subespacio de  $n$  componentes con  $n < m$ .

De las 52 características totales<sup>11</sup>, se seleccionaron 6 con base en la implementación de los algoritmos de selección. Las cuales se determinaron a partir de la similitud de los resultados de ambos algoritmos, dichas características son:

- Varianza del coeficiente de aproximación A6.
- Varianza del coeficiente de detalle D6.
- Varianza del coeficiente de detalle D5.
- Varianza del coeficiente de detalle D4.
- Varianza del coeficiente de detalle D3.
- Potencia de la señal.

#### 4.3.1 Normalización de características

La técnica de normalización de datos se entiende como la reducción de magnitud de los mismos a través del uso de métodos numéricos basados en estadística o álgebra lineal. La necesidad de normalizar los datos yace en el hecho de que los algoritmos de clasificación, tal como el *Support Vector Machine* proyecta vectores de un espacio  $n$ -dimensional a un espacio  $m$ -dimensional, donde  $m > n$ .

---

<sup>11</sup> En cada onda cerebral se extraen 9 características: media, desviación estándar, mediana, varianza, RMS, entropía de Shannon, entropía aproximada, entropía muestral y promedio de la densidad del espectro de potencia. A partir de ello se obtienen 45 características, a las cuales se agregan las 7 características extraídas en la señal filtrada: potencia, media, desviación estándar, primera y segunda diferencia, y ambas diferencias normalizadas.



Las señales EEG del experimento fueron normalizadas utilizando la escala de factor, lo que redujo el valor numérico de los datos a un intervalo cerrado de  $[0, 1]$ . Esto mejora el tiempo computacional necesario para la tarea de clasificación que realiza el algoritmo de SVM. En la Figura 4.10 se muestran dos nubes de puntos proyectadas a dos dimensiones donde se visualizan las características de un participante utilizando *wavelets*. Como puede observarse el comportamiento de los datos es idéntico, la diferencia es la magnitud y el espacio en el que se encuentran.

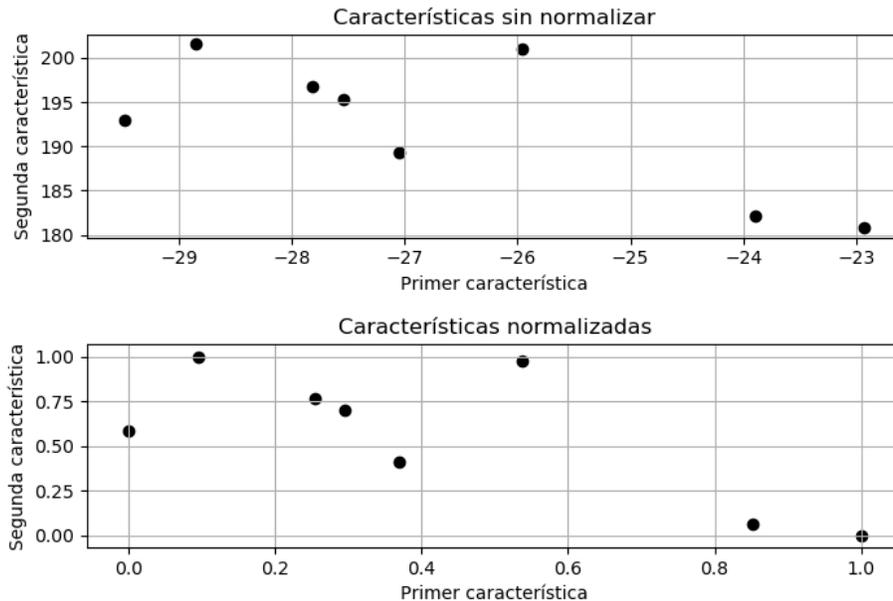


Figura 4.10: Normalización de los datos.

### 4.3.2 Estratificación de los datos

El muestreo estratificado consiste en dividir una población de datos en subgrupos también llamados estratos. La estratificación se refiere al proceso de dividir un conjunto de muestras a subgrupos cuyos datos conservan una proporción directa.



Una vez obtenido el conjunto de características y sus clases, estas pueden encontrarse desbalanceadas, lo que implica que en el total de elementos del conjunto existen diferentes números de muestras de las diferentes clases. Con el propósito de que esto no afecte el proceso de entrenamiento y prueba se estratifican los datos manteniendo la misma proporción de muestras en el conjunto de datos de entrenamiento y de prueba. Algunas ventajas del uso del muestreo estratificado son las siguientes:

- Aporta información precisa de subpoblaciones que varían en tamaño y propiedades entre sí, pero que son homogéneas entre ellas.
- Puede generar una ganancia en precisión de clasificación, pues los subgrupos de entrenamiento y prueba cuentan con muestras de cada clase de manera proporcional.

En la Figura 4.11 se presenta un diagrama que muestra el proceso de estratificación de datos, dividiéndolos en subgrupos de entrenamiento y prueba que guardan una misma proporción de datos con respecto a las clases 1 y 2.

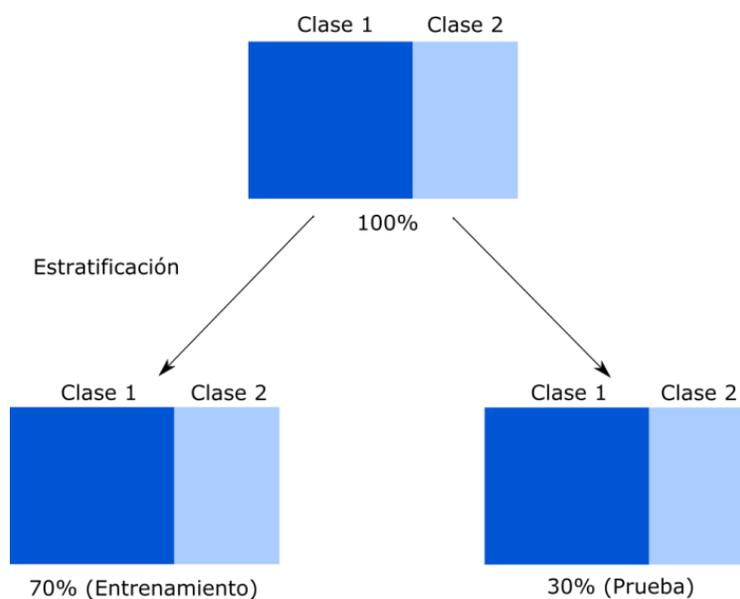


Figura 4.11: Estratificación de datos con 2 clases.



#### 4.4 Implementación de algoritmos de aprendizaje máquina

La clasificación de las señales EEG para el reconocimiento de emociones se realizó a través de los siguientes algoritmos de aprendizaje máquina: *Support Vector Machine* y *Random Forest*. Estos son 2 de los algoritmos que más se utilizan en el tema de clasificación de emociones. Ambos algoritmos fueron implementados en el lenguaje Python.

##### 4.4.1 Datos de entrenamiento y prueba

El conjunto de características se dividió en dos subconjuntos de datos. El primer subconjunto corresponde a los datos utilizados para entrenar el algoritmo de clasificación con un porcentaje de 70% de los datos totales. Mientras que el segundo subconjunto contiene el 30% de los datos totales destinados a la fase de prueba del algoritmo de clasificación (ver Figura 4.12). Además, se tuvo la necesidad de eliminar los datos de 4 participantes debido a inconsistencias (desconexión y problemas técnicos en la transmisión de datos) que se presentaron durante la grabación de la señal EEG. Los datos de entrenamiento y prueba se estratificaron para garantizar la correcta distribución de clases y evitar el desbalance de las mismas<sup>12</sup>. El proceso de separación de los conjuntos de datos se llevó a cabo de manera aleatoria.

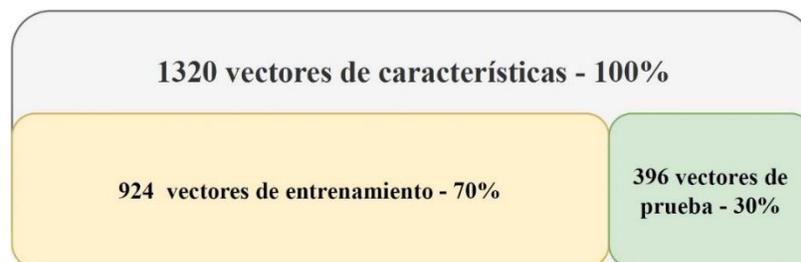


Figura 4.12: Conjunto de entrenamiento y prueba para el algoritmo de clasificación.

<sup>12</sup> Los 1,320 vectores de características corresponden al producto del número de participantes, el número de videos y la cantidad de electrodos.



#### 4.4.2 *Support Vector Machine*

Una vez finalizado el proceso de la extracción de características y la división de los conjuntos de entrenamiento y prueba, se continuó con la implementación de un algoritmo de búsqueda exhaustiva en la base de datos que se adquirió, que varía los diferentes parámetros del algoritmo SVM. Los parámetros específicos que se variaron son: kernel, C – regularización, el grado del polinomio con respecto al kernel polinomial y el valor de gamma. El algoritmo de búsqueda exhaustiva toma como base un conjunto de parámetros, entrena y evalúa el modelo, en este caso SVM y posteriormente define la combinación de parámetros que presentan el mejor resultado.

En la Tabla 4.2 se ejemplifican el conjunto de parámetros y los valores utilizados para el algoritmo de búsqueda exhaustiva, así como la combinación que brinda mejores resultados para las características definidas en la etapa de preprocesamiento.

*Tabla 4.2: Ajuste de hiperparámetros del algoritmo SVM a través del algoritmo de búsqueda exhaustiva.*

<b>Parámetros del algoritmo SVM</b>	<b>Valores</b>	<b>Mejor combinación</b>
Kernel	Lineal, polinomial, sigmoideal y gaussiano	Gaussiano
C – regularización	0.1, 1, 10, 100, 1000	1000
Gamma	0.1, 0.01, 0.001, 1, 1.01, 1.1	1.1
Grado del kernel polinomial	2, 3, 4, 5 y 6	-



#### 4.4.3 *Random Forest*

De manera semejante, la implementación del algoritmo *Random Forest* se realizó a través de un algoritmo de búsqueda exhaustiva en la base de datos que se adquirió, para ajustar los hiperparámetros del algoritmo de clasificación en cuanto a los siguientes parámetros: número de estimadores (número de árboles de decisión) y criterio.

En la Tabla 4.3 se presentan los parámetros y los valores utilizados para el algoritmo de búsqueda exhaustiva, así como la combinación que brinda mejores resultados con base en las características extraídas en la etapa de preprocesamiento.

*Tabla 4.3: Ajuste de hiperparámetros del algoritmo RF a través del algoritmo de búsqueda exhaustiva.*

<b>Parámetros del algoritmo RF</b>	<b>Valores</b>	<b>Mejor combinación</b>
Número de estimadores	20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100	70
Criterio	Gini y Entropía	Entropía

## 4.5 Evaluación de los algoritmos de aprendizaje máquina

### 4.5.1 *Métricas de evaluación*

Para medir el desempeño de los algoritmos propuestos para la tarea de clasificación de emociones a partir de señales EEG, es necesario utilizar diferentes métricas de evaluación que proporcionen información relevante para evaluar y comparar los algoritmos entre sí. Las métricas utilizadas se definen a continuación.



### Matriz de confusión

La matriz de confusión es una herramienta que se utiliza para visualizar el desempeño de un algoritmo con base en la clasificación real, y la predicción generada a partir del conjunto de prueba. La matriz de confusión es cuadrada, la cantidad de filas y columnas es equivalente al número de clases que se estudian, en este caso 4. Las entradas de la diagonal principal corresponden a los verdaderos positivos (VP) y verdaderos negativos (VN), es decir, aquellos que han sido clasificados correctamente. Por otra parte, las entradas restantes corresponden a los falsos positivos (FP) y falsos negativos (FN), esto es, aquellos que fueron clasificados incorrectamente. En general, se espera que la traza de la matriz sea equivalente al número de datos de prueba. A continuación, se ejemplifica una matriz de confusión para la visualización de dos clases (ver Tabla 4.4).

Tabla 4.4: Ejemplo de una matriz de confusión para clasificación binaria.

		<i>Predicción</i>	
		<b>Clase A</b>	<b>Clase B</b>
<i>Clase real</i>	<b>Clase A</b>	VP	FP
	<b>Clase B</b>	FN	VN

### Accuracy

El *accuracy* se define como la razón entre la cantidad de datos clasificados correctamente y el número total de elementos en el conjunto de prueba. Esta métrica de evaluación se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$accuracy(\zeta, \hat{\zeta}) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} 1(\zeta_i = \hat{\zeta}_i) \quad (4.1)$$

donde  $\zeta$  es el vector de características real,  $\hat{\zeta}$  es el vector de características que se clasificó por uno de los algoritmos de aprendizaje máquina, y  $K$  es el número de vectores de



clasificación en el conjunto de prueba. Cabe destacar que la suma tiene un condicional que únicamente se activa si la  $i$ -ésima entrada de ambos vectores es igual.

### *Precision*

La *precision* denota la proporción entre las entradas verdaderas positivas y la suma de las entradas verdaderas positivas y las falsas positivas. Simbólicamente se representa por la ecuación:

$$precision = \frac{TP}{TP + FP} \quad (4.2)$$

donde  $TP$  son las entradas verdaderas positivas y  $FP$  son las entradas falsas positivas.

### *Recall*

La métrica de *recall* se define como la razón que existe entre las entradas verdaderas positivas y las entradas en la clase real. Ésta se representa por la siguiente ecuación:

$$recall = \frac{TP}{TP + FN} \quad (4.3)$$

donde  $TP$  son las entradas verdaderas positivas y  $FN$  son las entradas falsas negativas.

### *F1-score*

En estadística es una métrica que se utiliza para evaluar la exactitud de un clasificador. Se define intuitivamente como el promedio ponderado entre la *precision* y el *recall*. El *F1-score* se utiliza comúnmente cuando la tarea de clasificación contiene clases no balanceadas, es decir, cuando el número de entradas no es el mismo para todas las clases. Esta métrica de evaluación se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$F1 - score = \frac{2 \times precision \times recall}{precision + recall} \quad (4.4)$$



Para medir el desempeño de los algoritmos propuestos se utilizará la métrica de *accuracy*. Esto debido a que los trabajos relacionados emplean comúnmente dicha métrica para evaluar el desempeño de los algoritmos.

#### **4.5.2 *k-Fold Cross-Validation***

La validación cruzada de  $k$  iteraciones (*k-Fold Cross-Validation* en inglés) es una técnica que se utiliza para evaluar los algoritmos de aprendizaje máquina en una muestra de datos relativamente pequeña o limitada. Esta técnica consiste en dividir el conjunto de datos de entrenamiento en subconjuntos aleatorios definidos por un único parámetro llamado  $k$ , donde uno de los subconjuntos se emplea como datos de validación y el resto como datos de entrenamiento. En consecuencia, el algoritmo de clasificación entrenará  $k$  veces con cada uno de los subconjuntos de entrenamiento, en otras palabras, el proceso se repetirá  $k$  veces hasta que cada subconjunto haya sido considerado como conjunto de validación. A continuación, se enlista el procedimiento general de la técnica:

1. En primera instancia se combinan aleatoriamente los datos.
2. Después se divide el conjunto de datos en  $k$  subconjuntos.
3. Para cada subconjunto se realizan los siguientes pasos:
  - a. Se asigna un subconjunto como datos de validación.
  - b. Los subconjuntos restantes se definen como datos de entrenamiento.
  - c. Se ajusta el algoritmo con los datos de entrenamiento y se evalúa con los datos de validación.
  - d. Se guarda la puntuación de la evaluación.
4. Por último, se mide el desempeño del algoritmo con cada una de las puntuaciones obtenidas en cada iteración.



Para la evaluación de los algoritmos propuestos se utilizará la técnica de *10-Fold Cross-Validation*, la cual genera 10 subconjuntos a partir de los datos de entrenamiento y en cada iteración calcula la métrica de *accuracy*. Por último, para medir el desempeño de cada algoritmo se realiza un promedio de los *accuracy* obtenidos en cada iteración. En la Figura 4.13 se ejemplifica dicha técnica con un valor de  $k = 10$ .

Iteración 1:

Fold 1 Datos de prueba										
------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Iteración 2:

	Fold 2 Datos de prueba									
--	------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Iteración 3:

		Fold 3 Datos de prueba								
--	--	------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--

·  
·  
·

Iteración 10:

										Fold 10 Datos de prueba
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------------------------------

Figura 4.13: Técnica  $k$ -Fold *Cross-Validation* para  $k = 10$ .

El proceso descrito, preprocesamiento, extracción de características y algoritmos de aprendizaje máquina propuestos se determinaron a partir de una extensa revisión al estado del arte. Asimismo, las técnicas de implementación, evaluación y validez se establecieron con base en la problemática de estudio, enfocada al reconocimiento o clasificación de emociones en señales EEG.



## 4.6 Base de datos DEAP

La base de datos DEAP creada por Koelstra *et al.* en [12] es un conjunto de datos multimodal para estudiar los estados afectivos humanos. La base de datos contiene grabaciones EEG de 32 sujetos (16 mujeres y 16 hombres) que se registraron al momento de presentar 40 videos musicales (duración de 1 minuto). Los videos se presentaron de manera aleatoria a cada uno de los participantes. Al finalizar cada una de las pruebas los sujetos contestaron el SAM más la dimensión de *liking* para determinar su estado emocional.

Por otra parte, las señales EEG presentan una frecuencia de muestreo de 512 Hz y un total de 32 electrodos según las posiciones del Sistema Internacional 10-20. Las señales EEG que proporcionan los autores tienen un preprocesamiento de filtrado de datos y eliminación de baseline. Se realizó un sub-muestreo de los datos de 512 a 128 Hz, y se aplicó un filtro pasabandas de 4 - 45 Hz.

Se empleó la misma metodología (extracción de características, clases, normalización, estratificación, selección de características y algoritmos de aprendizaje máquina) que se implementó en la base de datos que se describe en la sección 4.1 (página 63). Lo anterior considerando únicamente los mismos electrodos que en la base de datos que se adquirió, los cuales son: F3, Fz, F4, C3, C4, P3, Pz y P4 .

### ***4.6.1 Procesamiento de la base de datos para la clasificación de las 4 emociones definidas según el modelo bidimensional valencia-excitación***

En primera instancia, se extraen características a partir de la señal EEG filtrada. Dichas características son: **potencia, media, desviación estándar, primera diferencia, segunda diferencia y ambas diferencias normalizadas.**



Posteriormente, se realizó la extracción de características a través de la transformada Wavelet Discreta para descomponer la señal en 5 niveles, que dan como resultado la descomposición de las 5 ondas cerebrales (ver Tabla 4.5). Al igual que en la base de datos que se creó, se utilizó la *wavelet* db4 para la base de datos DEAP.

*Tabla 4.5: Descomposición de la señal EEG por medio de la transformada Wavelet Discreta para la base de datos DEAP.*

<b>Nivel de descomposición</b>	<b>Rango de frecuencia (Hz)</b>	<b>Onda cerebral</b>	<b>Rango de frecuencia (Hz) de la descomposición</b>
D2	32-64	Gamma	32-64
D3	16-32	Beta	16-32
D4	8-16	Alfa	8-16
D5	4-8	Teta	4-8
A5	0-4	Delta	0-4

El primer paso para obtener las características consiste en aplicar bancos de filtros, que cortan el dominio de la frecuencia con un filtro *highpass* y un filtro *lowpass* (ver Figura 4.14). De tal manera, que dividen la señal con respecto a cada banda de frecuencia de acuerdo a las ondas cerebrales.

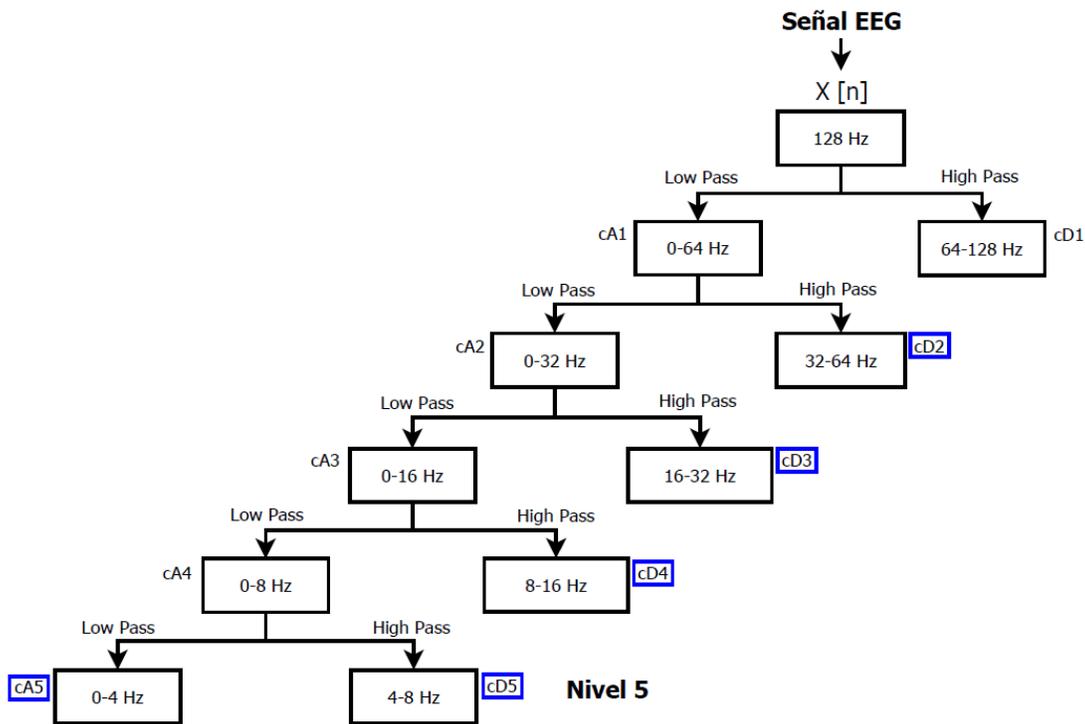


Figura 4.14: Análisis de descomposición *wavelet* de la señal EEG para la base de datos DEAP.

Al finalizar con el cálculo de los coeficientes de aproximación y de detalle, se procede con la generación de los vectores de características a partir de dichos coeficientes. Las características al igual que en la base de datos que se creó incluyen métricas tales como: **media, mediana, desviación estándar, varianza, RMS, promedio de la densidad del espectro de potencia (con una ventana Hamming de 256 muestras y un solapamiento del 50%), entropía de Shannon (sobre la longitud total de la señal), entropía aproximada y entropía muestral.**

Por último se agrega a cada vector de características la clase: felicidad, calma, tristeza e ira, a la que pertenece de acuerdo al modelo bidimensional de valencia-excitación (ver Figura 4.9).



A su vez, se implementaron los algoritmos de selección de características mRMR y Relief-F para reducir el número de características y definir una similitud entre ambas bases de datos. Se seleccionaron 6 características de un total de 52 a partir de los resultados de ambos algoritmos, dichas características son:

- Varianza del coeficiente de aproximación A5.
- Varianza del coeficiente de detalle D5.
- Varianza del coeficiente de detalle D4.
- Varianza del coeficiente de detalle D3.
- Varianza del coeficiente de detalle D2.
- Potencia de la señal.

Por último, se implementaron los algoritmos de SVM y RF con los parámetros que se obtuvieron en la base de datos de creación propia.

#### ***4.6.2 Clasificación binaria de las dimensiones de valencia y excitación***

Las clases se definen con base en las dimensiones de valencia y excitación, se realiza una clasificación binaria con respecto a la dimensión de valencia y otra con respecto a la excitación [12], [18] y [27].

La **primera clasificación binaria** se establece de la siguiente manera: si el valor de la respuesta en la dimensión de valencia es menor a 5, la clase es 0. Por otra parte, si el valor de valencia es mayor o igual a 5 la clase es 1.

Asimismo, la **segunda clasificación binaria** se establece a partir de la dimensión de excitación. Si el valor de la respuesta en la dimensión de excitación es menor que 5, la clase a la que pertenece el vector de características es 0. A su vez, si el valor de la excitación es mayor o igual a 5 la clase se define como 1.



A partir de la señal EEG filtrada de 4-45 Hz se extraen las siguientes características en el dominio del tiempo:

1. Potencia.
2. Media.
3. Desviación estándar.
4. Primera diferencia.
5. Primera diferencia normalizada.
6. Segunda diferencia.
7. Segunda diferencia normalizada.

A su vez, se extraen las siguientes características a través de la descomposición *wavelet*:

1. Media.
2. Desviación estándar.
3. Mediana.
4. Varianza.
5. *Root mean square* – RMS.
6. Entropía de Shannon.
7. Entropía aproximada.
8. Entropía muestral.
9. Espectro por método de Welch (promedio).

#### *Conjunto de características*

Las características extraídas se concatenaron en dos archivos, los cuales se utilizaron como entrada a los algoritmos de mRMR y Relief-F. Posteriormente, a partir de la implementación de ambos algoritmos se obtuvo la siguiente selección de características:



#### ❖ **Algoritmo mRMR.**

##### ➤ **Clasificación binaria excitación.**

- Varianza de la onda alfa.
- Varianza de la onda teta.
- Varianza de la onda beta.
- Potencia.
- Varianza de la onda delta.
- Varianza de la onda gamma.

#### ❖ **Algoritmo Relief-F.**

##### ➤ **Clasificación binaria excitación.**

- RMS de la onda delta.
- RMS de la onda teta.
- RMS de la onda gamma.
- RMS de la onda beta.
- RMS de la onda alfa.

#### ❖ **Algoritmo mRMR.**

##### ➤ **Clasificación binaria valencia.**

- Varianza de la onda alfa.
- Varianza de la onda teta.
- Varianza de la onda beta.
- Potencia.
- Varianza de la onda delta.
- Varianza de la onda gamma.



### ❖ Algoritmo Relief-F.

#### ➤ Clasificación binaria valencia.

- RMS de la onda delta.
- RMS de la onda teta.
- RMS de la onda gamma.
- RMS de la onda alfa.
- RMS de la onda beta.

Como se puede observar en ambas clasificaciones binarias, se obtienen las mismas características al implementar dichos algoritmos de selección. De tal manera, que se optó por establecer 3 conjuntos de características diferentes, los cuales se definen como:

1. El **primer conjunto** de datos contiene las características seleccionadas a partir del algoritmo mRMR para ambas dimensiones: valencia y excitación.
2. El **segundo conjunto** de datos se encuentra definido por las características seleccionadas a partir del algoritmo Relief-F, también para ambas dimensiones.
3. El **tercer conjunto** de datos consiste en la unión de las características obtenidas por ambos algoritmos de selección, para ambas dimensiones.

#### *Procesamiento de los datos y algoritmos de clasificación*

Los conjuntos de datos se dividieron de manera dependiente en dos subconjuntos, definidos de la siguiente manera: entrenamiento (70%) y prueba (30%). Asimismo, se empleó la técnica de *k-fold cross-validation* con un valor de  $k = 10$  y se realizó una estratificación de los subconjuntos para balancear de manera proporcional las clases.



Los datos de entrenamiento constan de 7,168 muestras y los de prueba son un total de 3,072 (ver Figura 4.15)<sup>13</sup>.

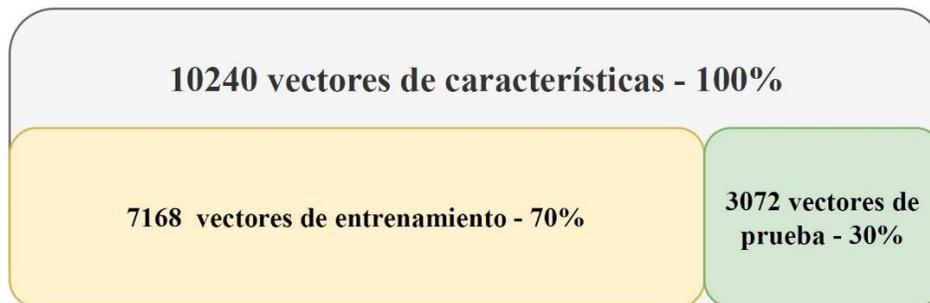


Figura 4.15: Conjunto de entrenamiento y prueba para el algoritmo de clasificación con base en el total de vectores de características.

Se empleó el ajuste de hiperparámetros con un *Grid Search* de los algoritmos de SVM y RF, los parámetros de las implementaciones realizadas en los tres conjuntos de datos de cada clasificación binaria se presentan de la Tabla 4.6 a la Tabla 4.17. Las celdas en azul indican los mejores parámetros de cada implementación.

Tabla 4.6: Hiperparámetros de SVM en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación.

<b>Support Vector Machine</b>	
1ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	0.01, 0.1, 1, 10, 100 y <b>1000</b>
<b>Valor de Gamma</b>	0.001, 0.01, 0.1, 1, y <b>1.1</b>
<b>Kernel</b>	Lineal, <b>gaussiano</b> , polinomial y sigmoideal
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	3, 4 y 5
2da. iteración	
<b>Valor de C</b>	<b>500</b> , 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400 y 1500

<sup>13</sup> Los 10,240 vectores de características corresponden al producto del número de participantes, el número de videos y la cantidad de electrodos.



<b>Valor de Gamma</b>	1.1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
3ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	<b>250</b> , 300, 350, 400, 450, 500 y 550
<b>Valor de Gamma</b>	1.1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
4ta. iteración	
<b>Valor de C</b>	245, 246, 247, 248, 249, <b>250</b> , 251, 252, 253, 254 y 255
<b>Valor de Gamma</b>	1.1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-

*Tabla 4.7: Hiperparámetros de RF en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación.*

<b><i>Random Forest</i></b>	
1ra. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, <b>160</b> , 180, 200, 220, 240, 260, 280 y 300
<b>Criterio</b>	Gini y <b>entropía</b>
2da. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	<b>155</b> , 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164 y 165
<b>Criterio</b>	Entropía

*Tabla 4.8: Hiperparámetros de SVM en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia.*

<b><i>Support Vector Machine</i></b>	
1ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	0.01, 0.1, 1, 10, 100 y <b>1000</b>
<b>Valor de Gamma</b>	0.001, 0.01, 0.1, 1, y <b>1.1</b>
<b>Kernel</b>	Lineal, <b>gaussiano</b> , polinomial y sigmoideal



<b>Grado del Kernel polinomial</b>	3, 4 y 5
2da. iteración	
<b>Valor de C</b>	500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300, <b>1400</b> y 1500
<b>Valor de Gamma</b>	1.1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
3ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	1350, 1360, 1370, 1380, 1390, <b>1400</b> , 1410, 1420, 1430, 1440 y 1450
<b>Valor de Gamma</b>	1.1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
4ta. iteración	
<b>Valor de C</b>	1395, <b>1396</b> , 1397, 1398, 1399, 1400, 1401, 1402, 1403, 1404 y 1405
<b>Valor de Gamma</b>	1.1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-

*Tabla 4.9: Hiperparámetros de RF en el primer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia.*

<b><i>Random Forest</i></b>	
1ra. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, <b>180</b> , 200, 220, 240, 260, 280 y 300
<b>Criterio</b>	<b>Gini</b> y entropía
2da. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	<b>175</b> , 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184 y 185
<b>Criterio</b>	Gini



Tabla 4.10: Hiperparámetros de SVM en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación.

<b>Support Vector Machine</b>	
1ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	0.01, 0.1, 1, 10, <b>100</b> y 1000
<b>Valor de Gamma</b>	0.001, 0.01, 0.1, <b>1</b> , y 1.1
<b>Kernel</b>	Lineal, <b>gaussiano</b> , polinomial y sigmoideal
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	3, 4 y 5
2da. iteración	
<b>Valor de C</b>	50, 100, 150, 200, 250, <b>300</b> , 350, 400, 450 y 500
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
3ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	250, 260, 270, 280, 290, <b>300</b> , 310, 320, 330, 340 y 350
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
4ta. iteración	
<b>Valor de C</b>	<b>295</b> , 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304 y 305
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-

Tabla 4.11: Hiperparámetros de RF en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación.

<b>Random Forest</b>	
1ra. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280 y <b>300</b>
<b>Criterio</b>	<b>Gini</b> y entropía
2da. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	295, 296, 297, 298, 299, <b>300</b> , 301, 302, 303, 304 y 305
<b>Criterio</b>	Gini



Tabla 4.12: Hiperparámetros de SVM en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia.

<b>Support Vector Machine</b>	
1ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	0.01, 0.1, <b>1</b> , 10, 100 y 1000
<b>Valor de Gamma</b>	0.001, 0.01, 0.1, 1, y <b>1.1</b>
<b>Kernel</b>	Lineal, <b>gaussiano</b> , polinomial y sigmoideal
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	3, 4 y 5
2da. iteración	
<b>Valor de C</b>	0.5, <b>1</b> , 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 5.5, 6, 6.5, 7, 7.5, 8, 8.5, 9, 9.5
<b>Valor de Gamma</b>	1.1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-

Tabla 4.13: Hiperparámetros de RF en el segundo conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia.

<b>Random Forest</b>	
1ra. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, <b>220</b> , 240, 260, 280 y 300
<b>Criterio</b>	Gini y <b>entropía</b>
2da. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	200, 205, 210, 215, <b>220</b> , 225, 230 y 235
<b>Criterio</b>	Entropía
3ra. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, <b>223</b> , 224 y 225
<b>Criterio</b>	Entropía



*Tabla 4.14: Hiperparámetros de SVM en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación.*

<b>Support Vector Machine</b>	
1ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	0.01, 0.1, 1, 10, 100 y <b>1000</b>
<b>Valor de Gamma</b>	0.001, 0.01, 0.1, <b>1</b> , y 1.1
<b>Kernel</b>	Lineal, <b>gaussiano</b> , polinomial y sigmoideal
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	3, 4 y 5
2da. iteración	
<b>Valor de C</b>	500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400 y <b>1500</b>
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
3ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	1410, 1420, 1430, 1440, 1450, 1460, 1470, <b>1480</b> , 1490, 1500, 1510, 1520, 1530, 1540, 1550, 1560, 1570, 1580 y 1590
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
4ta. iteración	
<b>Valor de C</b>	1475, 1476, 1477, 1478, 1479, <b>1480</b> , 1481, 1482, 1483, 1484 y 1485
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-



Tabla 4.15: Hiperparámetros de RF en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de excitación.

<b>Random Forest</b>	
Ira. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, <b>280</b> y 300
<b>Criterio</b>	Gini y <b>entropía</b>
2da. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, <b>279</b> , 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289 y 290
<b>Criterio</b>	Entropía

Tabla 4.16: Hiperparámetros de SVM en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia.

<b>Support Vector Machine</b>	
Ira. iteración	
<b>Valor de C</b>	0.01, 0.1, 1, 10, 100 y <b>1000</b>
<b>Valor de Gamma</b>	0.001, 0.01, 0.1, <b>1</b> , y 1.1
<b>Kernel</b>	Lineal, <b>gaussiano</b> , polinomial y sigmoideal
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	3, 4 y 5
2da. iteración	
<b>Valor de C</b>	500, 600, 700, 800, 900, <b>1000</b> , 1100, 1200, 1300, 1400 y 1500
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-
3ra. iteración	
<b>Valor de C</b>	995, 996, 997, 998, 999, <b>1000</b> , 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010
<b>Valor de Gamma</b>	1
<b>Kernel</b>	Gaussiano
<b>Grado del Kernel polinomial</b>	-



Tabla 4.17: Hiperparámetros de RF en el tercer conjunto de datos de la clasificación binaria de valencia.

<b>Random Forest</b>	
Ira. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	20, 40, 60, 80, <b>100</b> , 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280 y 300
<b>Criterio</b>	Gini y <b>entropía</b>
2da. iteración	
<b>Número de estimadores</b>	90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, <b>113</b> , 114, 115, 116, 117, 118 y 119
<b>Criterio</b>	Entropía

Los mejores resultados obtenidos de cada implementación se presentan en la sección de resultados experimentales en la Tabla 5.6.

Por otra parte, se realizó una búsqueda exhaustiva del mejor número de características que se extrajeron a través de una proyección basada en el algoritmo de PCA. Se probaron proyecciones desde 2 hasta 51 dimensiones, además de variar parámetros de los algoritmos de clasificación: SVM y RF. Esta alternativa se diseñó para mejorar los porcentajes de *accuracy* promedio en la clasificación binaria de ambas dimensiones.

Además, con la finalidad de establecer una comparación se optó por implementar una red neuronal artificial. Específicamente un MLP que tiene como entrada a la red el tercer conjunto de características definido a partir de los algoritmos de selección mRMR y Relief-F. Los parámetros de la red se muestran en la Tabla 4.18. Se estableció una arquitectura base para la clasificación de ambas dimensiones con el uso del optimizador Adam, la función de pérdida *Mean Squared Error* – MSE y como métrica de evaluación *accuracy*. Asimismo, se empleó la técnica de *k-fold cross-validation* con un  $k = 10$  y la división de los datos normalizados se realizó de manera estratificada. El número de épocas se estableció en 20 con un número de lotes de 32.



*Tabla 4.18: Parámetros del MLP para la clasificación binaria de las dimensiones de valencia y excitación.*

<b><i>Multilayer Perceptron</i></b>		
<b>Capa</b>	<b>Número de neuronas</b>	<b>Función de activación</b>
Capa de entrada	11	<i>Rectified linear activation function – ReLU</i>
1era. Capa oculta	100	<i>Rectified linear activation function – ReLU</i>
2da. Capa oculta	50	<i>Rectified linear activation function – ReLU</i>
Capa de salida	2	Función exponencial normalizada – Función Softmax



## Capítulo 5: Resultados experimentales

En este capítulo se presentan resultados que permiten observar y medir el desempeño de los algoritmos propuestos en la metodología. Los resultados definen el comportamiento temporal-espectral de las señales EEG, basándose en la transformada Wavelet y el *feature engineering*. Los elementos anteriores definen una pauta que mejora la clasificación de emociones utilizando el modelo bidimensional de Russell.

### 5.1 Porcentajes de clasificación

Los resultados de los algoritmos SVM y RF se estudian con la métrica de *accuracy* que permite evaluar la exactitud de la clasificación de 4 diferentes clases: felicidad, calma, tristeza e ira. Por otra parte, se utilizó la técnica de *k-fold cross-validation* para entrenar con varios subconjuntos pertenecientes al conjunto original de entrenamiento. Esto permitió establecer una etapa de entrenamiento más consistente y eficaz en cuanto a la cantidad de datos por clase.

El *accuracy* promedio y el tiempo computacional para los algoritmos SVM y RF se muestran en la Tabla 5.1, estos valores corresponden a la implementación realizada por el algoritmo de búsqueda exhaustiva en la base de datos que se creó. El entrenamiento de los algoritmos para el conjunto de características extraído tiene porcentajes de clasificación significativamente diferentes entre sí. Asimismo, el tiempo computacional presenta una diferencia considerablemente alta.

*Tabla 5.1: Porcentaje de entrenamiento y tiempo computacional de los algoritmos de aprendizaje máquina utilizados para la clasificación de emociones.*

Algoritmo	Support Vector Machine	Random Forest
<i>Accuracy promedio</i>	76.52%	97.73%



<b>Tiempo computacional</b>	1,794.0 segundos	31.8 segundos
-----------------------------	------------------	---------------

### 5.1.1 Resultados de la base de datos creada

En la Tabla 5.2 se muestran los mejores resultados del algoritmo de SVM con respecto a cada una de las métricas descritas en el Capítulo 4 para la evaluación del conjunto de prueba. Es posible apreciar que el algoritmo de SVM clasifica correctamente en mayor número la clase 2 relativa a un estado de calma con un porcentaje igual a 84%. Mientras que las clases 3 y 4 son clasificadas en un porcentaje menor, sin embargo, la exactitud promedio del algoritmo para todas las clases corresponde a un 80%.

*Tabla 5.2: Reporte de clasificación del algoritmo Support Vector Machine.*

<b>Reporte de clasificación</b>				
	<i>Precision</i>	<i>Recall</i>	<i>F1- score</i>	<b>Total de datos</b>
<b>Clase 1 – Felicidad</b>	0.76	0.87	0.81	142
<b>Clase 2 – Calma</b>	0.88	0.81	0.84	89
<b>Clase 3 – Tristeza</b>	0.77	0.75	0.76	105
<b>Clase 4 – Ira</b>	0.84	0.70	0.76	60
<b>Promedio/total</b>	<b>0.80</b>	0.80	0.80	369

Por otra parte, en la Tabla 5.3 se muestran los resultados obtenidos con el algoritmo RF. Se puede observar que los porcentajes de clasificación para cada una de las clases es similar, esto quiere decir que de manera general el algoritmo es capaz de clasificar las clases con una exactitud promedio del 99%. Cabe destacar que dicha clasificación se realiza sin



importar el número de entradas por clase, ya que se cuenta con una diferencia entre el balance de las mismas.

*Tabla 5.3: Reporte de clasificación del algoritmo Random Forest.*

<b>Reporte de clasificación</b>				
	<i>Precision</i>	<i>Recall</i>	<i>F1- score</i>	<b>Total de datos</b>
<b>Clase 1 – Felicidad</b>	0.98	1.00	0.99	142
<b>Clase 2 – Calma</b>	1.00	1.00	1.00	89
<b>Clase 3 – Tristeza</b>	0.99	0.98	0.99	105
<b>Clase 4 – Ira</b>	1.00	0.97	0.98	60
<b>Promedio/total</b>	<b>0.99</b>	0.99	0.99	369

El desarrollo experimental mostró que el mejor algoritmo para la tarea de clasificación de emociones, en el conjunto de características extraídas y seleccionadas es el algoritmo RF. Además, el costo computacional que realiza el algoritmo es menor en comparación con el algoritmo SVM. Lo cual puede deberse a la proyección que efectúa el algoritmo SVM a un espacio Hilbert de dimensión finita o infinita.

### **5.1.2 Resultados de la base de datos DEAP**

En la Tabla 5.4 se muestran los resultados que se obtuvieron de la implementación de los mejores parámetros del algoritmo SVM, en la base de datos DEAP. Se puede apreciar que el algoritmo de SVM clasifica correctamente en mayor número la clase 4, que se define como ira con un porcentaje igual a 54%. Sin embargo, la clase 2 posee el menor porcentaje de clasificación con apenas un 20%. La precisión promedio del algoritmo para todas las



clases es de 38%. Por consiguiente, se aprecia que el algoritmo presenta dificultades para resolver el problema de clasificación en dicha base de datos.

*Tabla 5.4: Reporte de clasificación del algoritmo Support Vector Machine de la base de datos DEAP.*

<b>Reporte de clasificación</b>				
	<i>Precision</i>	<i>Recall</i>	<i>F1- score</i>	<b>Total de datos</b>
Clase 1 – Felicidad	0.34	0.99	0.51	1053
Clase 2 – Calma	0.20	0.00	0.00	646
Clase 3 – Tristeza	0.42	0.02	0.03	658
Clase 4 – Ira	0.56	0.02	0.04	715
Promedio/total	<b>0.38</b>	0.35	0.19	3072

Por otra parte, en la Tabla 5.5 se muestran los resultados obtenidos con el algoritmo RF. Se puede observar que los porcentajes de clasificación individuales resultan ser mejores en dicha base de datos en comparación con el algoritmo de SVM. Sin embargo, a pesar de que la clasificación es más homogénea con respecto a cada una de las clases, la precisión promedio general es más baja en comparación con el algoritmo de SVM.

*Tabla 5.5: Reporte de clasificación del algoritmo Random Forest de la base de datos DEAP.*

<b>Reporte de clasificación</b>				
	<i>Precision</i>	<i>Recall</i>	<i>F1- score</i>	<b>Total de datos</b>
Clase 1 – Felicidad	0.38	0.58	0.46	1053



Clase 2 – Calma	0.31	0.21	0.25	646
Clase 3 – Tristeza	0.28	0.22	0.24	658
Clase 4 – Ira	0.36	0.27	0.31	715
Promedio/total	<b>0.34</b>	0.35	0.33	3072

Las implementaciones que se realizaron mostraron que el mejor algoritmo para la tarea de clasificación de emociones en la base de datos DEAP, con el conjunto de características extraídas es el algoritmo SVM. No obstante, el porcentaje de clasificación que se obtuvo es muy bajo en comparación con lo reportado en el estado del arte. Lo cual se puede relacionar con la complejidad de la selección de características, para determinar un patrón específico propio de cada emoción.

## 5.2 Matriz de confusión

Una forma esquemática que se fundamenta en una estructura matricial que permite visualizar el desempeño de un algoritmo es la matriz de confusión. La cual es una matriz cuadrada cuya traza determina la cantidad de clases correctamente clasificadas.

### 5.2.1 Resultados de la base de datos creada

En la Figura 5.1 se observa que la clase con menor porcentaje de clasificación es la clase 1 (felicidad). A su vez, la clase mejor clasificada con base en la cantidad de entradas positivas y la suma total de entradas (positivas y falsas) es la clase 2 (calma).

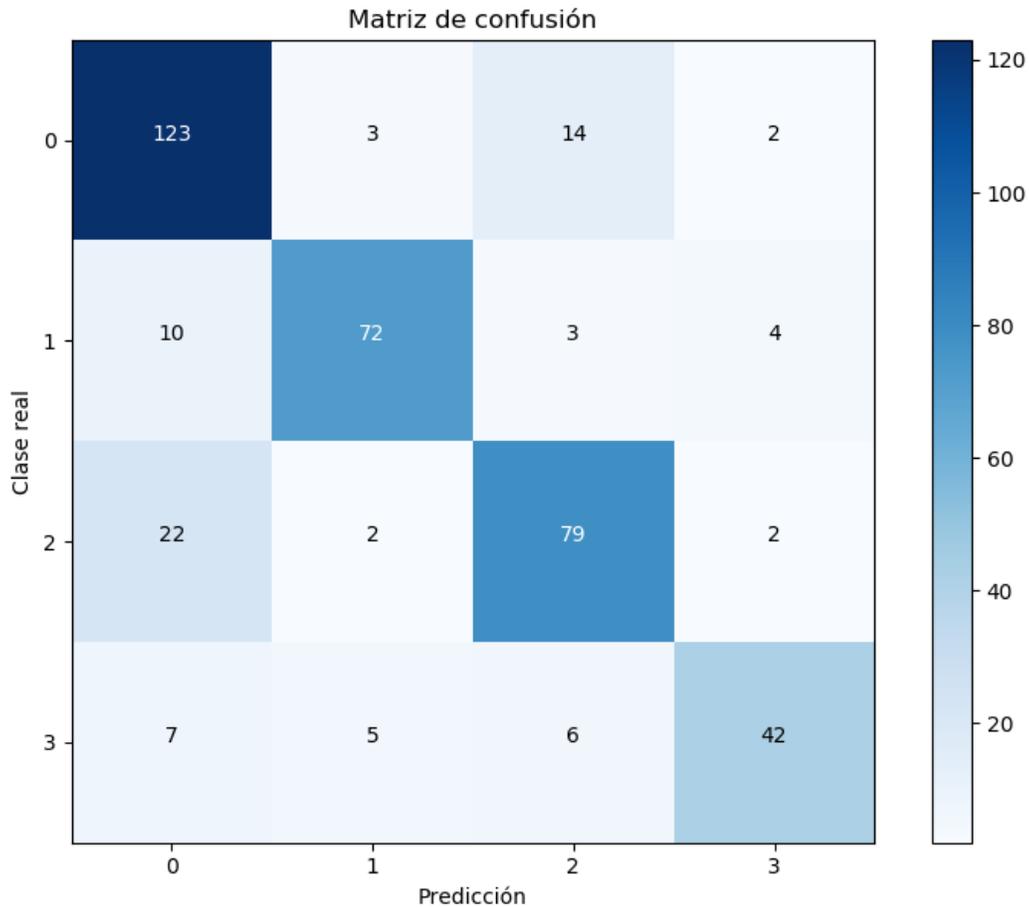


Figura 5.1: Matriz de confusión del algoritmo *Support Vector Machine*.

De manera semejante, en la Figura 5.2 se muestra gráficamente la cantidad de entradas clasificadas correctamente para cada una de las clases. Es posible apreciar que el algoritmo *Random Forest* resulta ser mejor clasificador con respecto a las 4 clases anteriormente definidas. Las clases cuyas entradas son correctamente clasificadas en su totalidad son la clase 1 y 2.

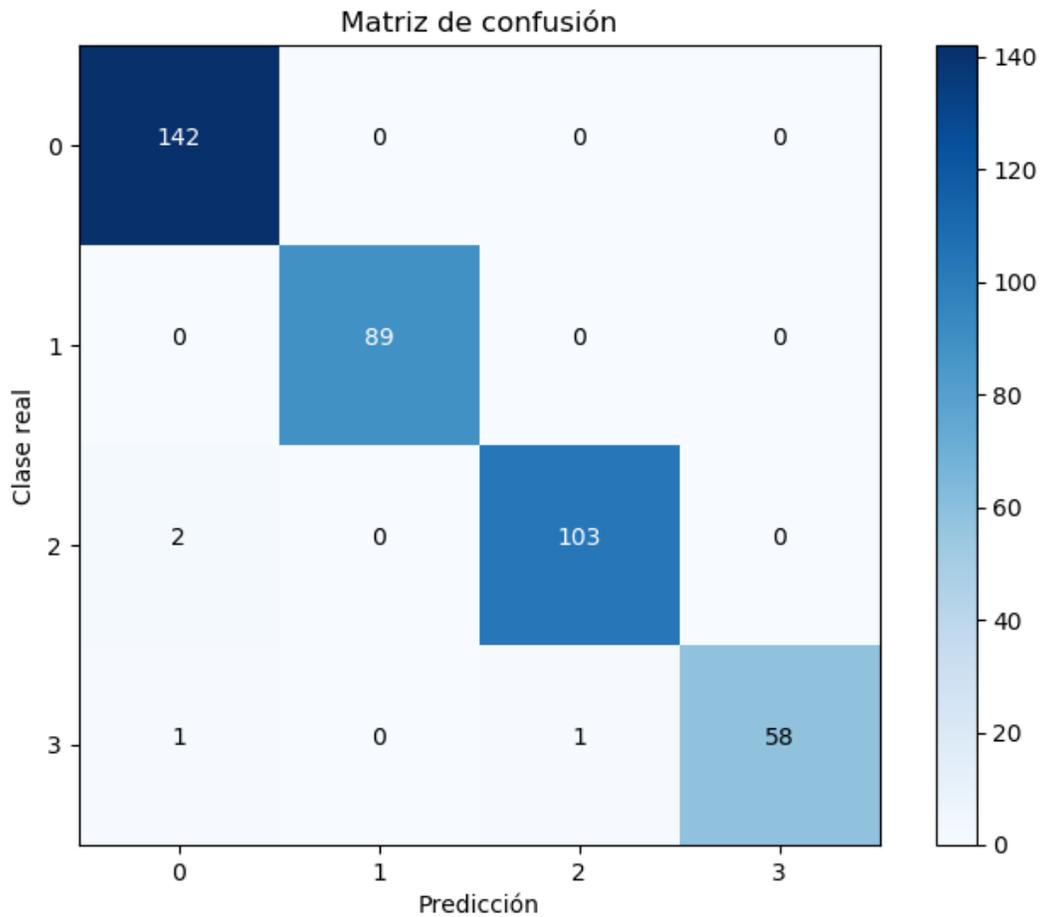


Figura 5.2: Matriz de confusión del algoritmo *Random Forest*.

De manera que el algoritmo *Random Forest* proporciona una clasificación eficiente con base en los atributos definidos para representar la señal EEG. Además de brindar un porcentaje cercano a 100, el tiempo computacional necesario para la tarea de clasificación es equivalente a casi 2% del tiempo total de ejecución del entrenamiento y la prueba que realiza el algoritmo *Support Vector Machine*.

Por otra parte, los resultados obtenidos por *Random Forest* son buenos debido a que la profundidad de los árboles de decisión, se ajusta de acuerdo a las necesidades del conjunto de características.



### 5.2.2 Resultados de la base de datos DEAP

En la Figura 5.3 puede observarse que la clase con menor porcentaje de clasificación es la clase 2 (calma). Por otra parte, la clase con un mejor porcentaje es la clase 1 que define la emoción de felicidad.

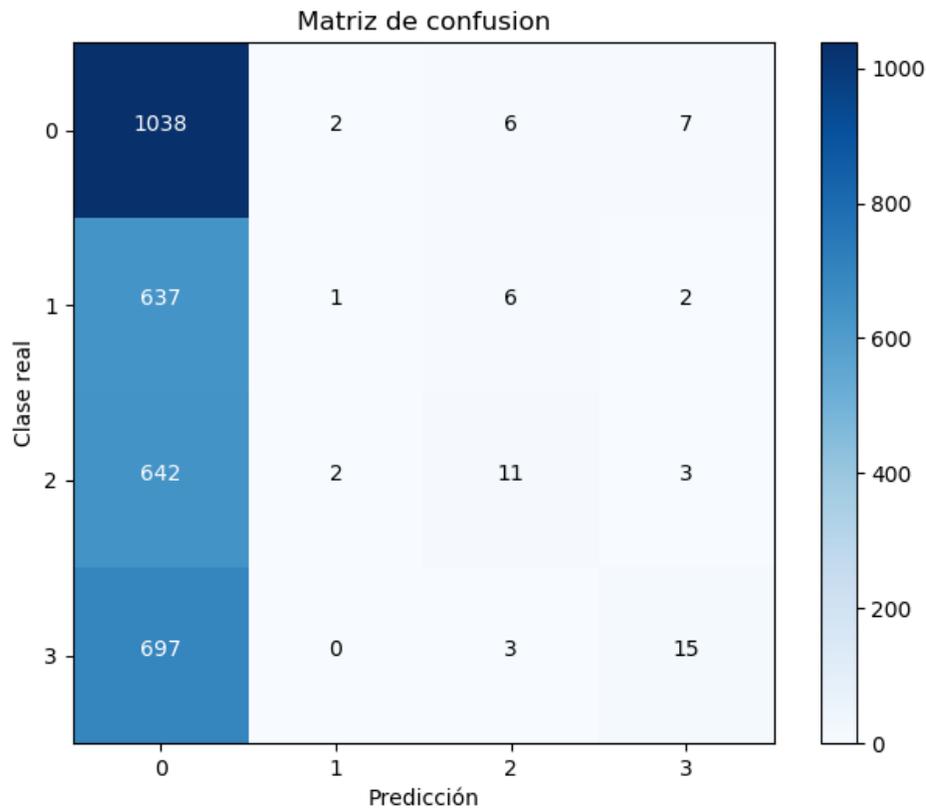


Figura 5.3: Matriz de confusión del algoritmo *Support Vector Machine* de la base de datos DEAP.

De manera semejante, en la Figura 5.4 se muestra de manera gráfica la cantidad de entradas que se clasificaron correctamente con respecto a cada una de las clases. Es posible apreciar que el algoritmo *Random Forest* clasifica de una manera más homogénea con respecto a las 4 clases anteriormente definidas. Sin embargo, su rendimiento general es bajo por el número de entradas que fueron clasificadas mal.

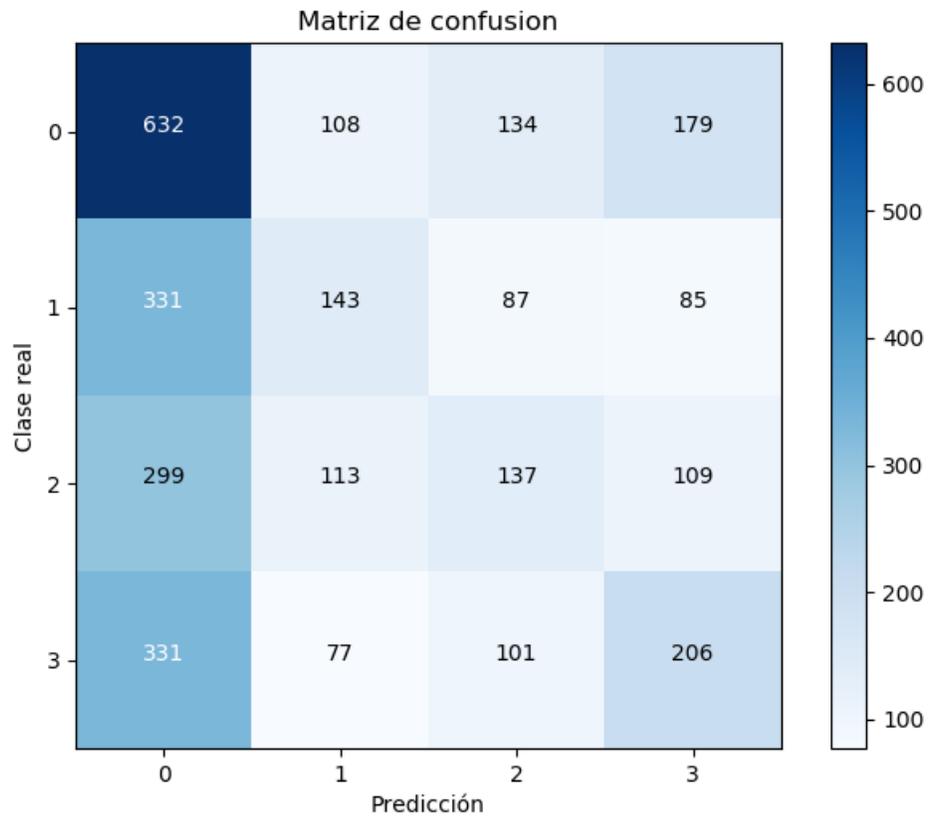


Figura 5.4: Matriz de confusión del algoritmo *Random Forest* de la base de datos DEAP.

De tal manera, que los resultados obtenidos por ambos algoritmos son bajos con respecto a los diferentes trabajos relacionados. Esto puede deberse en parte a que son conjuntos de datos diferentes en cuanto a su adquisición (estímulo, electroencefalógrafo, sujetos de estudio, etc.). Por lo tanto, es conveniente indagar más en la extracción de características para mejorar los resultados y caracterizar específicamente cada emoción sin importar la distribución de los datos o su naturaleza.



### 5.3 Clasificación binaria de la base de datos DEAP

#### 5.3.1 Resultados de los algoritmos SVM y RF

Los resultados obtenidos a partir de la experimentación binaria de las dimensiones de valencia y excitación en la base de datos DEAP se muestran en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6: Accuracy obtenido en los datos de prueba de los algoritmos SVM y RF en la clasificación binaria de las dimensiones de valencia y excitación.

Dimensión	Conjunto de características	Algoritmo de clasificación	Accuracy obtenido en los datos de prueba
Excitación	1er. conjunto de datos	SVM	57.65%
		RF	56.54%
Valencia	1er. conjunto de datos	SVM	56.28%
		RF	56.94%
Excitación	2do. conjunto de datos	SVM	57.42%
		RF	58.66%
Valencia	2do. conjunto de datos	SVM	55.60%
		RF	56.48%
Excitación	3er. conjunto de datos	SVM	57.52%
		RF	<b>60.32%</b> <sup>14</sup>
Valencia	3er. conjunto de datos	SVM	56.48%
		RF	<b>58.60%</b>

Se puede observar que los resultados son competitivos contra lo establecido en el estado del arte. Esto con respecto a [27] quienes reportan un *accuracy* de clasificación dependiente del sujeto de **56.25%** en la dimensión de valencia. Asimismo, en comparación con [12] el análisis realizado supera únicamente a la dimensión de valencia en un 1% (**57.60%** reportado por Koelstra *et al.* contra **58.60%** obtenido). Los resultados que reportan Koelstra *et al.* y Liang *et al.* se muestran en la Tabla 5.7.

<sup>14</sup> Los porcentajes resaltados en negro son los mejores porcentajes de clasificación en ambas dimensiones con respecto a la clasificación binaria.



Tabla 5.7: Accuracy de clasificación dependiente del sujeto que reportan Koelstra et al. y Liang et. al, en las dimensiones de valencia y excitación.

Autor	Dimensión	Accuracy obtenido en los datos de prueba
Koelstra et al. [12].	Valencia	<b>57.60%</b>
	Excitación	62.00%
Liang et al. [27].	Valencia	<b>56.25%</b>
	Excitación	62.34%

Por consiguiente, se optó por explorar el algoritmo de PCA que implementan algunos de los autores [18], [19] y [20]. Los resultados que se obtuvieron de dicha implementación se presentan en la Tabla 5.8. Cabe destacar que dicho análisis se realizó sobre las características extraídas a partir de la descomposición *wavelet*, así como en las que se extrajeron en la señal filtrada. De tal forma que se tienen 52 características en total.

Tabla 5.8: Análisis con PCA en el conjunto de características de la clasificación binaria en las dimensiones de excitación y valencia.

Dimensión	Número de componentes	Algoritmo de clasificación	Accuracy obtenido en los datos de prueba
Excitación	2	SVM	57.75%
	27	RF	<b>68.42%</b>
Valencia	2	SVM	55.40%
	51	RF	<b>67.84%</b>

Los resultados muestran que el análisis PCA proporcionó mejores resultados en cuanto a las dimensiones de excitación y valencia, con un porcentaje de **68.42%** y **67.84%** respectivamente. Por lo tanto, el *accuracy* que se obtuvo resulta ser competitivo a lo establecido en el estado del arte por [12] y [27]. Los autores de [12] reportan **62.0%** y



**57.60%** para las dimensiones de excitación y valencia respectivamente. Por último, los autores en [27] reportan un porcentaje de **62.34%** para la dimensión de excitación y un **56.25%** en la dimensión de valencia (ver Tabla 5.7).

### 5.3.2 Resultados del MLP

Los resultados obtenidos de la implementación del MLP se presentan en la Tabla 5.9. Ambas clasificaciones binarias (excitación y valencia respectivamente), se desarrollaron con base en el tercer conjunto de datos definido en el apartado de *Conjunto de características*. Este conjunto de datos incluye las características que se seleccionaron a través de los algoritmos de mRMR y Relief-F, las cuales incluyen las varianzas de cada onda cerebral, la potencia y el RMS de cada onda cerebral.

*Tabla 5.9: Porcentaje de accuracy promedio del MLP en las dimensiones de valencia y excitación con base en el tercer conjunto de datos.*

<b>Dimensión</b>	<b>Accuracy obtenido en los datos de prueba</b>
<b>Excitación</b>	58.11% $\pm$ 0.11
<b>Valencia</b>	56.04% $\pm$ 0.63

Es posible apreciar que los resultados del MLP son más bajos que los obtenidos por los algoritmos de SVM y RF en la Tabla 5.6, con respecto al tercer conjunto de datos.



## Capítulo 6: Conclusiones y Trabajo Futuro

### 6.1 Conclusiones

La metodología que se implementó establece una caracterización específica de que valores resultan ser significativos en la distinción de emociones a través de señales EEG. Los algoritmos de selección de características Relief-F y mRMR, ayudaron a calcular de manera automática el nivel de significancia e importancia de cada una de las características extraídas tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. A través de dicha selección, el conjunto de características se redujo considerablemente y, a su vez, la complejidad de los algoritmos se optimizó. Asimismo, la metodología propuesta en el problema de clasificación de emociones proporciona excelentes resultados en la base de datos que se adquirió. En particular, el algoritmo de RF obtuvo el mejor porcentaje de *accuracy* y *F1-score* en promedio con las 4 clases definidas en la clasificación de emociones.

Sin embargo, los resultados que se obtuvieron con respecto a la base de datos DEAP en cuanto a la clasificación de las emociones de felicidad, tristeza, ira y calma, muestran que es necesario realizar un análisis más exhaustivo. De tal manera, que el realizar el análisis de la clasificación binaria en las dimensiones de valencia y excitación proporcionó un panorama más general en cuanto a lo establecido en el estado del arte. El análisis mostró que los algoritmos y las técnicas de selección de características fueron adecuadas para la tarea de clasificación binaria en ambas dimensiones. La metodología propuesta con base en el algoritmo de PCA, mostró un rendimiento y resultados competitivos en comparación con los métodos propuestos en la literatura.

Estadísticamente hablando, una muestra poblacional considerablemente grande puede llegar a describir hasta cierto punto la población completa. Basándose en el hecho de que la base de datos DEAP y la base de datos que se creó durante esta investigación son muestras de una población, es posible comparar empíricamente ambos conjuntos de datos.



Sin embargo, es posible apreciar que existe una diferencia notoria entre los resultados obtenidos de la base de datos que se creó y la base de datos DEAP. Lo cual puede estar relacionado con los estímulos audiovisuales definidos para la creación de la base de datos, ya que son considerablemente distintos. En pocas palabras, son capaces de generar una respuesta emocional única con respecto a las 4 emociones definidas. Además, el patrón de la emoción que se refleja en el EEG, es más visible en los datos que se crearon en comparación con los de la base de datos DEAP.

Por otra parte, la obtención de una base de datos con estas características es una contribución en la construcción y desarrollo de herramientas para el futuro análisis de señales EEG. La adquisición de esta base de datos conllevó al desarrollo del *front end* y *back end* de una interfaz y la ingeniería de la conexión del software con el dispositivo AURA, así como la selección de participantes, estímulos audiovisuales y la estructuración de un protocolo para la obtención de las señales. Asimismo, la nueva base de datos permite complementar las ya existentes, matemáticamente hablando se está generando una nueva población muestral de datos. Esto se relaciona con la selección de los estímulos audiovisuales enfocados a la era digital de la mercadotecnia, la cual es un área de creciente desarrollo e innovación con base en el análisis de señales EEG. Este tipo de contribuciones permitirá robustecer los algoritmos de reconocimiento de patrones.

Respecto al análisis que se realizó en la base de datos creada a través de AURA y *Emotion interface* versión 1.1, es importante mencionar que los resultados obtenidos son una base para futuras implementaciones. El objetivo fundamental de este tipo de investigaciones es definir específicamente que caracteriza a una emoción a través del análisis de una señal EEG u otro tipo de señal o medida fisiológica del ser humano. Esta investigación es una base introductoria para el desarrollo futuro de aplicaciones en tiempo real para personas de grupos vulnerables. Cabe mencionar, que el estudio se llevó a cabo en participantes sanos (ajenos a



algún grupo vulnerable) debido a la cuestión ética y social que se requiere para obtener el consentimiento de los mismos. Además, es necesario comprender en su totalidad lo que es una emoción a través de datos que no presenten alteraciones fisiológicas. Estos resultados permitirán desarrollar nuevas investigaciones en el área del reconocimiento de emociones en la Universidad Autónoma de Chihuahua.

## 6.2 Trabajo futuro

Como trabajo futuro se pretende mejorar el análisis de las señales EEG a través de técnicas de aprendizaje profundo, tal como las redes neuronales convolucionales. Por otra parte, resultaría interesante explorar la extracción de características a partir de las siguientes técnicas: espectro de Fourier, dimensión fractal, *energy*, *energy ratio* y funciones de modo intrínseco. Dichas características se han utilizado por otros autores en [24] y [11] que reportan buenos resultados. Además de utilizar otras señales diferentes a las de EEG, tal como el GSR que registra el cambio en la actividad de las glándulas sudoríparas (las cuales reflejan la intensidad del estado emocional) y el *eye tracking* que registra el seguimiento ocular del sujeto de estudio con respecto al estímulo audiovisual (coordenadas de la pantalla).



## Referencias

- [1] S. Siuly, Y. Li y Y. Zhang, EEG signal analysis and classification: techniques and applications, Springer, 2016.
- [2] M. A. Jatoi y N. Kamel, Brain source localization using EEG signal analysis, CRC Press, 2017.
- [3] S. Sanei y J. Chambers, EEG signal processing, John Wiley & Sons, 2013.
- [4] J. Ward, The student's guide to cognitive neuroscience, Psychology Press, 2015.
- [5] R. Sepúlveda, O. Montiel, G. Díaz, D. Gutierrez y O. Castillo, «Classification of encephalographic signals using artificial neural networks,» *Computación y Sistemas*, vol. 19, pp. 69-88, 2015.
- [6] K. Academy, «Función y estructura de la neurona,» 2018. [En línea]. Available: <https://es.khanacademy.org/science/biology/human-biology/neuron-nervous-system/a/overview-of-neuron-structure-and-function>.
- [7] S. Tong y N. V. Thakor, Quantitative EEG analysis methods and clinical applications, Artech House, 2009.
- [8] C.-H. Im, Computational EEG analysis: methods and applications, Springer, 2018.
- [9] E. R. Kandel, J. H. Schwartz, T. M. Jessell, D. Biochemistry, M. B. T. Jessell, S. Siegelbaum y A. J. Hudspeth, Principles of neural science, vol. 4, McGraw-hill New York, 2000.
- [10] M. Z. Soroush, K. Maghooli, S. K. Setarehdan y A. M. Nasrabadi, «A review on EEG signals based emotion recognition,» *International Clinical Neuroscience Journal*, vol. 4, pp. 118-129, 2017.

- [11] J. Zhang, Z. Yin, P. Chen y S. Nichele, «Emotion recognition using multi-modal data and machine learning techniques: A tutorial and review,» *Information Fusion*, vol. 59, pp. 103-126, 2020.
- [12] S. Koelstra, C. Muhl, M. Soleymani, J.-S. Lee, A. Yazdani, T. Ebrahimi, T. Pun, A. Nijholt y I. Patras, «DEAP: a database for emotion analysis using physiological signals,» *IEEE Transactions on Affective Computing*, vol. 1, pp. 18-31, 2012.
- [13] P. Ekman, W. V. Friesen, M. O'Sullivan, I. Diacoyanni-Tarlatzis, R. Krause, T. Pitcairn, K. Scherer, A. Chan, K. Heider, W. A. LeCompte, P. E. Ricci-Bitti y M. Tomita, «Universals and cultural differences in the judgments of facial expressions of emotion.,» *Journal of personality and social psychology*, vol. 53, pp. 712-717, 1987.
- [14] M. Alejandra Garcia Rojas, F. Vexo, D. Thalmann, A. Raouzaïou, K. Karpouzis y S. Kollias, «Emotional body expression parameters in virtual human ontology,» 1 2006.
- [15] L. Wang, «Attention decrease detection based on video analysis in e-learning,» de *Transactions on Edutainment XIV*, Springer, 2018, pp. 166-179.
- [16] M. M. Bradley y P. J. Lang, «Measuring emotion: the self-assessment manikin and the semantic differential,» *Journal of behavior therapy and experimental psychiatry*, vol. 25, pp. 49-59, 1994.
- [17] S. D. B. García, «Evaluación de imágenes IAPS en base a emociones dimensionales y discretas en México,» 2016.
- [18] X.-W. Wang, D. Nie y B.-L. Lu, «Emotional state classification from EEG data using machine learning approach,» *Neurocomputing*, vol. 129, pp. 94-106, 2014.
- [19] S. Jirayucharoensak, S. Pan-Ngum y P. Israsena, «EEG-based emotion recognition using deep learning network with principal component based covariate shift adaptation,» *The Scientific World Journal*, vol. 2014, 2014.

- [20] P. D. Purnamasari, A. A. P. Ratna y B. Kusumoputro, «EEG based patient emotion monitoring using relative wavelet energy feature and Back Propagation Neural Network,» de *2015 37th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, 2015.
- [21] J. A. Russell, «A circumplex model of affect,» *Journal of personality and social psychology*, vol. 39, pp. 1161-1178, 1980.
- [22] J. Atkinson y D. Campos, «Improving BCI-based emotion recognition by combining EEG feature selection and kernel classifiers,» *Expert Systems with Applications*, vol. 47, pp. 35-41, 2016.
- [23] J. Zhang, M. C. Shaokai Zhao, S. Hu, Z. Shi y Y. Cao, «ReliefF-based EEG sensor selection methods for emotion recognition,» *Sensors*, vol. 16, p. 1558, 2016.
- [24] N. Zhuang, Y. Zeng, L. Tong, C. Zhang, H. Zhang y B. Yan, «Emotion recognition from EEG signals using multidimensional information in EMD domain,» *BioMed research international*, vol. 2017, 2017.
- [25] X. Li, D. Song, P. Zhang, Y. Zhang, Y. Hou y B. Hu, «Exploring EEG features in cross-subject emotion recognition,» *Frontiers in neuroscience*, vol. 12, p. 162, 2018.
- [26] P. Pandey y K. R. Seeja, «Subject independent emotion recognition from EEG using VMD and deep learning,» *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, 2019.
- [27] Z. Liang, S. Oba y S. Ishii, «An unsupervised EEG decoding system for human emotion recognition,» *Neural Networks*, vol. 116, pp. 257-268, 2019.
- [28] S. V. Vaseghi, *Multimedia signal processing: theory and applications in speech, music and communications*, John Wiley & Sons, 2007.
- [29] J. G. Proakis, *Digital signal processing: principles algorithms and applications*, Pearson Education India, 2001.

- [30] H. Obeid, H. Khettab, L. Marais, M. Hallab, S. Laurent y P. Boutouyrie, «Evaluation of arterial stiffness by finger--toe pulse wave velocity: optimization of signal processing and clinical validation,» *Journal of hypertension*, vol. 35, pp. 1618-1625, 2017.
- [31] J. I. R. Hernández, «Análisis al espectro de potencia de pacientes con insomnio,» 2016.
- [32] A. Teoría de Señales, «Introducción a la Transformada Wavelet,» *Departamento de Señales y Sistemas. Universidad de Navarra*, 2006.
- [33] D. Wackerly, W. Mendenhall y R. L. Scheaffer, *Mathematical statistics with applications*, Cengage Learning, 2014.
- [34] E. M. C. Roldan, «Medidas de entropía en el procesado de señales biológicas: robustez y caracterización frente a pérdida de muestras y longitud de los registros,» 2014.
- [35] J. S. Richman y J. R. Moorman, «Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy,» *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, vol. 278, pp. H2039--H2049, 2000.
- [36] H. Peng, F. Long y C. Ding, «Feature selection based on mutual information criteria of max-dependency, max-relevance, and min-redundancy,» *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 27, pp. 1226-1238, 2005.
- [37] K. Kira y L. A. Rendell, «A practical approach to feature selection,» de *Machine Learning Proceedings 1992*, Elsevier, 1992, pp. 249-256.
- [38] I. Kononenko, «Estimating attributes: analysis and extensions of RELIEF,» de *European conference on machine learning*, 1994.
- [39] C. M. Bishop, *Pattern recognition and machine learning*, springer, 2006.
- [40] J. A. Aguilera, «De vecinos a fuerzas de atracción: nuevos enfoques de aprendizaje basados en instancias,» 2019.

- [41] J. G. Carbonell, R. S. Michalski y T. M. Mitchell, «An overview of machine learning,» de *Machine learning*, Elsevier, 1983, pp. 3-23.
- [42] C. Cortes y V. Vapnik, «Support-vector networks,» *Machine learning*, vol. 20, pp. 273-297, 1995.
- [43] S. Marsland, *Machine learning: an algorithmic perspective*, CRC press, 2015.
- [44] E. Alpaydin, *Introduction to machine learning*, MIT press, 2020.
- [45] W.-L. Zheng y B.-L. Lu, «A multimodal approach to estimating vigilance using EEG and forehead EOG,» *Journal of neural engineering*, vol. 14, p. 026017, 2017.
- [46] M. Soleymani, J. Lichtenauer, T. Pun y M. Pantic, «A multimodal database for affect recognition and implicit tagging,» *IEEE transactions on affective computing*, vol. 3, pp. 42-55, 2011.
- [47] C. P. Sánchez, «Mirai Innovation Research Institute,» 2018. [En línea]. Available: <https://aura-neuro.tech/>.
- [48] Ripley, «HP OMEN LAPTOP,» [En línea]. Available: <https://simple.ripley.cl>.
- [49] A. Géron, *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*, O'Reilly Media, 2019.
- [50] L. S. Costanzo, *Fisiologia*, Elsevier, 2018.
- [51] R. P. N. Rao, *Brain-computer interfacing: an introduction*, Cambridge University Press, 2013.
- [52] G. Schalk y J. Mellinger, *A practical guide to brain-computer interfacing with BCI2000: General-purpose software for brain-computer interface research, data acquisition, stimulus presentation, and brain monitoring*, Springer Science & Business Media, 2010.
- [53] A. Shmilovici, «Support vector machines,» de *Data mining and knowledge discovery handbook*, Springer, 2009, pp. 231-247.

- [54] R. L. Allen y D. Mills, *Signal analysis: time, frequency, scale, and structure*, John Wiley & Sons, 2004.
- [55] C. J. C. Burges, «A tutorial on support vector machines for pattern recognition,» *Data mining and knowledge discovery*, vol. 2, pp. 121-167, 1998.
- [56] Y. Liu y O. Sourina, «EEG-based valence level recognition for real-time applications,» *de 2012 International Conference on Cyberworlds*, 2012.
- [57] W. Härdle, G. Kerkycharian, D. Picard y A. Tsybakov, *Wavelets, approximation, and statistical applications*, vol. 129, Springer Science & Business Media, 2012.
- [58] D. L. Fugal, *Conceptual wavelets in digital signal processing: an in-depth, practical approach for the non-mathematician*, Space & Signals Technical Pub., 2009.
- [59] Z. Mohammadi, J. Frounchi y M. Amiri, «Wavelet-based emotion recognition system using EEG signal,» *Neural Computing and Applications*, vol. 28, pp. 1985-1990, 2017.
- [60] S. Hatamikia, K. Maghooli y A. M. Nasrabadi, «The emotion recognition system based on autoregressive model and sequential forward feature selection of electroencephalogram signals,» *Journal of medical signals and sensors*, vol. 4, p. 194, 2014.
- [61] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing*, Elsevier, 1999.
- [62] I. Daubechies, *Ten lectures on wavelets*, SIAM, 1992.



## Apéndice

### Apéndice A

#### *Dispositivo de adquisición AURA*

AURA es un dispositivo de adquisición de uso comercial desarrollado por el Laboratorio de *Mirai Innovation Research Institute* enfocado al monitoreo de bioseñales. Este dispositivo cuenta con 8 electrodos, los cuales pueden configurarse para 19 posiciones diferentes de acuerdo al Sistema Internacional 10-20. AURA se encuentra diseñado para adquirir bioseñales pertenecientes a diversas partes del cuerpo, tales como: señales provenientes de la cabeza (electroencefalograma – EEG), señales derivadas de los músculos (electromiograma – EMG), señales procedentes de los ojos (electrooculograma – EOG) y señales del corazón (electrocardiograma – ECG). En la Figura A.1 se presenta AURA con sus diferentes componentes.

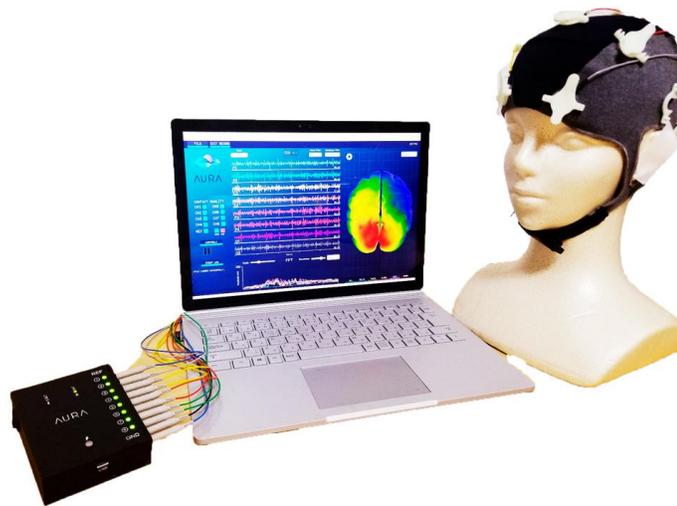


Figura A.1: AURA (imagen tomada de [47]).

A continuación, se describen las especificaciones técnicas de AURA.

1. Transmisión de datos vía Bluetooth 2.1 y a través de USB 2.0.



2. Almacenamiento remoto en computadora.
3. Archivos de salida con formato estándar *comma separated values* (CSV).
4. Frecuencia de muestreo igual a 250 muestras por segundo (Hz).
5. Electrodo EEG tipo copa de oro.
6. Electrodo tipo clip bipolar utilizado como electrodo de referencia en el lóbulo de la oreja.
7. Electrodo ajustables a las siguientes posiciones: FP1, FP2, F3, F4, Fz, F7, F8, C3, C4, Cz, P3, P4, Pz, P7, P8, T7, T8, O1 y O2, según el Sistema Internacional 10-20.

## Apéndice B

### *Equipo de cómputo para la adquisición de datos*

Laptop HP OMEN de 15.6 pulgadas con procesador Core i7 de 8va generación, tarjeta gráfica GeForce GTX 1050 y memoria RAM de 16 GB.



Figura B.1: Laptop HP OMEN (imagen tomada de [48]).

## Curriculum Vitae

### Grados obtenidos:

- Licenciatura en Ingeniería Matemática – Universidad Autónoma de Chihuahua (agosto 2012 – diciembre 2016).

### Experiencia laboral:

- Asistente catedrático de la Facultad de Ingeniería en la carrera de Ingeniería Matemática – Universidad Autónoma de Chihuahua (agosto – diciembre 2017).

### Estudios:

- Maestría en Ingeniería en Computación – Universidad Autónoma de Chihuahua (agosto 2018 – actualidad).
- Estancia de investigación en la ciudad de Osaka, Japón bajo la supervisión del Dr. Christian Isaac Peñaloza Sánchez (agosto – noviembre 2019).
- Certificado del programa EMFUTECH – *Emerging Future Technology Training Program – Mirai Innovation Research Institute* (agosto – noviembre 2019).

### Publicaciones:

- Publicación en la revista FING-UACH: segmentación de imágenes con algoritmos de agrupamiento utilizando la base de datos BSDS500, *The Berkeley Segmentation Dataset and Benchmark* (vol. 3, año 2016).
- Publicación en la revista Komputer Sapiens: clasificación de eventos del síndrome de apnea hipopnea del sueño (mayo – agosto 2018).

Domicilio Permanente:      Árbol de la llama 19163, Montecarlo  
Chihuahua, Chihuahua, 31183

Esta tesis fue mecanografiada por el Ing. Jessica López Rentería.