UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA
FACULTAD DE INGENIERÍA
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO
MAESTRÍA EN INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

MODELO MULTIOBJETIVO DE MILP Y METAHEURÍSTICA GRASP PARA EL OVRPCD EN TRANSPORTE DE PERSONAL CON BALANCEO

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA

EDUARDO AGUIRRE ZUÑIGA

CHIHUAHUA, CHIH. SEPTIEMBRE 2015

"2015, año de José María Morelos y Pavón"

24 de junio de 2015.

ING. EDUARDO AGUIRRE ZUÑIGA
Presente

En atención a su solicitud relativa al trabajo de investigación para obtener el grado de Maestro en Ingeniería en Computación, nos es grato transcribirle el tema aprobado por esta Dirección, propuesto y dirigido por el director de tesis el Dr. Luis Carlos González Gurrola, para que lo desarrolle como tesis de grado, con el título: "**MODELO MULTI-OBJETIVO DE MILP Y METAHEURÍSTICA GRASP PARA EL OVRPCD EN TRANSPORTE DE PERSONAL CON BALANCEO**".

Índice

1. **Introducción**
   - 1.1. Antecedentes
     - 1.1.1. Problemas de Rutas de Vehículos (VRP)
     - 1.1.2. Técnicas de solución para el VRP
     - 1.1.3. Estado del arte
     - 1.1.4. Balanceo de cargas
   - 1.2. Planteamiento del problema
   - 1.3. Objetivos
     - 1.3.1. Objetivo general
     - 1.3.2. Objetivos específicos
   - 1.4. Justificación
   - 1.5. Idea a defender

2. **Marco teórico**
   - 2.1. VRP y algunas variantes
     - 2.1.1. VRP
     - 2.1.2. CVRP
     - 2.1.3. DVRP
     - 2.1.4. OVRPCD
   - 2.2. Balanceo en variantes del VRP
   - 2.3. Programación Lineal
     - 2.3.1. Programación Lineal Entera
     - 2.3.2. Programación Lineal Entera Mixta
   - 2.4. GRASP
     - 2.4.1. Fase de construcción
     - 2.4.2. Búsqueda local
   - 2.5. Teoría de grafos
     - 2.5.1. Densidad de grafos
   - 2.6. Modelos multiobjetivo
     - 2.6.1. Optimalidad de Pareto
     - 2.6.2. Método ε-*constraint*
     - 2.6.3. Métrica S

Facultad de Ingeniería
Circuito No.1, Campus Universitario 2
Chihuahua, Chih. C.P. 31125
Tel. (614) 442-95-00 www.fing.uach.mx

2.7. Optimizadores
2.7.1. Ramificar y Acotar
2.7.2. LINGO
2.7.3. GUROBI
2.8. Sistemas de Información Geográfica

3. Metodología
3.1. Formulación Matemática del OVRPCD
3.1.1. Modelo MILP min{max-min}
3.1.2. Modelo MILP min{max}
3.2. Metaheurística GRASP
3.2.1. Notación GRASP
3.2.2. Fase de construcción GRASP
3.2.3. Fase de mejora GRASP

4. Experimentación
4.1. Modelos multiobjetivo de MILP
4.2. Metaheurística GRASP
4.3. Técnicas para problemas multiobjetivo
4.3.1. Método ε-*constraint* aplicado a modelos MILP
4.3.2. Métrica *S* aplicada a metaheurística GRASP

5. Resultados
5.1. Resultados de la evaluación de los modelos MILP
5.2. Resultados de la evaluación del GRASP
5.3. Comparativo modelo MILP vs GRASP
5.4. Resultados aplicando técnicas multiobjetivo

6. Conclusiones

Solicitamos a Usted tomar nota de que el título del trabajo se imprima en lugar visible de los ejemplares de las tesis.

A T E N T A M E N T E
"naturam subiecit aliis"

FACULTAD DE INGENIERÍA U.A.CH.

EL DIRECTOR | **EL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

M.I. RICARDO RAMÓN TORRES KNIGHT | **DR. MARIO CÉSAR RODRÍGUEZ RAMÍREZ**

DIRECCIÓN

Facultad de Ingeniería
Circuito No.1, Campus Universitario 2
Chihuahua, Chih. C.P. 31125
Tel. (614) 442-95-00 www.fing.uach.mx

UNIVERSIDAD INTERNACIONAL

ÍNDICE GENERAL

Índice de figuras V

Índice de tablas VII

1. Introducción 1

1.1. Antecedentes 1

1.1.1. Problemas de Rutas de Vehículos (VRP) 1

1.1.2. Técnicas de solución para el VRP 2

1.1.3. Estado del arte 2

1.1.4. Balanceo de cargas 4

1.2. Planteamiento del problema 4

1.3. Objetivos 6

1.3.1. Objetivo general 6

1.3.2. Objetivos específicos 7

1.4. Justificación 7

1.5. Idea a defender 7

2. Marco teórico 9

2.1. VRP y algunas variantes 9

2.1.1. VRP 9

2.1.2. CVRP 10

2.1.3. DVRP 10

2.1.4. OVRPCD 11

2.2. Balanceo en variantes del VRP 11

2.3. Programación Lineal 12

2.3.1. Programación Lineal Entera 12
2.3.2. Programación Lineal Entera Mixta 13
2.4. GRASP 13
2.4.1. Fase de construcción 13
2.4.2. Búsqueda Local 14
2.5. Teoría de grafos 15
2.5.1. Densidad de grafos 15
2.6. Modelos multiobjetivo 16
2.6.1. Optimalidad de Pareto 17
2.6.2. Método $\epsilon - constraint$ 18
2.6.3. Métrica S 18
2.7. Optimizadores 19
2.7.1. Ramificar y Acotar 19
2.7.2. LINGO 20
2.7.3. GUROBI 21
2.8. Sistemas de Información Geográfica 22

3. Metodología 25
3.1. Formulación matemática del OVRPCD 25
3.1.1. Modelo MILP $min\{max - min\}$ 26
3.1.2. Modelo MILP $min\{max\}$ 32
3.2. Metaheurística GRASP 33
3.2.1. Notación GRASP 33
3.2.2. Fase de construcción GRASP 33
3.2.3. Fase de mejora GRASP 35

4. Experimentación 41
4.1. Modelos multiobjetivo de MILP 41
4.2. Metaheurística GRASP 43
4.3. Técnicas para modelos multiobjetivo 46
4.3.1. $\epsilon - constraint$ aplicado al modelo MILP 46
4.3.2. Métrica S aplicada a metaheurística GRASP 46

5. Resultados **49**
5.1. Resultados de la evaluación de los modelos MILP 49
5.2. Resultados de la evaluación del GRASP 51
5.3. Comparativo modelo MILP vs GRASP 59
5.4. Resultados aplicando técnicas multiobjetivo 59

6. Conclusiones **67**

Bibliografía **69**

A. GRASP comparativo contra NSGA II **I**
A.1. Aplicación de metaheurística GRASP para el CVRPRB I
A.1.1. Resumen I
A.1.2. Introducción I
A.1.3. Metodología II
A.1.4. Resultados VII
A.1.5. Conclusiones X

B. Uso de optimizadores **XI**
B.1. Optimizadores XI
B.1.1. LINGO XI
B.1.2. Gurobi con Python XII

C. Casos de prueba **XV**
C.1. Augerat XV
C.2. Christofides XXII
C.3. Rinaldi-Yarrow XXXV
C.4. Rochat-Taillard XXXV
C.5. Datos reales. Maquiladora L
C.6. Datos ficticios. Casos balanceados. Instancias pequeñas LII
C.7. Datos ficticios. Casos balanceados. Instancias medianas y grandes LIV

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Servicio de transporte de personal 6

2.1. Movimiento intra ruta. Swap 14

2.2. Movimiento entre rutas. Swap 14

2.3. Movimiento entre rutas. Remove-insert 15

2.4. Grafo no dirigido 15

2.5. Grafo denso. Grafo disperso 16

2.6. Grafo completo. Grafo no conexo 16

2.7. Frente de Pareto 18

2.8. Solver LINGO 21

2.9. Solver Gurobi 21

2.10. Rutas. SIG 22

2.11. Referenciación Geográfica. SIG 22

2.12. Distribución en áreas de cobertura. SIG 23

3.1. Grafo completo y no dirigido 25

3.2. Características asociadas a un nodo 27

3.3. Subciclos 2-puntos 31

3.4. Subciclos 3-puntos 31

5.1. Frente de Pareto. BEK29. f_2 vs ϵ_3 61

5.2. Frente de Pareto. BEK29. ϵ_2 vs f_3 61

5.3. Frente de Pareto. BEK29. f_2 vs ϵ_1 62

5.4. Frente de Pareto. BEK29. ϵ_2 vs f_1 62

5.5. Frente de Pareto. A-N80-K10 64

5.6. Frente de Pareto. VRPNC11 64
5.7. Frente de Pareto. TAI-100D 65
5.8. Frente de Pareto. ATT48 65
5.9. Frente de Pareto. MAQ363 66

A.1. Frente de Pareto. N151-R12 IX
A.2. Frente de Pareto. N200-R17 IX
A.3. Frente de Pareto. N121-R07 X
A.4. Frente de Pareto. N101-R10 X

ÍNDICE DE TABLAS

4.1. Casos de prueba balanceados. Instancias pequeñas 42

4.2. Casos de prueba datos reales. Instancias pequeñas 42

4.3. Caso de literatura. Bektas y Elmastas 42

4.4. Casos de prueba balanceados 43

4.5. Casos de prueba. Datos reales 43

4.6. Casos de prueba literatura. Augerat 44

4.7. Casos de prueba literatura. Christofides 45

4.8. Casos de prueba literatura. Rinaldi-Yarrow 45

4.9. Casos de prueba literatura. Rochat-Taillard 46

5.1. Resultados modelo $min\{max - min\}$. Casos balanceados 49

5.2. Resultados modelo $min\{max\}$. Casos balanceados 50

5.3. Resultados modelo $min\{max - min\}$. Casos datos reales 50

5.4. Resultados modelo $min\{max\}$. Casos datos reales 51

5.5. Resultados modelo $min\{max - min\}$. Caso BEK29 51

5.6. Resultados modelo $min\{max\}$. Caso BEK29 51

5.7. Resultados GRASP. Casos balanceados. Instancias pequeñas 52

5.8. Resultados GRASP. Casos datos reales. Instancias pequeñas 53

5.9. Resultados GRASP. Instancias literatura. BEK29 53

5.10. Resultados GRASP. Instancias literatura. Augerat Set A 53

5.11. Resultados GRASP. Instancias literatura. Augerat Set B 54

5.12. Resultados GRASP. Instancias literatura. Augerat Set P 54

5.13. Resultados GRASP. Instancias literatura. Christofides 55

5.14. Resultados GRASP. Instancias literatura. Rinaldi-Yarrow 56

5.15. Resultados GRASP. Instancias literatura. Rochat-Taillard 57
5.16. Resultados GRASP. Casos balanceados. Instancias medianas 58
5.17. Resultados GRASP. Casos datos reales. MAQ 58
5.18. Resultados de prueba. Comparativo en el caso Bektas y Elmastas 59
5.19. Balanceo de distancia f_2 y Balanceo de demanda f_3. BEK29 59
5.20. Balanceo de distancia f_2 y Distancia total f_1. BEK29 60
5.21. Métrica S. Casos de la literatura. GRASP 63
5.22. Métrica S. Caso real. GRASP 63

A.1. Valor de los 2 objetivos de la mejor solución encontrada VII
A.2. Mejor solución encontrada para cada objetivo con el valor asociado del otro objetivo VIII
A.3. Valores de Mean y Std-Dev de la métrica S IX

C.1. Augerat A-N32-K5 XV
C.2. Augerat A-N45-K7 XVI
C.3. Augerat A-N61-K9 XVI
C.4. Augerat A-N80-K10 XVII
C.5. Augerat B-N43-K6 XVII
C.6. Augerat B-N52-K7 XVIII
C.7. Augerat B-N57-K9 XVIII
C.8. Augerat B-N67-K10 XIX
C.9. Augerat P-N16-K8 XIX
C.10. Augerat P-N19-K2 XIX
C.11. Augerat P-N55-K15 XX
C.12. Augerat P-N101-K4 XXI
C.13. Christofides. VRPNC1 XXII
C.14. Christofides. VRPNC2 XXII
C.15. Christofides. VRPNC3 XXIII
C.16. Christofides. VRPNC4 XXIV
C.17. Christofides. VRPNC5 XXV
C.18. Christofides. VRPNC5 (cont) XXVI
C.19. Christofides. VRPNC6 XXVI

C.20. Christofides. VRPNC7 XXVII
C.21. Christofides. VRPNC8 XXVIII
C.22. Christofides. VRPNC9 XXIX
C.23. Christofides. VRPNC10 XXX
C.24. Christofides. VRPNC10 (cont) XXXI
C.25. Christofides. VRPNC11 XXXI
C.26. Christofides. VRPNC12 XXXII
C.27. Christofides. VRPNC13 XXXIII
C.28. Christofides. VRPNC14 XXXIV
C.29. Rinaldi-Yarrow ATT48 XXXV
C.30. Rochat-Taillard. TAI75A XXXV
C.31. Rochat-Taillard. TAI75B XXXVI
C.32. Rochat-Taillard. TAI75C XXXVI
C.33. Rochat-Taillard. TAI75D XXXVII
C.34. Rochat-Taillard. TAI100A XXXVIII
C.35. Rochat-Taillard. TAI100B XXXIX
C.36. Rochat-Taillard. TAI100C XL
C.37. Rochat-Taillard. TAI100D XLI
C.38. Rochat-Taillard. TAI150A XLII
C.39. Rochat-Taillard. TAI150B XLIII
C.40. Rochat-Taillard. TAI150C XLIV
C.41. Rochat-Taillard. TAI150D XLV
C.42. Rochat-Taillard. TAI385 XLVI
C.43. Rochat-Taillard. TAI385 (cont) XLVII
C.44. Rochat-Taillard. TAI385 (cont) XLVIII
C.45. MAQ-N363 L
C.46. MAQ-N363 (cont) LI
C.47. BAL-N6-K2 LII
C.48. BAL-N10-K3 LII
C.49. BAL-N15-K4 LII
C.50. BAL-N18-K5 LII
C.51. BAL-N20-K6 LIII

C.52. BAL-N23-K7 LIII
C.53. BAL-N26-K8 LIII
C.54. BAL-N30-K9 LIII
C.55. BAL-N37-K3 LIV
C.56. BAL-N79-K4 LIV
C.57. BAL-N125-K5 LV
C.58. BAL-N194-K7 LVI
C.59. BAL-N194-K7 (cont) LVII
C.60. BAL-N301-K11 LVIII
C.61. BAL-N301-K11 (cont) LIX

1

INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

1.1.1. Problemas de Rutas de Vehículos (VRP)

El Problema de Rutas de Vehículos o VRP (*Vehicle Routing Problem*) consiste en definir la ruta óptima o de costo mínimo donde se busca visitar todos los puntos que se encuentran geográficamente distribuidos sobre una red de transporte con un número determinado de vehículos. En [Dantzing, 1959] se propone la primera formulación matemática para el VRP. Por el tipo de su estructura, el VRP pertenece al tipo de problemas de complejidad computacional NP-difícil, donde para poder encontrar la solución óptima, la cantidad de soluciones a ser analizadas crece de manera exponencial con la magnitud del problema. Problemas de este tipo se encuentran regularmente en la vida cotidiana, como por ejemplo, entrega-recolección de bienes, recolección de basura, transporte escolar y transporte de personal.

Dentro de la gran cantidad de variantes del VRP se encuentran el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo o VRPTW (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*), que presenta restricciones en diferentes periodos de tiempo y el Problema de Rutas de Vehículos con restricción de Capacidad o CVRP (*Capacitated Vehicle Routing Problem*) que se detallan en [Cordeau, 2007].

Una clasificación del VRP poco estudiada es el Problema de Rutas del Transporte Escolar o SBRP (*School Bus Routing Problem*), que puede ser aplicada a problemas

de transporte de personal. La flotilla de vehículos que se dispone generalmente es homogénea, es decir, que todos los vehículos tienen la misma capacidad y no se define el número máximo de vehículos a ser utilizados.

Restricciones propias del SBRP son capacidad limitada porque el vehículo tiene cupo para determinada cantidad de personas sentadas y limitante en la distancia recorrida o tiempo de traslado buscar que no sea excesivo.

El SBRP consiste en trasladar a los estudiantes desde puntos cercanos a sus hogares hasta la escuela y viceversa, [Schittekat, 2006], [Bektas, 2007], [Li, 2002] y [Park, 2012]. Pero para la aplicación al transporte de personal para empresas de gran tamaño se generan una serie de interesantes características adicionales en comparación con el SBRP, como lo son la dinámica del problema, es decir, los puntos a ser analizados son sumamente cambiantes respecto al tiempo y el espacio de distribución geográfica de los puntos tiende a ser más disperso. La formulación del SBRP corresponde a la del OVRPCD (*Open Vehicle Routing Problem with capacity and distance constraints*) como se menciona en [Bektas, 2007].

1.1.2. Técnicas de solución para el VRP

Una herramienta para la formulación matemática de problemas VRP utilizada en la literatura para dar solución exacta en instancias pequeñas es la Programación Lineal Entera como se presenta en [Bektas, 2007] y [Araya, 2012].

Para casos en donde el problema necesita una solución rápida y factible son aplicables heurísticas constructivas [Pisinger, 2007] y metaheurísticas como Búsqueda Tabú y Recocido Simulado [Osman, 1993], Búsqueda Local Iterada [Nagata, 2008], Algoritmos Genéticos [Osman, 2005], GRASP [Prins, 2009], Algoritmos de Colonias de Hormigas [Euchi, 2012], entre otros.

1.1.3. Estado del arte

Dentro de los trabajos en la literatura que se enfocan a resolver el SBRP con Programación Lineal Entera Mixta para obtener la solución óptima se encuentran:

En [Araya, 2012] se considera un destino común, con capacidad homogénea en la flota de vehículos y el objetivo es minimizar los costos de la ruta y el costo de las

asignaciones a los puntos de espera. En este trabajo se realizan pruebas en redes de transporte de 10 hasta 30 puntos, la capacidad de la ruta es reducida y el número de rutas es definido. El objetivo de los autores es evaluar los tiempos computacionales para obtener la solución óptima aumentando gradualmente el tamaño del problema.

En [Schittekat, 2006] se propone un modelo dividido en dos etapas, en una primera etapa se determina que cada alumno caminará hacia alguno de los puntos de parada previamente asignados, respetando la máxima distancia recorrida establecida. En una segunda etapa se busca minimizar la distancia total recorrida de los vehículos al trasladar a los alumnos a la escuela. Como prueba del modelo se realiza una generación para 50 estudiantes que serán asignados a 10 puntos de parada para después construir las rutas, monitoreando el tiempo computacional para obtener la solución óptima.

En [Bektas, 2007] la formulación se enfoca principalmente a reducir el costo total del servicio minimizando el número de vehículos utilizados de 26 a sólo 18 para una red con 29 puntos de alta demanda respecto a la capacidad del vehículo y minimizando la distancia total recorrida.

En los siguientes trabajos se aplican algoritmos a diferentes casos del SBRP.

En [Li, 2002] se presenta uno de los modelos más completos para el SBRP aplicados a un caso real, es en un jardín de niños para el cual se obtiene como resultado un ahorro de 29 % en el total de los tiempos de traslado. Los objetivos considerados son el número de rutas utilizadas, el largo de la ruta, el tiempo del estudiante en la ruta y la equidad en el balance de rutas, pero la red de transporte que se describe es muy corta en espacio de búsqueda dado que el número de arcos es muy reducido, sólo se tienen 54 puntos de parada y el servicio de transporte es para 86 alumnos.

En [Park, 2012] se presenta un algoritmo de mejora para el SBRP con cargas mixtas, el objetivo es minimizar la cantidad de vehículos. El algoritmo es probado en 7 casos reales con un rango de 200 a 2,000 puntos de parada, 5 a 90 escuelas y considerando que la capacidad de los vehículos es heterogénea. En promedio reduce en un 22 % el número total de vehículos utilizados.

Después de proponer un modelo exacto, proponen una metaheurística para este mismo problema en sus dos etapas [Schittekat, 2013]. En la primera fase se sigue utilizando el método exacto y después se aplica la metaheurística propuesta basada en GRASP-VND. Para 112 casos artificiales se reportan la solución óptima o muy cercano

a ella, comparando las soluciones con el modelo de Programación Lineal Entera Mixta y generación de columnas. El objetivo es minimizar la distancia total recorrida.

En [Laguna, 2012] se proponen dos heurísticas para el SBRP, donde se basan en una búsqueda dispersa como un enfoque evolutivo, donde se tiene un problema biobjetivo, se busca minimizar el número de vehículos utilizados y la longitud máxima por ruta. Se reportan un conjunto de soluciones eficientes en vez de un único óptimo.

1.1.4. Balanceo de cargas

Existen diferentes tipos de balanceo de cargas para diversas variantes del VRP. En [Schwarze, 2012] se presenta una revisión completa sobre ellos, dentro de los que destacan son, minimizar el máximo, minimizar todos los objetivos y minimizar la diferencia entre el máximo y el mínimo para un parámetro dado. Los trabajos que utilizan el concepto de balanceo que se utiliza en este trabajo de tesis para diferentes variantes del VRP se pueden consultar en, [Borgulya, 2008], [Jozefowiez, 2002], [Jozefowiez, 2007] y [Tuyttens, 2004]. Que consiste básicamente en minimizar la diferencia entre el máximo y el mínimo del valor indicador.

1.2. Planteamiento del problema

Para empresas que otorgan el servicio de transporte a sus empleados es de primordial importancia considerar aspectos de eficiencia (nivel de servicio y costo de proveerlo), efectividad (calidad del servicio) y equidad (balanceo) en el servicio.

En la mayoría de las ocasiones el sistema de rutas para cubrir con la demanda de transportación para los empleados se hace de manera empírica, lo que se refleja en rutas no eficientes, la equidad o balanceo entre rutas y la efectividad son aspectos pocas veces considerados.

Es fundamental considerar una manera analítica de generar el sistema de rutas de transporte de personal que considere en igual valor de peso específico los factores de eficiencia, eficacia y equidad.

Una red de transporte puede ser representada como un grafo, donde los vértices o nodos serán los puntos de parada que se encuentran geográficamente referenciados y donde por lo menos un trabajador hace uso del servicio de transporte y las aristas o

arcos son la unión entre par de nodos por medio de una trayectoria entre ellos y su costo asociado será la distancia dada en metros, todos los puntos de parada deben ser cubiertos una sola vez y evitar subciclos.

En esta propuesta de tesis se realizará la modelación para el problema OVRPCD para transporte de personal con balanceo de cargas y mediante Programación Entera resolver de manera exacta el problema en instancias pequeñas y en instancias donde una solución exacta no se permita en un tiempo computacional razonable se utilizarán técnicas de solución aproximadas.

También para verificar la efectividad de metaheurísticas aplicadas a casos pequeños y ver que tan cerca quedan de la solución óptima para que eventualmente pudieran ser aplicadas a instancias grandes del problema o que funcione como etapa de construcción para pasar a la etapa de mejora, como en [Park, 2012] quien propone a partir de esta etapa obtener solución mediante técnicas de aproximación.

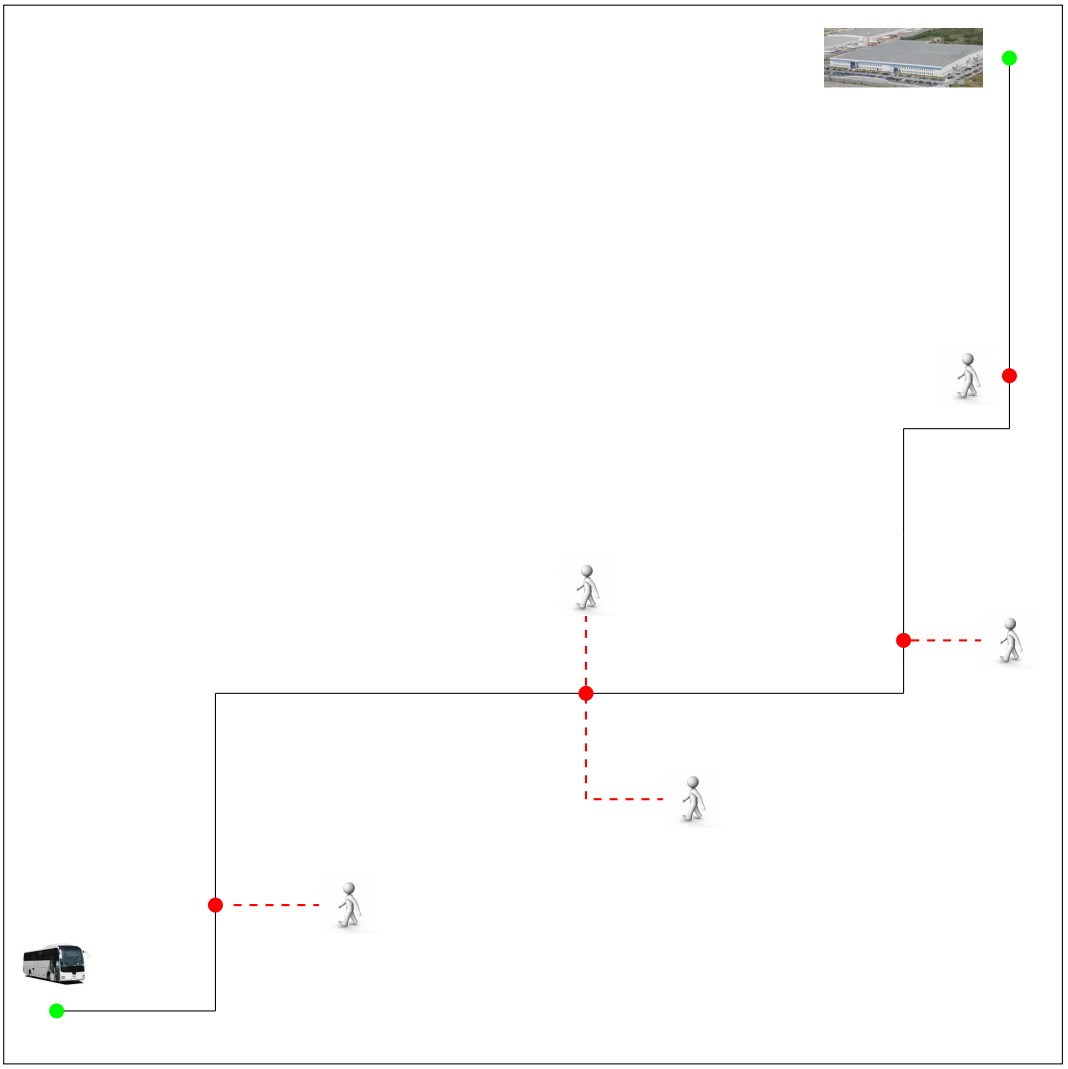

Figura 1.1: Servicio de transporte de personal.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Desarrollar un modelo para el Problema de Ruteo de Vehículos con restricciones de capacidad y distancia (OVRPCD) para el transporte de personal con balanceo y resolver según el tamaño del problema con Programación Lineal Entera Mixta (MILP) o Metaheurística como un Procedimiento de Búsqueda Voraz Aleatorio y Adaptativo (GRASP).

1.3.2. Objetivos específicos

1. OE1: Generar la formulación matemática para la representación del problema y desarrollar el modelo multiobjetivo para el OVRPCD con balanceo mediante MILP.

2. OE2: Desarrollar una metaheurística GRASP para el OVRPCD con balanceo.

3. OE3: Evaluar para diferentes instancias y aplicando técnicas para problemas multiobjetivo, el modelo de MILP al verificar el tiempo de ejecución y la metaheurística GRASP con la calidad de las soluciones.

1.4. Justificación

Existe una importante cantidad de empresas de gran tamaño, principalmente en el sector industrial en nuestro país, las cuales otorgan un servicio de transporte a sus empleados, en algunas ocasiones de manera gratuita. La necesidad por eficientar el servicio es inminente en la actualidad. Además de eficiencia (razon entre el nivel de servicio y costo de proveerlo) deben ser considerados la efectividad (calidad del servicio) y equidad (balanceo de cargas) en la generación del sistema rutas como se menciona en [Park, 2012].

1.5. Idea a defender

Se pretende establecer una manera de generar el sistema de rutas de transporte de personal con requerimientos de balanceo de cargas y distancia al proponer dos técnicas de solución para cualquier tamaño del problema evaluadas con datos reales, datos ficticios y datos publicados en la literatura obteniendo soluciones de calidad.

2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se mencionan las definiciones de los conceptos utilizados en la tesis.

2.1. VRP y algunas variantes

2.1.1. VRP

Problema de Ruteo de Vehículos (*Vehicle Routing Problem*) se define como un conjunto de tours de costo mínimo para dar servicio a un cojunto de clientes utilizando una flota de vehículos y a su vez satisfacer las restricciones de los clientes, restricciones de los vehículos y restricciones adicionales. Existen varios tipos de restricciones que identifican las diversas variantes del VRP, algunas de ellas son las siguientes.

- CVRP. Vehicle Routing Problem Capacitated.
- DVRP. Vehicle Routing Problem with distance constrained.
- VRPCD. Vehicle Routing Problem Capacitated with distance constrained.
- VRPTW. Vehicle Routing Problem with Time Windows.
- VRPPD. Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery.

Sea $G = (V, E)$ un grafo completo dirigido, $V = \{0\} \cup N$ donde N es el conjunto de nodos o vértices (clientes), 0 es el nodo principal (depósito), k es el número

de vehículos con la misma capacidad Q y E es el conjunto de aristas. C_{ij} es el costo asociado a las aristas para viajar desde el vértice i al vértice j, la demanda de cada nodo i se denota por q_i donde $0 < q_i \leq Q \; \forall i \in N$ y donde $q_0 = 0$.

2.1.2. CVRP

Problema de Ruteo de Vehículos Capacitados (*Capacitated Vehicle Routing Problem*) es un problema práctico y es considerado de los más simples y más estudiados de las variantes del VRP.

Consiste dado un conjunto de nodos N donde cada nodo tiene demanda q_i, m vehículos con capacidad Q y depósito o nodo principal. El objetivo es minimizar la distancia total (o tiempo) para cubrir todos los nodos.

- Restricción de nodos: Cada nodo es visitado una sola vez.
- Restricción de vehículos: Cada vehículo comienza y finaliza el tour en el depósito.
- Restricción de distancia: La capacidad utilizada de cada vehículo es menor o igual a la capacidad del vehículo.

2.1.3. DVRP

Problema de Ruteo de Vehículos con restricción de Distancia (*Distance constrained Vehicle Routing Problem*), si la restricción de capacidad se reemplaza por la restricción de distancia.

Se pretende encontrar el óptimo conjunto de tours con la mínima distancia recorrida para conectar el depósito con los n clientes utilizando m rutas, sujeto a:

- Restricción de nodos: Cada nodo es visitado una sola vez.
- Restricción de vehículos: Cada vehículo comienza y finaliza el tour en el depósito.
- Restricción de distancia: La distancia recorrida por cada vehículo es menor o igual a la distancia máxima permitida.

2.1.4. OVRPCD

Problema de Ruteo de Vehículos Abierto con restricciones de Capacidad y Distancia (*Open Vehicle Routing Problem Capacitated with Distance constraint*). Para esta variante del VRP, se integran las restricciones de capacidad del CVRP y restricciones de distancia del DVRP lo que determina la variante del VRPCD, pero ademas se considera que las rutas son abiertas, es decir, a diferencia de las variantes anteriores donde el depósito es el punto inicial y final, aquí se inicia o se finaliza en el depósito pero se puede finalizar o iniciar en cualquier nodo $i \in N$.

- Restricción de nodos: Cada nodo es visitado una sola vez.
- Restricción de vehículos: Cada vehículo comienza y finaliza el tour en el depósito.
- Restricción de capacidad: La capacidad utilizada de cada vehículo es menor o igual a la capacidad del vehículo.
- Restricción de distancia: La distancia recorrida por cada vehículo es menor o igual a la distancia máxima permitida.

Si se tiene solamente un vehículo con capacidad ilimitada y no existe restricción de distancia, el CVRP, DVRP y VRPCD son equivalentes al TSP. La solución en este caso implica buscar un tour para todos los nodos con el costo mínimo o con la menor distancia total recorrida.

2.2. Balanceo en variantes del VRP

En [Schwarze, 2012] se encuentra una revisión detallada de los diferentes tipos de balanceo encontrados en la literatura para diferente tipo de problemas y variantes del VRP, se mencionan seis. Se tiene un valor indicador μ_i del objetivo que se desea optimizar $\forall i \in V$, donde V es el conjunto de vehículos.

1. Minimizar el máximo de μ_i
2. Minimizar la diferencia entre el máximo y el mínimo de μ_i
3. Minimizar la diferencia acumulada entre μ_i de cada vehículo y un mínimo de μ_i

4. Minimizar la varianza de μ_i

5. Minimizar la desviación relativa de μ_i

6. Minimizar la desviación absoluta de μ_i

Para los tipos de balanceo 4-6 se tienen modelos de Programación Cuadrática Entera Mixta o *Mixed Integer Quadratic Programming* (MIQP).

2.3. Programación Lineal

Un modelo de programación lineal o *Linear Programming* (LP) se define por 3 partes principalmente, función objetivo, restricciones y variables. La **función objetivo** donde para un problema de optimización se define como maximización o minimización. Las **restricciones** definen las limitantes del problema. Y por último las **variables** que definen el tipo de problema de programación lineal a resolver.

Sea P un problema de minimización de programación lineal, P se define como sigue:

$$cx \rightarrow min$$

$$Ax \geq b$$

$$x \geq 0$$

donde A es un matriz de mxn, c es un vector renglon $n - dimensional$, b vector columna $m - dimensional$ y x es un vector columna de variables continuas $x \in R^+$.

2.3.1. Programación Lineal Entera

Si a diferencia del modelo LP se tiene que las variables son enteras, se define un problema de Programación Lineal Entera o *Integer Programming* (IP). El modelo se define de la siguiente manera:

$$cx \rightarrow min$$

$$Ax \geq b$$

$$x \geq 0, x \in Z^+$$

Si estrictamente las variables son binarias el modelo es de Programación Lineal Binaria Entera o *Binary Integer Programming* (BIP). El modelo queda así:

$$cx \rightarrow min$$

$$Ax \geq b$$

$$x \in \{0, 1\}$$

2.3.2. Programación Lineal Entera Mixta

Si a diferencia de los modelos anteriores las variables utilizadas son de ambos tipos (continuas y enteras), se define un problema de Programación Lineal Entera Mixta o *Mixed Integer Linear Programming* (MILP). El modelo se define de la siguiente manera:

$$cx + hy \rightarrow min$$

$$Ax + Gy \geq b$$

$$x \geq 0, y \geq 0, y \in Z^{+}$$

donde G es una matriz mxp, h vector renglon $p - dimensional$ y y es un vector columna de variables enteras $y \in Z^{+}$.

2.4. GRASP

2.4.1. Fase de construcción

GRASP *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* es una metaheurística constructiva, que inicia con una solución vacía y construye una solución completa agregando un elemento a la vez. El GRASP se implementa utilizando una lista de candidatos restringida o *Restringed Candidate List* (RCL). El número de elementos en el RCL esta dado por un parámetro α del algoritmo para determinar un balance entre *greedy* y *random*.

Si $\alpha = 1$ la construcción de la solución es totalmente *greddy*, por el contrario si α es igual al número de elementos sin seleccionar la construcción es totalmente *random*.

2.4.2. Búsqueda Local

La fase de mejora de la metaheurística se basa en realizar movimientos para mejorar la solución actual según los objetivos. Existen diferentes tipos de movimientos, se mencionan de los más comunes para problemas VRP's y utilizados en este trabajo de tesis.

Swap, este tipo de movimiento consiste en un intercambio entre 2 nodos seleccionados. Pueden ser de la misma ruta *movimiento intra ruta* o de diferente ruta *movimiento entre rutas*.

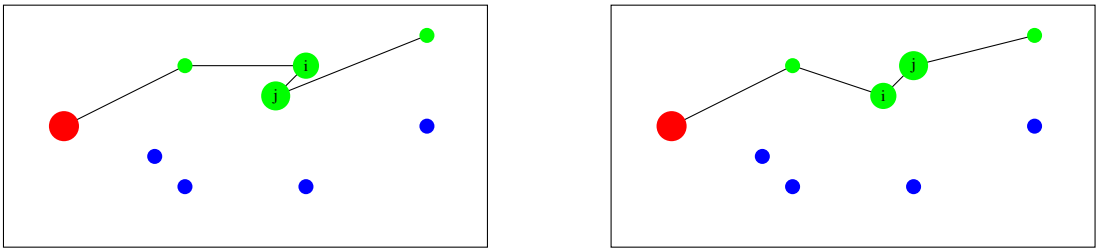

Figura 2.1: Movimiento intra ruta. Swap.

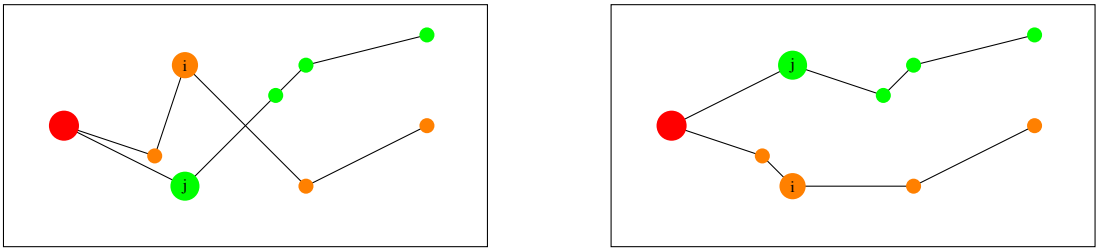

Figura 2.2: Movimiento entre rutas. Swap.

También puede ser aplicado movimiento de un solo nodo. **Remove - insert**, elimina un nodo de su posición original para insertar en una nueva posición, la nueva posición al igual que el movimiento anterior puede ser intra ruta o entre rutas.

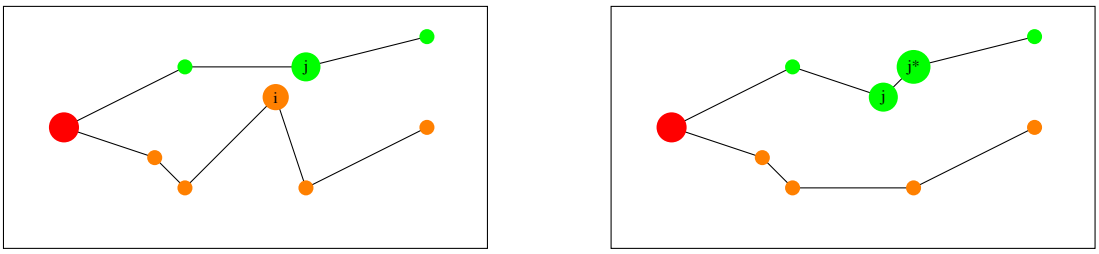

Figura 2.3: Movimiento entre rutas. Remove-insert.

2.5. Teoría de grafos

Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido con un conjunto V de vértices y un conjunto E de aristas (conexión entre vértices). Si el grafo es **dirigido** existe conexión en un solo sentido sobre las aristas, si es **no dirigido** se considera existe conexión en ambos sentidos sobre todas las aristas.

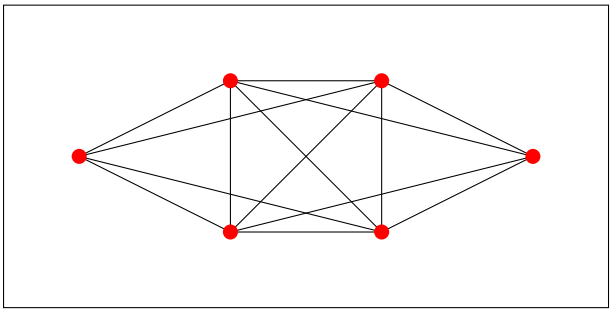

Figura 2.4: Grafo no dirigido.

2.5.1. Densidad de grafos

La densidad de un grafo se define con la letra D, de la siguiente manera:

$$D = \frac{2|E|}{|V|(|V| - 1)}$$

Si el grafo G tiene un número cercano al máximo de aristas se denomina **grafo denso**. Por el contrario, si el grafo G tiene muy pocas aristas se denomina **grafo disperso**.

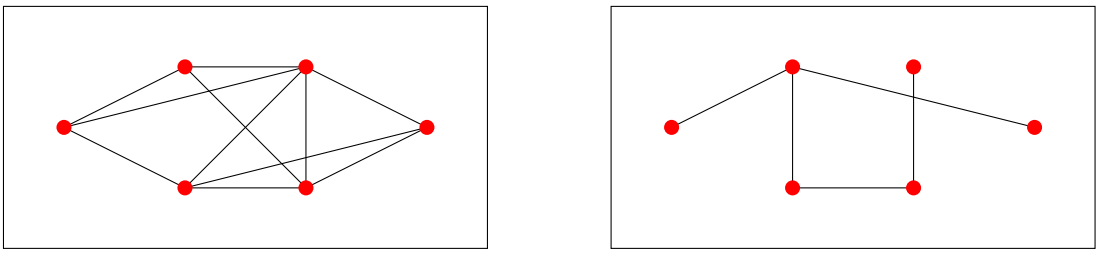

Figura 2.5: Grafo denso. Grafo disperso.

Si el grafo G tiene el número máximo de aristas, es decir, tiene una densidad $D = 1$ se denomina **grafo completo**. Si el grafo no tiene trayectoria que una dos vértices cualquiera de este se denomina **grafo no conexo**.

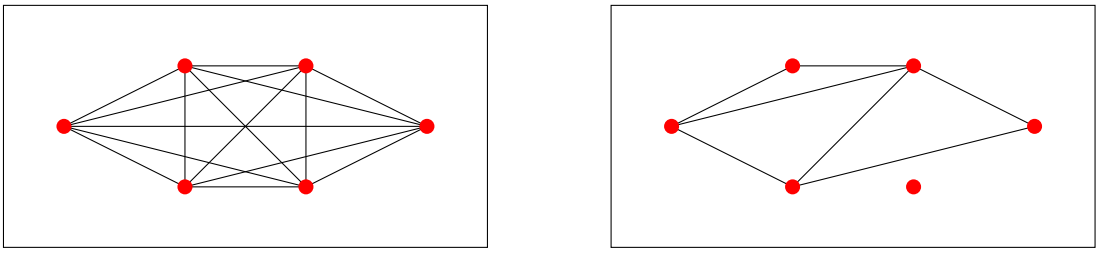

Figura 2.6: Grafo completo. Grafo no conexo.

2.6. Modelos multiobjetivo

Algunos objetivos aplicados a diferentes variantes de VRP.

- Minimizar el número de vehículos
- Minimizar la distancia máxima
- Balanceo de cargas (capacidad utilizada por vehículo)
- Balanceo en distancia recorrida entre vehículos
- Tiempo del trabajador en el vehículo
- Maximizar la capacidad por vehículo

Tipos de restricciones:

- Tiempo máximo que un pasajero viaja en el vehículo
- Distancia máxima permitida por ruta
- No exceder la capacidad del vehículo
- Cantidad mínima de pasajeros en una ruta
- Cantidad máxima de pasajeros en una parada
- Distancia máxima que camina un pasajero hasta su punto de parada

2.6.1. Optimalidad de Pareto

Sea un modelo multiobjetivo de minimización:

$$(f_1, f_2) \rightarrow min$$

En los modelos multiobjetivo es usual tener objetivos que se contraponen, es decir, mientras f_1 se minimiza f_2 no es minimizado del todo y este sucede al contrario también. La solución para el problema de optimización multiobjetivo no es única. Para estos casos se propone un conjunto de soluciones eficientes o soluciones no dominadas que se determinan con el concepto de dominancia.

La **dominancia de Pareto** entre dos soluciones, $x, z \in R_f$, donde R_f es la región factible se define como:

$$(x \prec z) \Longleftrightarrow \forall i \in (1, \ldots, k), x_i \leq z_i \wedge \exists i \in (1, \ldots, k) : x_i < z_i$$

donde k es el número de componentes (objetivos) del modelo. Una solución domina a otra si y solo si la primera es menor o igual en todas sus componentes y necesariamente menor en alguno de ellos. Se dice que x y z son no-dominadas si x no domina a z y z no domina a x.

Una solución se define como **óptimo de pareto** si y solo si no existe otra solución que la domine. El conjunto de soluciones no dominadas forman el **Frente Pareto** .

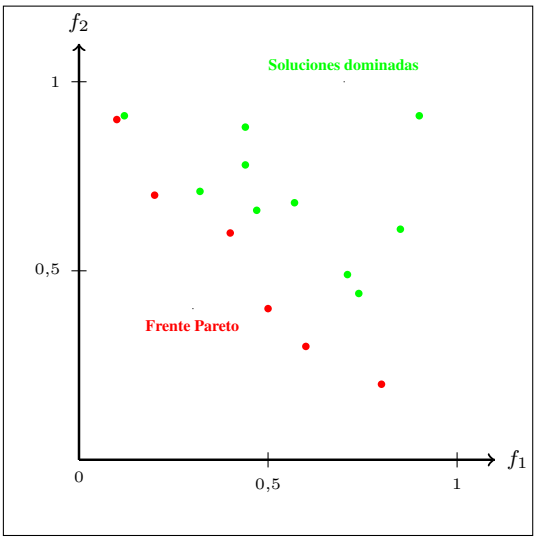

Figura 2.7: Frente de Pareto.

2.6.2. Método $\epsilon - constraint$

Mejor técnica de solución para problemas de optimización multiobjetivo, [Erghott, 2005]. Algunos otros métodos que se mencionan en [Erghott, 2005] son: Wheighted-Sum, Elastic Constraint, Bensons, entre otros.

$$f_i(x) \rightarrow min$$

$$s.a \;\; f_k(x) \leq \epsilon_k; \;\; k = 1, \cdots, j; \;\; k \neq i$$

$$\epsilon \in R^j$$

Para modelos de IP o MILP multiobjetivos se reformula el problema de la siguiente manera dada la definición del método $\epsilon - constraint$:

Se define el modelo con un solo objetivo y los demas objetivos se integran al modelo como nuevas restricciones menor o igual (en un problema de minimización) a un valor de ϵ, que se reducirá gradualmente hasta la infactibilidad del modelo. Este proceso se repite para cada uno de los objetivos generando un conjunto de soluciones eficientes.

2.6.3. Métrica S

La métrica S se calcula como el hipervolumen $n - dimensional$ donde n es el número de objetivos en el problema de optimización multiobjetivo respecto a un punto de

referencia, es decir, calcular la región dominada (área con dos objetivos, volumen con tres objetivos) de los puntos en el frente pareto respecto a un punto de referencia, se describe esta y otras métricas en [Knowles, 2002], donde se mencionan sus ventajas y desventajas.

2.7. Optimizadores

Los optimizadores o *solvers* son herramientas que se utilizan para resolver problemas de IP, BIP, MILP, MIQP, entre otros. Utilizan principalmente el *Branch and Bound* o Ramificar y Acotar como algoritmo de solución para encontrar la solución óptima.

2.7.1. Ramificar y Acotar

Es el método más ampliamente usado para resolver problemas de IP en la práctica.

- En esencia es un procedimiento de enumeración inteligente: enumera parcialmente las soluciones factibles para alcanzar un óptimo.
- Utiliza el principio de *divide y vencerás*. El problema original se divide en subproblemas cada vez más pequeños, hasta que éstos son conquistados y se puede tener una solución.
- La división (ramificar) se hace al particionar el todo el conjunto de soluciones factibles en subconjuntos cada vez más pequeños.
- La conquista (limitación) se hace parcialmente al establecer una cota que determina que tan buena puede ser la solución del subconjunto y después descarta el subconjunto si su cota indica que no puede posiblemente contener un óptimo para el problema original.

Conceptos utilizados en el algoritmo de Ramificar y Acotar.

- Relajación. Se utiliza relajación PL para nuestros propósitos de encontrar cotas.
- Estrategia de Ramificación. Elegimos la variable no entera que está más lejana de ser entera y creamos dos problemas candidatos nuevos.

- Estrategia de búsqueda entre ramas.
    - Búsqueda primero en profundidad.
    - Búsqueda primero a lo ancho.
    - Híbridos.
    - Elejir el nodo que tenga la mejor solución relajada.
- Criterios para eliminar nodos.
    - Si la cota superior de un nodo $\leq$ la cota inferior actual del problema, ese nodo se poda.
    - Si una solución completa (todas las variables toman valores enteros) se encuentra en un nodo, primero se **acota**.
    - Si la solución tiene un valor $>$ la cota inferior actual del problema, entonces se ha encontrado una **nueva cota inferior**.
- Si todos los nodos terminales de un árbol tiene soluciones no factibles, entonces el problema de IP o MILP es no factible.
- Cuando se trabaja con variables binarias, éstas se utilizan para ramificar primero como sigue: $x_i = 0$ y $x_i = 1$ (en lugar de $\leq$ y $\geq$).

2.7.2. LINGO

LINGO (**LIN***ear* **G***enerated* **O***ptimizator*) es un lenguaje de modelado y optimizador diseñado para la construcción y resolución de modelos matemáticos de optimización de manera fácil y eficiente. LINGO proporciona un paquete completamente integrado que incluye un potente lenguaje para expresar modelos de optimización en un entorno completo para la creación y edición de los problemas, y un conjunto incorporado de solucionadores capaces de resolver eficazmente los modelos de optimización lineal, no lineal (convexa y no convexa), cuadrática, cuadrática restringida, estocástico y de tipo entero.

Figura 2.8: Solver LINGO.

2.7.3. GUROBI

El Optimizador Gurobi fue diseñado para ser el más potente Solver disponible para modelos de LP, IP, MILP, MIQP, entre otros. Fue construido para aprovechar el paralelismo. Integra una gran variedad de *cutting planes* que reduce el espacio de búsqueda de manera eficiente. Heurísticas avanzadas para encontrar soluciones factibles en MILP.

Presenta una amplia gama de soporte de programación y lenguaje de modelado: Interfaces orientada a objetos (C++, Java y Python). Interfaces orientado a matrices (Matlab, C y R). Genera linealización automática de la función objetivo cuadrática MIQP y de restricciones cuadráticas QCP.

Figura 2.9: Solver Gurobi.

2.8. Sistemas de Información Geográfica

Los Sistemas de Información Geográfica (SIG), son una herramienta adecuada de manejo de información, pues proporciona un conjunto de métodos, herramientas y datos que están diseñados para actuar coordinada y lógicamente, para capturar, almacenar, analizar, transformar y presentar toda la información geográfica y de sus atributos con el fin de satisfacer múltiples propósitos.

Propósitos de un SIG en el proyecto.

1. Localización: Características de un lugar concreto.

2. Rutas: Cálculo de rutas entre dos o más puntos.

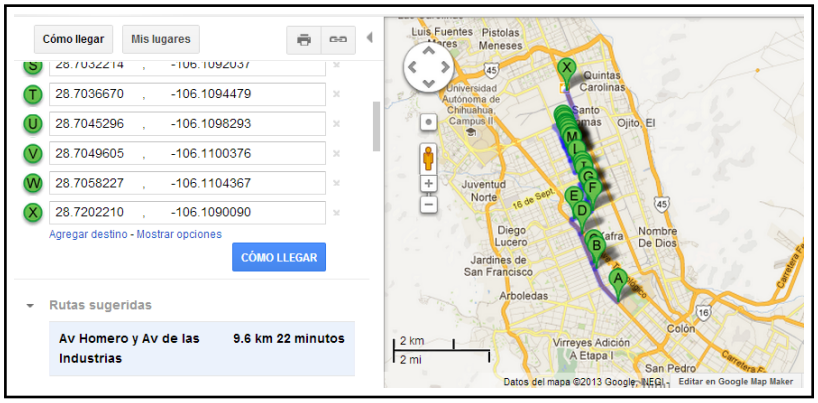

Figura 2.10: Rutas. SIG.

3. Georreferenciación: Posicionamiento de la ubicación geográfica de domicilios, puntos de parada y empresas.

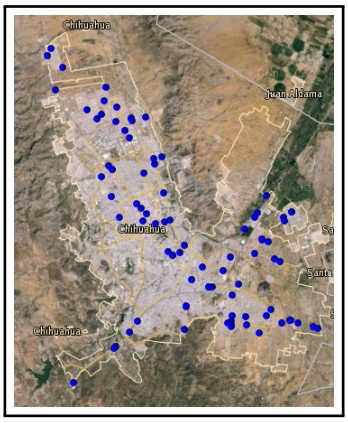

Figura 2.11: Referenciación Geográfica. SIG.

4. Planificación urbana: Planeación urbana de localidades y distribución del servicio de transporte.

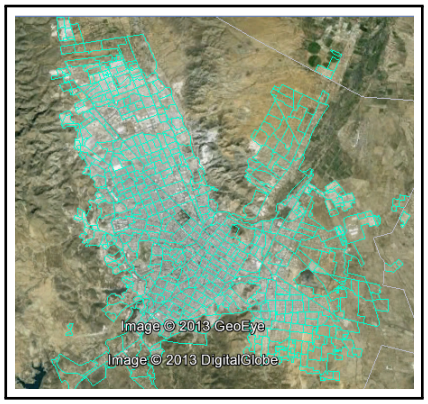

Figura 2.12: Distribución en áreas de cobertura. SIG.

3

METODOLOGÍA

3.1. Formulación matemática del OVRPCD

La formulación pretende mantener equidad entre distancia recorrida y capacidad utilizada, así como minimizar la distancia total recorrida..

La red de transporte se representa como un grafo $G = (V, E)$ se define G como completo y no dirigido, es decir, existe un camino directo en ambos sentidos entre cada par de nodos. Donde V (Nodos) es el conjunto de los puntos donde los trabajadores hacen uso del servicio de transporte y E (aristas) es el conjunto de trayectorias (calle(s)) que hacen conexión entre nodos.

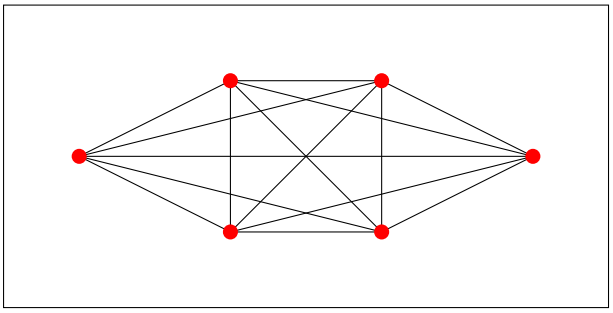

Figura 3.1: Grafo completo y no dirigido.

Las restricciones para este problema son las siguientes:

- Restricciones de puntos: cada nodo es visitado solamente una vez.
- Restricciones de demanda: la demanda de cada nodo no excede la capacidad del vehículo y como mínimo es 1.

- Restricciones de rutas: las rutas sin distinción inician en el punto principal y terminan en el punto ficticio.
- Restricciones de capacidad: la capacidad utilizada por ruta no puede exceder el parámetro Q.
- Restricciones de distancia: la distancia recorrida por ruta no puede exceder el parámetro T.
- Restricciones de balanceo: en la capacidad utilizada entre vehículos y su distancia recorrida debe existir equidad.

La formulación para este problema se define de la siguiente manera.

3.1.1. Modelo MILP $min\{max - min\}$

Notación

Conjuntos

V: Nodos

E: Aristas

$\{0\}$: Punto principal

I: Nodos intermedios

$\{d\}$: Punto ficticio (dummy)

V: $\{0\} \cup I$

V': $\{d\} \cup V$

K: Vehículos disponibles

Parámetros

q_i: Demanda del nodo i

C_{ij}: Costo (distancia o tiempo) del nodo i al j

Q: Capacidad limite del vehículo k

T: Distancia limite permitida por vehículo

Q_1: $min\{q_i\}$

T_1: $min\{C_{0,j}\}$

K_c: $|K|$

Variables

X_{ij}: Variable de decisión, si la arista es utilizada o no en la solución

Y_{id}: Variable auxiliar, para linealización del modelo en restricción de balanceo en capacidad utilizada

Z_{id}: Variable auxiliar, para linealización del modelo en restricción de balanceo en distancia recorrida

u_i: Demanda acumulada en el vehículo hasta el nodo i

v_i: Distancia recorrida por el vehículo hasta el nodo i

Q_{min}: Mínima capacidad utilizada por un vehículo

Q_{max}: Máxima capacidad utilizada por un vehículo

T_{min}: Mínima distancia recorrida por un vehículo

T_{max}: Máxima distancia recorrida por un vehículo

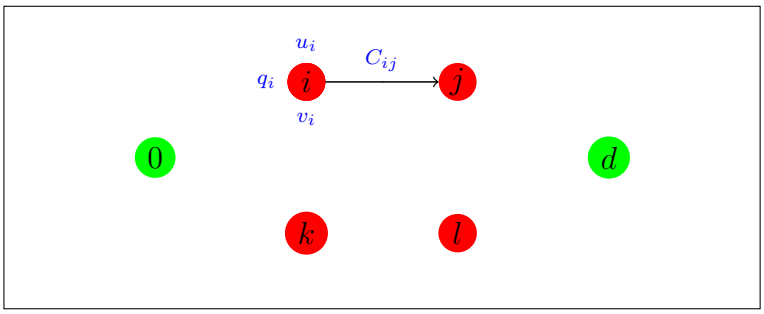

Figura 3.2: Características asociadas a un nodo.

Función Multi-objetivo Normalizada

$$\underbrace{\left(\frac{H}{TK_c}\right)}_{f_1} + \underbrace{\left(\frac{T_{max} - T_{min}}{T}\right)}_{f_2} + \underbrace{\left(\frac{Q_{max} - Q_{min}}{Q}\right)}_{f_3} \rightarrow min \tag{3.1}$$

$$H = \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} C_{ij} X_{ij}$$

La función objetivo 3.1 tiene tres objetivos: minimizar la distancia total recorrida entre todos vehículos, minimizar la diferencia entre la distancia máxima recorrida y distancia mínima recorrida (balanceo en distancia recorrida) y minimizar la diferencia entre la capacidad máxima utilizada y capacidad mínima utilizada (balanceo en capacidad utilizada). Le llamaremos modelo $min\{max - min\}$.

Restricciones

Restricciones básicas

$$\sum_{i \in I} X_{0i} \leq K_c \tag{3.2}$$

El número de aristas incidentes a el punto principal no pueden exceder el número disponible de rutas, todas son aristas de salida.

$$\sum_{i \in I} X_{id} \leq K_c \tag{3.3}$$

El número de aristas incidentes a el punto ficticio no pueden exceder el número disponible de rutas, todas son aristas de entrada.

$$\sum_{j \in I \cup \{d\}} X_{ij} = 1 \qquad \forall\, i \in I \tag{3.4}$$

$$\sum_{i \in V} X_{ij} = 1 \qquad \forall\, j \in I \tag{3.5}$$

El número de aristas incidente para cualquier nodo intermedio es de dos, una arista saliente 3.4 y una arista entrante 3.5.

Restricciones de capacidad

$$u_i - u_j + QX_{ij} + (Q - q_i - q_j)X_{ji} \leq Q - q_j \tag{3.6}$$

$$\forall\, i \neq j \in I$$

Define la demanda acumulada para cualquier punto intermedio y su antecesor o sucesor según sea el orden de selección de nodos.

$$Si\ X_{i,j} = 1,\ \ X_{j,i} = 0 \rightarrow u_i + q_j \leq u_j$$

$$Si\ X_{i,j} = 0,\ \ X_{j,i} = 1 \rightarrow u_j + q_i \geq u_i$$

Se define de la siguiente manera $u_j = u_i + q_j$ si $X_{ij} = 1$.

$$u_i \geq q_i \qquad \forall\, i \in I \tag{3.7}$$

Define la cota mínima para la demanda acumulada en cada vehículo.

$$u_j - q_j X_{0j} + Q X_{0j} \leq Q \qquad \forall\, j \in I \tag{3.8}$$

Define la cota máxima para la demanda acumulada en cada vehículo si $X_{0j} = 0$. Si $X_{0j} = 1$ se define la demanda acumulada como la demanda solamente de ese punto.

Restricciones de distancia

$$v_i - v_j + (T - C_{id} - C_{0j} + C_{ij})X_{ij} + (T - C_{id} - C_{0j} - C_{ji})X_{ji} \tag{3.9}$$

$$\leq T - C_{id} - C_{0j} \qquad \forall\, i \neq j \in I$$

$$v_j - C_{0j} X_{0j} \geq 0 \qquad \forall\, j \in I \tag{3.10}$$

$$v_j - C_{0j} X_{0j} + T X_{0j} \leq T \qquad \forall\, j \in I \tag{3.11}$$

Las restricciones de distancia 3.9 - 3.11 funcionan de manera analoga a las restricciones de capacidad 3.6 - 3.8.

Restricciones de balanceo

$$u_i - \overbrace{Q_{min} X_{id}}^{Quadratic} \geq 0 \qquad \forall\, i \in I \tag{3.12}$$

$$v_i - \underbrace{T_{min} X_{id}}_{Quadratic} \geq 0 \qquad \forall\, i \in I \tag{3.13}$$

Restricciones complementarias

$$X_{ij} = 0 \qquad \forall\, i = j \in V' \tag{3.14}$$

$$X_{0d} = 0 \tag{3.15}$$

$$u_i \leq Q_{max} \qquad \forall\, i \in I \tag{3.16}$$

$$v_i \leq T_{max} \qquad \forall\, i \in I \tag{3.17}$$

Variables

$$X_{ij} \in \{0, 1\}$$

$$Q_1 \leq Q_{min} \leq Q$$

$$T_1 \leq T_{min} \leq T$$

$$u_i, v_i, Q_{min}, T_{min}, Q_{max}, T_{max} \in R^+$$

Linealización del modelo. Variables auxiliares

$$Y_{id} \leq QX_{id} \qquad \forall\, i \in I$$

$$Y_{id} \geq Q_1 X_{id} \qquad \forall\, i \in I$$

$$Y_{id} \leq Q_{min} - Q_1(1 - X_{id}) \qquad \forall\, i \in I$$

$$Y_{id} \geq Q_{min} - Q(1 - X_{id}) \qquad \forall\, i \in I$$

$$Z_{id} \leq TX_{id} \qquad \forall\, i \in I$$

$$Z_{id} \geq T_1 X_{id} \qquad \forall\, i \in I$$

$$Z_{id} \leq T_{min} - T_1(1 - X_{id}) \qquad \forall\, i \in I$$

$$Z_{id} \geq T_{min} - T(1 - X_{id}) \qquad \forall\, i \in I$$

Entonces las restricciones 3.12 y 3.13 se cambian por 3.18 y 3.19 respectivamente.

Restricciones de balanceo linealizadas

$$u_i - Y_{id} \geq 0 \qquad \forall\, i \in I \tag{3.18}$$

$$v_i - Z_{id} \geq 0 \qquad \forall\, i \in I \tag{3.19}$$

Subciclos Para evitar subciclos se utiliza la restricción 3.6 y 3.9. Las dos funcionan de manera analoga, se tomará la primera para hacer la demostración.

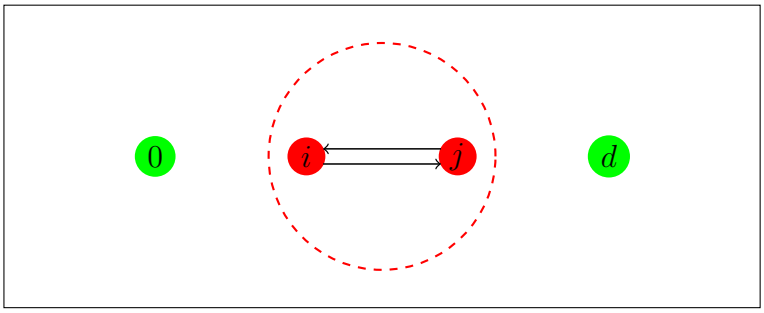

Figura 3.3: Subciclos 2-puntos.

Sea B un subciclo de dos puntos como se muestra en la Figura 3.3, entonces de la restricción 3.6 se tiene que:

$$u_i - u_j + Q + Q - q_i - q_j \leq Q - q_j$$

$$u_i - u_j + Q - q_i \leq 0$$

$$Como\ \ u_i = u_j\ \ entonces\ \ Q \leq q_i$$

$$Q = q_i \wedge q_j = 0$$

Pero por definición la demanda de un nodo no es cero, por lo tanto, $q_j > 0$. No es una solución factible.

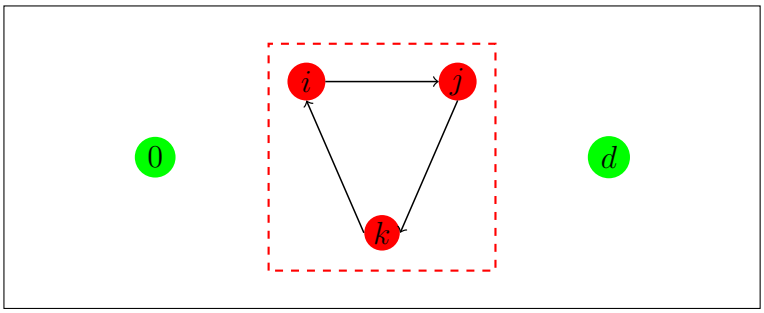

Figura 3.4: Subciclos 3-puntos.

Sea C un subciclo de tres puntos como se muestra en la Figura 3.4, para subciclos de 3 puntos o más la demostración es de la misma manera. Se tiene un sistema de ecuaciones según el número de nodos en el subciclo. Se suman las ecuaciones y se obtiene lo siguiente:

$$X_{i,j} = 1,\ \ \rightarrow u_i - u_j + Q \leq Q - q_j$$

$$X_{j,k} = 1, \ \rightarrow u_j - u_k + Q \leq Q - q_k$$

$$X_{k,i} = 1, \ \rightarrow u_k - u_i + Q \leq Q - q_i$$

$$3Q \leq 3Q - q_j - q_k - q_i$$

La desigualdad no es valida y no permite solución factible.

Consideraciones Por otro lado el objetivo de minimizar el número de rutas es un objetivo básico que como se muestra en 3.1 se omite. Pero para ello se propone lo siguiente.

$$K_c = \left\lceil \frac{\sum_{i \in I} q_i}{Q} \right\rceil \tag{3.20}$$

Se calcula el total de la demanda a ser cubierta por K vehículos y a su vez cada vehículo tiene una capacidad Q, de ahí que se obtenga una cota mínima para el número de vehículos requeridos. Si para el valor de K calculado no se obtiene solución factible se incrementa en uno el valor de K.

Esto nos permite encontrar el mínimo número de rutas necesarias para cubrir toda la demanda lo que a su vez nos permite maximizar la capacidad del vehículo.

Si el modelo reporta solución no factible, el valor del parámetro T es el que evita la factibilidad, si este parámetro es flexible puede ser modificado, sino el número de rutas se incrementa en 1 para probar si se encuentra solución factible.

3.1.2. Modelo MILP $min\{max\}$

$$\underbrace{\left(\frac{H}{TK_c}\right)}_{f_1} + \underbrace{\left(\frac{T_{max}}{T}\right)}_{f_2} + \underbrace{\left(\frac{Q_{max}}{Q}\right)}_{f_3} \rightarrow min \tag{3.21}$$

$$H = \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} C_{ij} X_{ij}$$

La función objetivo 3.21 con los 3 objetivos queda definida como primer objetivo minimizar la distancia total y el balanceo tiene el enfoque de minimizar el máximo en la distancia recorrida y en la capacidad utilizada. Le llamaremos modelo $min\{max\}$.

Las modificaciones en las restricciones son eliminar las restricciones 3.18, 3.19 y las desigualdades de linealización.

3.2. Metaheurística GRASP

Se propone una metaheurística GRASP con un $RCL = 2$ en la fase de construcción y una búsqueda local en tres etapas. La notación utilizada en el GRASP establece algunas diferencias respecto a la del modelo de MILP.

3.2.1. Notación GRASP

Se definen los siguientes parámetros:

Q: Capacidad máxima permitida

T: Distancia máxima permitida

n: Número total de nodos

$\{0\}$: Depósito (nodo principal)

N: Conjunto de nodos. $i = 1, 2, \ldots, n$

K: Conjunto de rutas

$C_{i,j}$: Distancia o tiempo del punto i al punto j

q_i: Demanda del nodo i

Q_k: Capacidad utilizada por la ruta k

T_k: Distancia recorrida por la ruta k

N_k: Conjunto de nodos en la ruta k

σ_Q: Desviación estándar en la demanda del conjunto de rutas

σ_T: Desviación estándar en la distancia del conjunto de rutas

3.2.2. Fase de construcción GRASP

Para el GRASP utilizamos una Lista de Candidatos Restringida o *Restringed Candidate List* (RCL). El número de iteraciones de la búsqueda local $Iter1$, $Iter2$ y $Iter3$. El número de corridas de la metaheurística $Sample$.

Para el nodo i en el caso de la demanda q_i se toma el número del nodo y para la distancia $C_{i,j}$ se toma el índice del nodo dentro de la ruta a la que pertenece.

Algorithm 1 Phase Construction

Require: RCL, N, Q, T, $C_{i,j}$, q_i

Ensure: K, Q_k, T_k, N_k

```
k = 1
K = ∅
while N ≠ ∅ do
    Q_k = 0;
    T_k = 0;
    N_k = {0};
    K = K ⋃ {k};
    i = 0;
    while Q_k ≤ Q ∧ T_k ≤ T do
        C*_{i,j} = random(1, RCL){sort(min C_{i,j} | i ≠ j, 1 ≤ j ≤ n)}
        Q_k ← Q_k + q_j;
        T_k ← T_k + C*_{i,j};
        N_k ← N_k ⋃ {j};
        N ← N \ {j};
        i = j;
    end while
    Q_k ← Q_k − q_i;
    T_k ← T_k − C*_{i,j};
    N_k ← N_k \ {i};
    N ← N ⋃ {i};
    k = k + 1;
end while
```

En Algorithm 6 se define como entrada el tamaño de la lista de candidatos RCL, el conjunto de nodos N, los parámetros máximos para generar las rutas en demanda Q y en distancia T, la matriz de distancias entre cada par de nodos $C_{i,j}$ y la demanda asociada a cada nodo q_i.

Como salida obtendremos un conjunto de rutas K con sus parámetros para cada ruta dentro del conjunto de capacidad utilizada Q_k, distancia recorrida T_k y conjunto de nodos asociados a esa ruta N_k.

Se inicia con la primer ruta $k = 1$ [linea 1] y El conjunto vacío de rutas K [linea 2]. Mientras no sean asignados todos los puntos del conjunto N [linea 3] se inicializan los valores en cero de capacidad utilizada y distancia recorrida en [lineas 4-5], el conjunto de puntos de la ruta en creación se inicia con un elemento, el nodo principal (depósito) [linea 6], se asigna la ruta que se esta generando al conjunto de rutas K [linea 7] y el índice del nodo i es cero porque la construcción de las rutas sera desde el depósito [linea 8].

Mientras los parámetros de la demanda máxima permitida y la distancia máxima permitida no sean excedidos [linea 9] se realiza el ordenamiento de las distancias de manera ascendente del punto actual hacia los demas sin tomar en cuenta el regreso al depósito y de manera aleatoria se selecciona un nodo proximo a visitarse según el tamaño del RCL [linea 10], dependiendo del nodo seleccionado se actualizan los parámetros de capacidad utilizada incrementando la demanda del nodo seleccionado [linea 11], la distancia recorrida incrementada según la distancia del nodo anterior al nodo seleccionado distancia recorrida [linea 12], se agrega el punto seleccionado al conjunto de nodos [linea 13], y se elimina el nodo del conjunto N de nodos por asignar en [linea 14], se actualiza el nodo anterior por el nodo ultimo en ser seleccionado [linea 15].

Cuando ya se exceda alguno de los parámetros evaluados en [linea 9] se eliminan los cambios efectuados del último nodo asignado a la ruta, quedando este disponible para la generación de rutas posteriores [lineas 17-20], y se procede a generar la siguiente ruta [linea 21]. Cuando todos los puntos esten asignados el proceso de la fase de construcción finaliza [linea 22].

3.2.3. Fase de mejora GRASP

Para la primera etapa de la búsqueda local Algorithm 7 se enfoca a equilibrar la demanda entre el conjunto de rutas sin exceder la distancia máxima permitida.

Se obtiene como entrada la solución de la fase de construcción Algorithm 6 y se define un número de iteraciones que repetiremos este proceso. Como salida obtendremos rutas equilibradas en demanda.

Algorithm 2 Local Search 1

Require: Phase Construction, $Iter1$

Ensure: Demand Balancing

1: **for** $a = 1$ **to** $Iter$ **do**
2: $select(k|max_{k \in K}\{Q_k\})$
3: $random(l|l \neq k, l \in K)$
4: $random(i, j|i \in N_k, j \in N_l, i, j \neq 0)$
5: $Q_k^* = Q_k - q_i$
6: $Q_l^* = Q_l + q_i$
7: $T_k^* = T_k - C_{i-1,i} - C_{i,i+1}$
8: $T_l^* = T_l + C_{j-1,i} + C_{i,j}$
9: $N_k^* = N_k \backslash \{i\}$
10: $N_l^* = N_l \bigcup \{i\}$
11: **if** $Q_l^* \leq Q \wedge T_l^* \leq T \cdot 1.1$ **then**
12: $Q_k \leftarrow Q_k^*$
13: $Q_l \leftarrow Q_l^*$
14: $T_k \leftarrow T_k^*$
15: $T_l \leftarrow T_l^*$
16: $N_k \leftarrow N_k^*$
17: $N_l \leftarrow N_l^*$
18: **end if**
19: **end for**

En Algorithm 7 se inicia definiendo las veces que se repetira este proceso [linea 1], se selecciona la ruta con la demanda máxima del conjunto de rutas K [linea 2], se selecciona otra ruta de manera aleatoria [linea 3] diferente a la seleccionada en la [linea 2], se seleccionan dos nodos de manera aleatoria [linea 4] donde estos nodos no pueden ser el depósito y un nodo pertenece a cada ruta seleccionadas en las [lineas 2-3] respectivamente. El nodo i seleccionado será eliminado de la primer ruta para ser incluido en la segunda ruta antes de la posición del nodo j seleccionado. Se asignan las modificaciones a unos parámetros auxiliares para ambas rutas, capaciad utilizada [lineas 5-6], distancia recorrida [lineas 7-8] y conjunto de puntos asignado a las rutas [lineas 9-10].

Si estas variables auxiliares no exceden los parámetros de demanda máxima permitida y distancia máxima permitida con un margen de 10 % [linea 11]. Entonces los parámetros originales son reemplazados por los parámetros auxiliares [lineas 12-17]. Sino se omite la modificación y se repite el proceso.

Algorithm 3 Local Search 2

Require: Local Search 1, $Iter2$

Ensure: Minimal Total Distance

1: **for** $b = 1$ **to** $Iter2$ **do**
2: $random(k|k \in K)$
3: $random(i, j|i \in N_k, i, j \neq 0)$
4: $T_k^* = T_k - C_{i-1,i} - C_{i,i+1} - C_{j-1,j} - C_{j,j+1} + C_{i-1,j} + C_{j.i+1} + C_{j-1,i} + C_{i,j+1}$
5: **if** $T_k^* < T_k$ **then**
6: $T_k \leftarrow T_k^*$
7: **end if**
8: **end for**

Se obtiene como entrada la solución obtenida por la búsqueda local 1 Algorithm 7. Como salida se genera una solución con un enfoque de minimizar la distancia total.

El proceso se repite hasta alcanzar el número de iteraciones definido [linea 1]. Se selecciona una ruta de manera aleatoria [linea 2] y dos puntos que pertenecen a esa ruta [linea 3]. Se intercambian y se actualiza la distancia recorrida como un parámetro auxiliar [linea 4]. Si la distancia es menor que la distancia antes de realizar el intercambio entre nodos el valor del parámetro auxiliar actualiza el valor del parámetro original [linea 5].

Algorithm 4 Local Search 3

Require: Local Search 2, σ_Q, σ_T, $Iter3$

Ensure: Distance & Demand Balancing

1: **for** $c = 1$ **to** $Iter3$ **do**
2: $random(k, l|k, l \in K)$
3: $random(i, j|i \in N_k, j \in N_l, i, j \neq 0)$
4: $Q_k^* = Q_k + q_j$
5: $Q_l^* = Q_l + q_i$
6: $T_k^* = T_k - C_{i-1,i} - C_{i,i+1} + C_{i-1,j} + C_{j,i+1}$
7: $T_l^* = T_l - C_{j-1,j} - C_{j,j+1} + C_{j-1,i} + C_{i,j+1}$
8: $N_k^* = N_k \bigcup \{j\} \backslash \{i\}$
9: $N_l^* = N_l \bigcup \{i\} \backslash \{j\}$
10: Calculate $\sigma_Q^* \& \sigma_T^*$
11: **if** $\sigma_Q^* \leq \sigma_q \wedge \sigma_T^* \leq \sigma_T$ **then**
12: $Q_k \leftarrow Q_k^*$
13: $Q_l \leftarrow Q_l^*$
14: $T_k \leftarrow T_k^*$
15: $T_l \leftarrow T_l^*$
16: $N_k \leftarrow N_k^*$
17: $N_l \leftarrow N_l^*$
18: $\sigma_Q^* \leftarrow \sigma_Q$
19: $\sigma_T^* \leftarrow \sigma_T$
20: **end if**
21: **end for**

Se obtiene como entrada la solución de la búsqueda local 2 Algorithm 8, la desviación estándar en la demanda, la desviación estándar en la distancia para todas las rutas y el número de iteraciones. Como salida se genera la solución final del GRASP con rutas balanceadas en capacidad utilizada y distancia recorrida.

Se repite el proceso el número de iteraciones definido [linea 1]. Se seleccionan de manera aleatoria dos rutas [linea 2] y se seleccionan de manera aleatoria dos nodos uno de cada ruta [linea 3]. Se realiza un intercambio entre estos nodos y se guardan los valores actualizados como parámetros auxiliares de las rutas, capacidad utilizada por ruta [lineas

4-5], distancia recorrida por ruta [lineas 6-7], conjunto de puntos por ruta [lineas 8-9] y se calculan las desviaciones estándar tomando en cuenta estos parámetros auxiliares.

Si la desviación estándar auxiliar es menor o igual a la desviación estándar original en capacidad utilizada y distancia recorrida por ruta. Los parámetros originales se actualizan a el valor de los parámetros auxiliares.

Algorithm 5 GRASP

1: **for** $a = 1$ **to** $Sample$ **do**
2: Phase Construction
3: Local Search 1
4: Local Search 2
5: Local Search 3
6: **end for**

El Algorithm 5 describe la metodología global del GRASP, fase de construcción con tres busquedas locales.

4

EXPERIMENTACIÓN

La fase de experimentación se define en dos secciones, los casos aplicando los modelos de Programación Lineal Entera Mixta y los casos aplicando la metaheurística GRASP desarrollada. Todos los experimentos serán efectuados en una computadora personal con procesador i3 1.80GHz de 4 núcleos y 4GB de RAM.

4.1. Modelos multiobjetivo de MILP

Aquí se prueba la eficiencia de los 2 modelos de MILP: $min-max$ y $min\{max-min\}$, aplicando en ambos modelos los mismos casos de prueba. Los diferentes casos de prueba se ejecutarán por un tiempo limitado a 24 horas (86,400 segundos) y con un Gap de 1×10^{-4}.

Primeramente se generan casos completamente balanceados con un programa para este fin, Tabla 4.1. Los parámetros utilizados son $Q = 8$ y $T = 16$. El número de puntos van desde 6 hasta 30, para diferente número de rutas desde 2 hasta 9.

Tabla 4.1: Casos de prueba balanceados. Instancias pequeñas.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
BAL-N6-K2	6	16	8	16	2
BAL-N10-K3	10	24	8	16	3
BAL-N15-K4	15	32	8	16	4
BAL-N18-K5	18	40	8	16	5
BAL-N20-K6	20	48	8	16	6
BAL-N23-K7	23	56	8	16	7
BAL-N26-K8	26	64	8	16	8
BAL-N30-K9	30	72	8	16	9

Después se seleccionan de manera aleatoria dos conjunto de 10 y 15 puntos de los 363 puntos de datos de un problema real en la Ciudad de Chihuahua. El ajuste que se realiza para obtener las 4 instancias de la Tabla 4.2 es en el parámtero T.

Tabla 4.2: Casos de prueba datos reales. Instancias pequeñas.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
MAQ-N10A	10	25	10	30,000	3
MAQ-N10B	10	25	10	10,000	3
MAQ-N15A	15	30	8	30,000	4
MAQ-N15B	15	30	8	14,000	4

Por último se prueban los modelos para un caso de la literatura aplicado a un problema real en Ankara, Turquía. Ver Tabla 4.3

Tabla 4.3: Casos de literatura. Bektas y Elmastas.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
BEK29	29	519	33	25,000	—

4.2. Metaheurística GRASP

Se ejecutan las siguientes instancias para el GRASP.

Casos balanceados en instancias pequeñas, Tabla 4.1, Casos con datos reales de la Ciudad de Chihuahua en instancias pequeñas, Tabla 4.2 y caso real de la literatura, Tabla 4.3.

Casos balanceados en instancias medianas y grandes, Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Casos de prueba balanceados.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
BAL-N37-K3	37	64	18	150	3
BAL-N79-K4	79	92	23	210	4
BAL-N125-K5	125	160	32	355	5
BAL-N194-K7	194	266	38	722	7
BAL-N301-K11	301	440	40	1,200	11

Casos generados de los datos reales de la Ciudad de Chihuahua en instancias medianas y grandes, Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Casos de prueba. Datos reales.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
MAQ-N98	98	190	40	30,000	—
MAQ-N149	149	275	40	30,000	—
MAQ-N224	224	409	40	30,000	—
MAQ-N299	299	541	40	30,000	—
MAQ-N363	363	643	40	30,000	—

Experimentación para casos reportados en la literatura: Se seleccionan de los 3 conjuntos disponibles de Augerat 4 del set A, 4 del set B y 4 del set P, Tabla 4.6. De Christofides se seleccionan los 14 casos disponibles, Tabla 4.7. Se prueba la instancia de Rinaldi-Yarrow propuesta, Tabla 4.8 y de Rochat-Taillard las 13 instancias disponibles

y se genera otra instancia de la última en la lista eliminado los 15 puntos con mayor demanda, Tabla 4.9.

Tabla 4.6: Casos de prueba literatura. Augerat.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
Augerat	Set A				
A-N32-K5	32	410	100	—	5
A-N45-K7	45	634	100	—	7
A-N61-K9	61	885	100	—	9
A-N80-K10	80	942	100	—	10
Augerat	Set B				
B-N43-K6	43	521	100	—	6
B-N52-K7	45	606	100	—	7
B-N57-K9	57	803	100	—	9
B-N67-K10	67	907	100	—	10
Augerat	Set P				
P-N16-K8	16	246	35	—	8
P-N19-K2	19	310	160	—	2
P-N55-K15	55	1,042	70	—	15
P-N101-K4	101	1,458	400	—	4

Tabla 4.7: Casos de prueba literatura. Christofides.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
Christofides	Set 2				
VRPNC1	50	777	160	99,999	–
VRPNC2	75	1,364	140	99,999	–
VRPNC3	100	1,458	200	99,999	–
VRPNC4	150	2,235	200	99,999	–
VRPNC5	199	3,186	200	99,999	–
VRPNC6	50	777	160	200	–
VRPNC7	75	1,364	140	160	–
VRPNC8	100	1,458	200	230	–
VRPNC9	150	2,235	200	200	–
VRPNC10	199	3,186	200	200	–
VRPNC11	120	1,375	200	99,999	–
VRPNC12	100	1,810	200	99,999	–
VRPNC13	120	1,375	200	720	–
VRPNC14	100	1,810	200	1,040	–

Tabla 4.8: Casos de prueba literatura. Rinaldi-Yarrow.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
Rinaldi-Yarrow					
ATT48	48	47	15	—	–

Tabla 4.9: Casos de prueba literatura. Rochat-Taillard.

ID	Puntos	Demanda total	Q	T	Rutas
Rochat-Taillard					
TAI-75A	75	13,756	1,445	—	–
TAI-75B	75	14,906	1,679	—	–
TAI-75C	75	9,520	1,122	—	–
TAI-75D	75	14,175	1,699	—	–
TAI-100A	100	15,203	1,409	—	–
TAI-100B	100	19,503	1,842	—	–
TAI-100C	100	20,999	2,043	—	–
TAI-100D	100	13,592	1,297	—	–
TAI-150A	150	21,831	1,544	—	–
TAI-150B	150	25,485	1,918	—	–
TAI-150C	150	28,048	2,021	—	–
TAI-150D	150	25,578	1,874	—	–
TAI-385	385	2,983	65	—	–
TAI-370	370	2,277	65	—	–

En la sección del Apéndice se encuentran las coordenadas XY de cada punto y su demanda para cada una de las instancias descritas en este capítulo.

4.3. Técnicas para modelos multiobjetivo

4.3.1. $\epsilon - constraint$ aplicado al modelo MILP

Para esta fase de la experimentación sólo se consideran dos objetivos f_2 y f_3. Se aplicará la técnica $\epsilon - constraint$ a los siguientes casos: BEK29 y MAQ-N15B.

4.3.2. Métrica S aplicada a metaheurística GRASP

Para esta fase de la experimentación sólo se consideran dos objetivos σ_Q y σ_T. Se aplicará la métrica S a los siguientes casos: A-N80-K10, VRPNC11, ATT48, TAI110D y

MAQ-N363.

5

RESULTADOS

5.1. Resultados de la evaluación de los modelos MILP

En la tabla de solución para los diferentes experimentos del modelo se reporta: el valor de la función objetivo, tiempo en segundos para encontrar la solución óptima, el porcentaje de Gap en caso de no haber encontrado la solución óptima en el tiempo definido, el número de nodos explorados y el número de iteraciones.

Para los casos balanceados se muestran los resultados para ambos modelos en la Tabla 5.1 y Tabla 5.2.

Tabla 5.1: Resultados modelo $min\{max - min\}$. Casos balanceados.

ID	F.O.	Tiempo (s)	Gap ($\%$)	Nodos Exp.	Iteraciones
BAL-N6-K2	1.0	0.03	0.0	6	84
BAL-N10-K3	1.0	0.17	0.0	118	1,351
BAL-N15-K4	1.0	28.00	0.0	22,035	601,959
BAL-N18-K5	1.0	34.89	0.0	26,667	666,577
BAL-N20-K6	1.0	99.96	0.0	55,257	1,525,652
BAL-N23-K7	1.0	1,542.09	0.0	1,086,667	28,130,745
BAL-N26-K8	1.0	7,137.50	0.0	2,635,981	65,911,605
BAL-N30-K9	1.0079	86,400.00	15.84	20,993,219	555,875,595

Para el caso BAL-N30-K9 presenta como mejor cota $LB = 0{,}8483$, $T_{max} = 16$ y

$T_{min} = 15{,}8155$, $Q_{max} = Q_{min} = 8$.

Tabla 5.2: Resultados modelo $min\{max\}$. Casos balanceados.

ID	F.O.	Tiempo (s)	Gap (%)	Nodos Exp.	Iteraciones
BAL-N6-K2	2.9161	0.02	0.0	0	31
BAL-N10-K3	2.8773	0.19	0.0	80	1,097
BAL-N15-K4	2.8551	118.96	0.0	90,410	2,848,173
BAL-N18-K5	2.8353	44.34	0.0	37,689	961,569
BAL-N20-K6	2.8806	1,509.92	0.0	867,564	31,766,083
BAL-N23-K7	2.8129	4,718.20	0.0	2,923,342	79,139,204
BAL-N26-K8	2.8075	21,556.10	0.0	12,358,490	253,957,374
BAL-N30-K9	2.7192	86,400.00	3.69	23,525,682	575,202,583

La solución BAL-N20-K6 es la primera donde se reduce el $T_{max} = 15{,}6304$. Para el caso de BAL-N23-K7 $T_{max} = 15{,}9623$.

Para los casos generados de los datos reales se observan los resultados en la Tabla 5.3 y Tabla 5.4.

Tabla 5.3: Resultados modelo $min\{max - min\}$. Casos datos reales.

ID	F.O.	Tiempo (s)	Gap (%)	Nodos Exp.	Iteraciones
MAQ-N10A	0.4284	163.7	0.0	283,200	4,996,627
MAQ-N10B	1.0730	3.64	0.0	4,932	89,369
MAQ-N15A	0.5893	86,400.00	43.66	21,962,586	475,222,674
MAQ-N15B	1.1200	10,169.48	0.0	10,620,957	231,512,621

Tabla 5.4: Resultados modelo $min\{max\}$. Casos datos reales.

ID	F.O.	Tiempo (s)	Gap ($\%$)	Nodos Exp.	Iteraciones
MAQ-N10A	1.4037	12.97	0.0	51,005	46,080
MAQ-N10B	2.4110	1.20	0.0	2,225	20,533
MAQ-N15A	1.7169	86,400.00	12.85	24,784,895	257,122,896
MAQ-N15B	2.5363	510.69	0.0	1,019,238	13,218,745

Y para el caso Bektas-Elmastas los resultados estan en la Tabla 5.5 y Tabla 5.6 para ambos modelos.

Tabla 5.5: Resultados modelo $min\{max - min\}$. Caso BEK29

ID	F.O.	Tiempo (s)	Gap ($\%$)	Nodos Exp.	Iteraciones
BEK29	1.4148	25.09	0.0	2,049	126,463

La distancia total de tranportación es de 207,941 metros con una desviación estándar en distancia de 5,595.3564 y una desviación estándar en la demanda de 3.9145.

Tabla 5.6: Resultados modelo $min\{max\}$. Caso BEK29.

ID	F.O.	Tiempo (s)	Gap ($\%$)	Nodos Exp.	Iteraciones
BEK29	2.3353	19.67	0.0	2,555	81,991

La distancia total de tranportación es de 211,631 metros con una desviación estándar en distancia de 5,265.4412 y una desviación estándar en la demanda de 4.0007.

5.2. Resultados de la evaluación del GRASP

Para los resultados aplicando el GRASP se reportan en cada tabla el ID de el número de corrida de las 50 posibles, número de rutas, distancia total, desviación estándar en la demanda, desviación estándar en la distancia, demanda mínima en una de las rutas,

demanda máxima en una de las rutas, distancia mínima en una de las rutas, distancia máxima en una de las rutas, diferencia en la demanda entre el máximo y el mínimo y diferencia en la distancia entre el máximo y el mínimo.

En cada una de las instancias se muestran 3 soluciones de las 50 ejecuciones; la primera es la solución con la menor distancia total, la segunda es la solución con la menor desviación estándar en la demanda y la tercera es la solución con la menor desviación estándar en la distancia. Si en algún caso existe una solución con un menor número de rutas a cualquiera de las 3 soluciones ya mencionadas se imprime una 4 solución como opción. Además para cada instancia se muestra el tiempo de ejecución dado en segundos.

Tabla 5.7: Resultados GRASP. Casos balanceados. Instancias pequeñas.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		3.6 seg.	BAL-N6–K2							
5	2	32.0000	0.0000	0.0000	8	8	16.0000	16.0000	0	0.0000
5	2	32.0000	0.0000	0.0000	8	8	16.0000	16.0000	0	0.0000
5	2	32.0000	0.0000	0.0000	8	8	16.0000	16.0000	0	0.0000
		5.8 seg.	BAL-N10-K3							
10	4	46.4325	1.8257	4.5325	4	8	5.1353	15.5204	4	10.3851
21	5	69.2634	0.4472	1.1732	4	5	12.5735	15.7041	1	3.1306
35	4	56.7069	1.4142	0.9819	5	8	13.2014	15.5204	3	2.3190
		7.7 seg.	BAL-N15-K4							
25	6	57.0443	0.8165	3.4180	4	6	6.2577	16.0762	2	9.8185
2	6	69.2856	0.5164	2.4311	5	6	9.6078	15.9999	1	6.3921
6	6	89.8255	1.7512	1.1948	3	8	13.4628	16.0762	5	2.6134
		9.4 seg.	BAL-N18-K5							
31	7	78.8684	2.2887	2.7332	1	8	7.2907	15.6373	7	8.3466
1	7	83.5704	0.4880	3.4957	5	6	6.4169	15.7533	1	9.3365
17	6	91.8148	1.0328	0.5112	6	8	14.7086	16.0493	2	1.3407
		11.7 seg.	BAL-N20-K6							
41	9	104.5457	1.2247	3.6154	4	8	4.8709	15.6305	4	10.7596
16	9	128.1932	0.5000	1.5622	5	6	10.7822	15.8373	1	5.0551
38	9	125.4019	1.2247	0.8706	3	7	12.1722	14.8719	4	2.6998
34	8	111.7883	0.5345	3.0799	5	7	6.7011	17.0768	2	10.3757
		14.6 seg.	BAL-N23-K7							
46	9	99.7585	0.4410	4.3407	6	7	4.5675	17.1896	1	12.6221
16	11	143.3086	0.3015	2.8236	5	6	7.3931	15.8980	1	8.5049
13	10	143.1429	1.8379	1.4349	2	8	11.3750	15.6393	6	4.2643
		17.1 seg.	BAL-N26-K8							
38	14	129.2506	1.3986	6.0302	3	8	0.9217	17.4059	5	16.4842
10	13	151.0603	0.8623	4.7651	3	6	1.4254	17.1171	3	15.6917
1	14	153.2842	0.9376	4.0330	3	7	1.4254	15.8870	4	14.4616
25	12	129.9431	1.4355	5.4800	3	8	1.4254	17.3471	5	15.9217
		20.6 seg.	BAL-N30-K9							
11	12	139.4239	1.2792	3.4066	4	8	4.0675	15.9133	4	11.8457
3	13	160.6990	0.5189	4.7100	5	6	2.6167	16.9289	1	14.3122
18	11	143.6226	0.9342	2.8817	5	8	7.6659	15.9154	3	8.2495

Tabla 5.8: Resultados GRASP. Casos datos reales. Instancias pequeñas.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		5.2 seg.	MAQ-N10A							
10	3	22267.6122	1.1547	1053.2673	7	9	6539.3786	8588.2679	2	2048.8893
34	4	42273.7995	0.5000	5430.3387	6	7	4135.1263	17422.0962	1	13286.9698
8	3	26725.8992	1.5275	19.0790	7	10	8895.5238	8930.5213	3	34.9975
		5.3 seg.	MAQ-N10B							
11	3	20811.0403	1.5275	4364.1607	7	10	2012.9060	10326.8456	3	8313.9396
1	4	27204.5134	0.5000	1884.5168	6	7	4135.1263	8471.2887	1	4336.1624
12	3	28668.1085	1.1547	734.6272	7	9	8815.2120	10284.3055	2	1469.0935
		8.2 seg.	MAQ-N15A							
33	4	39611.5887	0.5774	5568.5123	7	8	3819.6765	17180.5377	1	13360.8611
1	5	51202.1163	0.0000	5969.7397	6	6	3739.4459	19723.2904	0	15983.8445
20	4	63908.8059	0.5774	1438.9121	7	8	14601.1795	17967.0234	1	3365.8440
		9.0 seg.	MAQ-N15B							
42	5	38935.6200	1.2247	4285.2780	4	7	3819.6765	14329.9142	3	10510.2377
6	5	46376.9146	0.0000	2978.7020	6	6	6326.5931	13889.3572	0	7562.7641
36	5	56137.2723	1.2247	1745.7983	5	8	9096.9392	13903.0060	3	4806.0668

Tabla 5.9: Resultados GRASP. Instancias literatura. BEK29.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		24.4 seg.	BEK29							
35	21	222916	3.1960	8502.7704	19	32	850	24050	13	23200
35	21	222916	3.1960	8502.7704	19	32	850	24050	13	23200
29	23	229306	5.8062	7334.5315	5	32	850	24050	27	23200

GRASP. Instancias de la literatura

Tabla 5.10: Resultados GRASP. Instancias literatura. Augerat Set A.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		20.9 seg.	A-N32-K5							
10	5	1038.5543	8.1548	49.4646	69	90	129.6262	263.6382	21	134.0119
17	5	1277.4587	1.4142	1.9187	81	84	253.3186	258.2387	3	4.9201
46	5	1240.7587	10.9316	0.3404	66	94	247.7892	248.5187	28	0.7296
		34.6 seg.	A-N45-K7							
38	7	1136.7623	2.0702	6.7945	88	93	152.7580	173.8289	5	21.0709
11	7	1717.4665	0.9759	5.3324	89	92	237.8039	252.9857	3	15.1818
43	7	1721.8044	2.8200	1.1362	87	96	244.3540	247.5104	9	3.1564
		62.7 seg.	A-N61-K9							
9	10	1544.8411	2.9155	44.1714	83	91	54.7453	240.1644	8	185.4191
49	10	1759.6920	0.9718	41.7585	87	90	68.8121	220.3671	3	151.5549
24	11	2071.2137	6.4554	8.8077	68	93	168.2376	205.9471	25	37.7095
		96.8 seg.	A-N80-K10							
9	10	1839.1139	2.6162	58.9548	88	96	108.0555	328.1359	8	220.0804
42	10	2308.2360	0.6325	52.1122	93	95	168.3590	360.4295	2	192.0705
13	11	3476.1305	3.8800	1.8931	79	92	312.2353	320.2482	13	8.0129

Tabla 5.11: Resultados GRASP. Instancias literatura. Augerat Set B.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		32.1 seg.	B-N43-K6							
38	6	937.0959	5.9133	3.5330	79	96	152.7805	161.5715	17	8.7910
3	6	1189.4024	0.7528	31.6746	86	88	140.2401	235.4850	2	95.2449
23	6	1121.9268	3.3714	0.9012	81	90	185.8092	188.1431	9	2.3339
		45.3 seg.	B-N52-K7							
45	7	1379.1192	3.4572	49.5131	84	92	94.2184	235.4445	8	141.2261
50	7	2035.0985	1.2724	18.0947	85	89	254.3272	314.1469	4	59.8196
13	7	2057.1851	4.9952	0.3939	77	91	293.0752	294.2512	14	1.1760
		52.5 seg.	B-N57-K9							
1	9	1626.5714	1.8559	45.3397	86	92	81.1435	226.6379	6	145.4945
49	9	2116.2457	1.0929	11.1451	88	91	219.3542	256.7010	3	37.3468
24	9	2145.2088	4.4659	0.8131	84	100	236.5813	239.1740	16	2.5926
		69.0 seg.	B-N67-K10							
46	10	1030.7125	2.4518	37.9755	86	94	44.0361	175.7082	8	131.6721
30	10	1862.9272	0.4830	31.9608	90	91	119.9214	251.5484	1	131.6269
14	10	1923.8698	1.4944	1.6695	87	92	189.1748	194.5860	5	5.4111

Tabla 5.12: Resultados GRASP. Instancias literatura. Augerat Set P.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		10.3 seg.	P-N16-K8							
44	9	255.1840	4.1231	10.9777	19	31	12.0416	45.6371	12	33.5955
2	9	306.9644	2.2913	17.0093	23	31	12.0416	68.3989	8	56.3573
26	10	288.6037	6.1137	7.3511	14	31	12.0416	36.3315	17	24.2899
13	8	276.1771	4.0620	17.7223	23	35	12.0416	68.3647	12	56.3231
		9.5 seg.	P-N19-K2							
28	2	201.6043	1.4142	0.9986	154	156	100.0961	101.5083	2	1.4122
19	2	270.6336	0.0000	0.3876	155	155	135.0427	135.5909	0	0.5482
26	3	374.0382	8.7369	0.0673	96	113	124.6200	124.7525	17	0.1325
		18.8 seg.	P-N55-K15							
2	18	847.9033	5.6868	15.4376	48	67	25.8304	92.0659	19	66.2355
48	18	1121.1168	1.2783	8.4479	55	60	37.1651	74.8133	5	37.6481
1	18	1135.1904	5.3894	8.1884	47	70	49.0618	83.0971	23	34.0353
5	17	876.4511	3.6532	16.3013	54	65	30.9613	106.7835	11	75.8222
		136.3 seg.	P-N101-K4							
7	4	1686.6606	7.8528	0.2584	356	373	421.4055	422.0163	17	0.6108
41	4	2227.5867	0.5774	0.1530	364	365	556.7524	557.0876	1	0.3352
14	4	1921.6090	3.1091	0.0555	360	367	480.3539	480.4735	7	0.1196

Tabla 5.13: Resultados GRASP. Instancias literatura. Christofides.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		42.2 seg.	VRPNC1							
42	5	751.4152	1.3416	0.4604	154	157	149.6273	150.8345	3	1.2072
5	5	1080.3368	0.5477	7.8103	155	156	206.1363	227.9542	1	21.8179
43	5	1094.9459	1.8166	0.4185	153	158	218.3268	219.3956	5	1.0689
		87.3 seg.	VRPNC2							
26	11	1314.9074	3.1937	22.0281	119	129	77.6868	163.6633	10	85.9765
32	11	1764.3777	1.7321	2.7198	122	127	155.0930	166.1969	5	11.1039
31	11	1813.1080	4.3589	1.0406	114	132	163.2963	166.9651	18	3.6688
		143.9 seg.	VRPNC3							
18	8	1869.4227	7.3046	1.3002	175	199	232.3325	236.5097	24	4.1772
30	8	2544.5433	1.6690	1.0570	180	185	316.3744	319.6377	5	3.2633
4	8	2585.8592	2.5495	0.3069	178	186	322.5912	323.6310	8	1.0398
		290.4 seg.	VRPNC4							
23	12	3027.8344	1.9598	1.2167	184	191	250.8368	255.3367	7	4.4999
40	12	3786.7302	1.4222	1.2551	183	188	313.9115	318.5966	5	4.6851
27	12	3346.6587	2.9271	0.6773	180	191	277.7479	280.5286	11	2.7807
		502.2 seg.	VRPNC5							
25	17	3805.3787	4.7178	33.0811	173	193	129.7640	279.2238	20	149.4598
31	17	5007.6497	2.0328	8.6891	182	190	276.8327	323.6281	8	46.7955
3	17	4920.2231	2.9803	0.8173	182	194	288.0820	291.0896	12	3.0077
		40.2 seg.	VRPNC6							
49	5	850.9341	2.8810	0.4092	153	160	169.7376	170.7739	7	1.0363
17	6	1098.0854	1.0488	1.4101	128	131	181.1825	184.5760	3	3.3935
4	6	1097.1652	5.1672	0.2255	123	137	182.6146	183.1301	14	0.5155
		82.2 seg.	VRPNC7							
32	11	1341.0812	3.8730	1.9708	117	128	118.4290	125.2357	11	6.8067
44	11	1597.6476	2.3238	3.6083	120	128	142.1236	155.1856	8	13.0620
12	11	1595.3625	4.1952	1.4543	118	131	142.1516	146.9940	13	4.8424
		136.5 seg.	VRPNC8							
33	8	1642.3677	4.7132	2.0952	178	190	203.5028	210.0751	12	6.5723
39	8	1895.1414	2.6049	0.7573	177	185	235.8638	237.8851	8	2.0213
44	8	1714.3508	5.5227	0.4139	172	190	213.7868	214.9856	18	1.1988
		277.1 seg.	VRPNC9							
33	12	2034.6105	4.9749	0.7321	176	191	168.1417	170.5795	15	2.4377
14	12	2347.6992	2.1794	0.6780	182	189	194.2134	196.7063	7	2.4930
21	13	2408.9792	8.8925	0.5258	157	193	184.0111	186.2303	36	2.2191
		507.1 seg.	VRPNC10							
26	18	2956.0580	5.0643	1.6701	166	189	160.6927	167.7601	23	7.0674
42	17	2983.3228	3.0220	1.0862	184	197	173.6758	179.0540	13	5.3782
10	18	3422.5800	5.5625	0.6651	160	185	189.0499	191.6312	25	2.5813
		204.7 seg.	VRPNC11							
32	7	1872.9865	1.5119	4.3656	194	198	259.7258	274.7474	4	15.0216
19	7	2201.6058	1.2724	10.1252	195	199	295.1904	327.6906	4	32.5001
16	8	3899.1534	1.7269	0.1636	169	174	487.0711	487.5739	5	0.5028
		140.3 seg.	VRPNC12							
28	10	2257.5958	5.6765	1.5529	170	190	224.1060	229.4296	20	5.3235
5	10	2359.8861	3.1623	0.7900	180	190	234.3851	236.8397	10	2.4546
2	10	2648.2754	5.6765	0.6304	170	190	263.5951	265.9719	20	2.3768
		192.3 seg.	VRPNC13							
41	7	1985.2734	0.5345	4.5370	196	197	273.7906	288.1626	1	14.3720
41	7	1985.2734	0.5345	4.5370	196	197	273.7906	288.1626	1	14.3720
11	7	2614.4800	0.9759	0.1337	195	198	373.2932	373.6902	3	0.3970
		146.9 seg.	VRPNC14							
5	10	2223.0599	7.3786	43.3206	170	190	120.4069	301.4632	20	181.0564
7	10	2823.1705	3.1623	2.5148	180	190	278.9889	288.3036	10	9.3146
29	10	2789.9756	5.6765	0.6826	170	190	277.9544	280.2329	20	2.2785

Tabla 5.14: Resultados GRASP. Instancias literatura. Rinaldi-Yarrow.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		37.2 seg.	ATT48							
5	4	66578.4599	0.5000	88.8360	11	12	16555.2888	16767.4962	1	212.2074
1	4	90307.4736	0.5000	55.9415	11	12	22510.9132	22641.8910	1	130.9778
4	4	90503.2271	0.5000	13.8583	11	12	22616.8355	22646.1175	1	29.2821

Tabla 5.15: Resultados GRASP. Instancias literatura. Rochat-Taillard.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		90.5 seg.	TAI75A							
47	12	2069.6000	92.8247	92.8611	942	1262	54.7546	340.9465	320	286.1919
6	13	3329.1542	24.3408	99.0288	1006	1085	81.0062	438.0881	79	357.0820
44	11	3219.7523	53.3936	43.8104	1111	1295	205.3378	366.9194	184	161.5816
		97.6 seg.	TAI75B							
1	11	1493.3589	126.1431	61.1264	1052	1482	46.5578	235.5713	430	189.0135
9	11	3541.5125	34.6481	103.7076	1297	1394	213.2731	605.2972	97	392.0241
22	11	3187.0788	43.3785	58.2907	1288	1424	169.5429	394.2729	136	224.7300
5	10	1865.4596	73.9667	119.8935	1373	1586	58.8723	479.2506	213	420.3783
		92.9 seg.	TAI75C							
18	11	1529.5912	253.5537	55.7419	238	1061	52.6135	237.9520	823	185.3384
7	9	2771.1064	17.2972	166.3520	1023	1076	80.7707	625.0120	53	544.2413
6	11	1548.5472	299.2014	30.2994	65	1061	91.6788	195.2462	996	103.5674
		99.9 seg.	TAI75D							
24	9	1564.5009	72.3136	82.8065	1464	1653	65.9352	298.1517	189	232.2165
50	10	3209.8244	20.0790	81.5368	1376	1452	129.6693	472.1918	76	342.5224
23	11	3776.8843	144.5962	35.5377	1019	1524	286.7942	438.4620	505	151.6678
		146.1 seg.	TAI100A							
11	13	3195.2046	100.9213	78.9655	1046	1293	67.4757	425.1516	247	357.6759
45	13	6247.8930	12.9461	95.7142	1150	1186	302.8397	742.3193	36	439.4796
19	13	5210.4423	51.4468	28.0702	1067	1242	319.0171	450.0531	175	131.0359
8	12	4597.1893	19.9292	173.4879	1227	1296	54.4663	643.5526	69	589.0863
		137.3 seg.	TAI100B							
23	13	3879.5767	53.9184	90.0850	1399	1580	109.6069	442.8420	181	333.2351
3	12	4940.4051	18.9886	113.7340	1595	1653	95.0418	565.6099	58	470.5680
13	12	5996.5952	43.8471	24.7337	1552	1696	462.1905	562.2129	144	100.0224
		148.0 seg.	TAI100C							
12	12	2082.6326	96.6159	81.6112	1547	1871	63.8256	301.2803	324	237.4546
19	12	3869.0430	20.7209	132.2026	1723	1777	94.2271	579.5885	54	485.3614
7	13	2780.0680	65.6181	27.8572	1522	1703	156.2560	282.1869	181	125.9309
6	11	2666.1482	61.3319	111.1317	1746	1964	32.3957	426.7438	218	394.3481
		154.4 seg.	TAI100D							
47	13	2202.3841	81.2790	135.8209	858	1139	53.4893	580.9809	281	527.4915
7	13	4451.8263	11.7588	100.1375	1022	1061	97.8008	522.9696	39	425.1688
11	12	4376.6131	60.2621	73.3894	1037	1266	218.5308	478.5304	229	259.9996
		293.9 seg.	TAI150A							
46	16	3834.3138	137.2438	101.2560	1034	1518	52.8444	475.4946	484	422.6501
39	17	10011.3366	22.3110	119.2606	1252	1327	344.7921	857.7225	75	512.9303
31	17	9292.6854	56.1474	46.2697	1189	1373	418.3599	671.2624	184	252.9025
		292.5 seg.	TAI150B							
5	15	3318.1589	142.8971	57.9071	1406	1889	109.8585	335.0803	483	225.2219
1	16	9095.6935	33.3244	175.8465	1546	1694	261.6292	998.0622	148	736.4330
5	15	3318.1589	142.8971	57.9071	1406	1889	109.8585	335.0803	483	225.2219
		304.5 seg.	TAI150C							
35	17	4324.4073	175.9094	122.2391	1253	1848	42.8978	599.9002	595	557.0024
50	16	9060.1208	22.0273	250.0550	1691	1781	54.4637	1013.4542	90	958.9905
11	16	8354.7333	48.8944	53.7917	1607	1811	422.7266	625.8343	204	203.1077
		326.6 seg.	TAI150D							
49	16	3413.9127	150.7125	81.1744	1349	1787	55.0019	378.9427	438	323.9408
47	16	7003.3440	22.9256	207.0841	1550	1630	126.9609	859.6806	80	732.7197
25	18	9612.9509	97.1124	36.0761	1121	1516	442.5652	613.5160	395	170.9508
		1968.8 seg.	TAI385							
14	56	30531.1700	8.8984	277.2561	25	60	8.5440	1257.9287	35	1249.3847
38	52	44703.0322	3.6570	434.0610	45	61	32.6497	2738.9185	16	2706.2689
10	55	32877.2209	7.1154	240.6917	26	60	8.5440	1319.5918	34	1311.0478
		1780.1 seg.	TAI370							
43	39	21541.3917	5.7839	319.0929	41	64	59.4903	1857.5452	23	1798.0549
19	39	67713.1933	0.7475	513.0550	57	60	329.9579	3375.8487	3	3045.8908
22	40	36810.7516	4.4341	285.9246	42	61	210.2207	1867.6014	19	1657.3807
6	38	28632.5535	4.6463	451.9452	48	64	59.4903	2011.0685	16	1951.5782

GRASP. Casos balanceados

Tabla 5.16: Resultados GRASP. Casos balanceados. Instancias medianas.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		25.2 seg.	BAL-N37–K3							
12	5	605.2718	0.8367	2.1979	10	12	118.7597	124.1794	2	5.4197
5	6	903.6459	0.0000	4.0215	9	9	144.9818	156.5150	0	11.5332
29	5	656.1308	0.8367	0.4063	10	12	130.9331	131.9217	2	0.9886
		90.9 seg.	BAL-N79-K4							
8	5	1046.5007	2.6077	0.2003	14	21	209.1003	209.6312	7	0.5310
33	7	1535.9782	0.3780	1.6294	13	14	217.5918	222.1371	1	4.5453
8	5	1046.5007	2.6077	0.2003	14	21	209.1003	209.6312	7	0.5310
		204.4 seg.	BAL-N125-K5							
6	6	2170.1524	0.8165	0.2734	26	28	361.2512	362.0283	2	0.7771
27	7	2628.0381	0.3780	0.7249	22	23	374.7024	376.7702	1	2.0678
44	8	3042.1098	1.4142	0.1629	17	21	379.9474	380.4509	4	0.5035
		470.6 seg.	BAL-N194-K7							
9	9	6450.5081	5.1505	0.9325	16	32	715.1605	717.9356	16	2.7751
17	11	7872.6824	0.4045	3.4120	24	25	710.3868	722.4919	1	12.1051
38	10	7534.9867	3.6271	0.7064	18	31	752.0959	754.1908	13	2.0949
		1121.6 seg.	BAL-N301-K11							
5	13	15196.5514	2.5115	6.7963	28	36	1162.2887	1190.1324	8	27.8437
19	14	17632.3471	2.1381	5.8806	26	33	1251.1900	1273.3834	7	22.1933
48	14	17903.6897	4.3273	1.7382	18	34	1276.0030	1282.5650	16	6.5620

GRASP. Datos reales

Tabla 5.17: Resultados GRASP. Casos datos reales. MAQ.

ID	Rutas	Distancia total	DesvStd Dem	DesvStd Dist	Dem Min	Dem Max	Dist Min	Dist Max	Dif Dem	Dif Dist
		139.4 seg.	MAQ-N98							
27	5	149795.6525	0.7071	41.9554	37	39	29901.8624	30002.7190	2	100.8566
26	7	197791.2673	0.3780	218.4058	27	28	28016.4687	28694.5102	1	678.0415
47	7	228585.1634	1.0690	9.5684	26	29	32634.8798	32665.3870	3	30.5072
		299.7 seg.	MAQ-N149							
43	8	233017.9092	2.9246	137.2817	28	36	29013.5977	29438.4585	8	424.8608
17	9	297921.2125	0.7265	86.2679	30	32	32999.7317	33257.6702	2	257.9386
46	10	329819.6869	4.7900	11.5638	15	32	32967.3481	32997.5687	17	30.2206
		653.9 seg.	MAQ-N224							
49	11	346690.1506	1.4013	136.0729	35	40	31384.2401	31895.3023	5	511.0621
27	13	391142.6386	0.8771	89.5748	30	33	29944.2575	30313.5136	3	369.2560
22	12	374377.5074	4.6015	16.0832	20	37	31171.9023	31226.7475	17	54.8452
		1160.8 seg.	MAQ-N299							
42	15	459400.0608	1.0328	53.4689	34	38	30543.1903	30745.8354	4	202.6451
27	16	498247.0153	0.6551	49.2933	33	35	31059.0230	31240.4324	2	181.4094
11	15	479000.0382	1.0998	39.7263	34	38	31840.6575	32041.1316	4	200.4741
		1606.3 seg.	MAQ-N363							
36	17	499780.4581	1.5904	29.6440	32	39	29356.6999	29479.9489	7	123.2490
19	19	603904.8984	0.9582	94.1567	32	35	31660.4252	32063.6596	3	403.2344
36	17	499780.4581	1.5904	29.6440	32	39	29356.6999	29479.9489	7	123.2490

5.3. Comparativo modelo MILP vs GRASP

Se realiza un comparativo para el caso de Bektas-Elmastas entre la solución que ellos reportan y los dos modelos de MILP y el GRASP. La solución del GRASP que se toma para comparar es la que en dos de sus tres métricas evaluadas resulta mejor.

Caso BEK29

Tabla 5.18: Resultados de prueba. Comparativo en el caso Bektas y Elmastas.

	Bektas	$min\{max\}$	$min\{max - min\}$	**GRASP**
Rutas	18	18	18	21
Dist total	209,746	**207,941**	211,631	222,916
SD dem	3.9145	3.9145	3.6662	**3.1959**
SD dist	5,648.8102	5,595.3564	**5,265.4412**	8,502.7704

5.4. Resultados aplicando técnicas multiobjetivo

Modelo de MILP

Tabla 5.19: Balanceo de distancia f_2 y Balanceo de demanda f_3. BEK29.

f_2	ϵ_3	ϵ_2	f_3
0.7195	1	1	0.2727
0.7195	0.37	0.76	0.2727
0.7474	0.34	0.75	0.3333
0.7632	0.28	0.72	0.3636
Infeasible	0.27	0.71	Infeasible
Infeasible	0	0	Infeasible

Tabla 5.20: Balanceo de distancia f_2 y Distancia total f_1. BEK29.

f_2	ϵ_1	ϵ_2	f_1
0.7195	1	1	0.4053
0.7195	0.50	0.77	0.4702
0.7474	0.48	0.75	0.4757
0.8076	0.47	0.72	0.4994
Infeasible	0.46	0.71	Infeasible
Infeasible	0	0	Infeasible

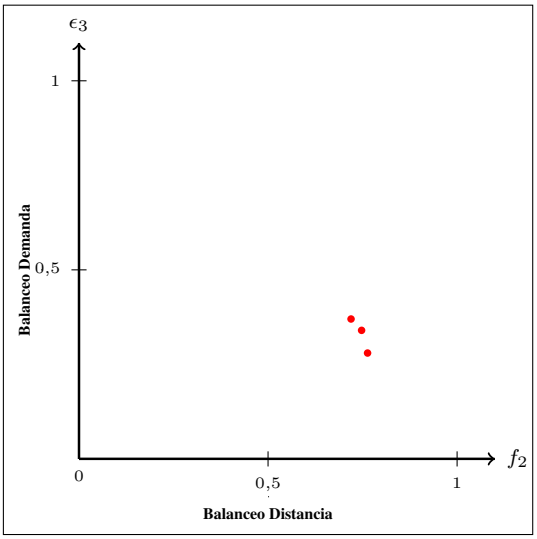

Figura 5.1: Frente de Pareto. BEK29. f_2 vs ϵ_3.

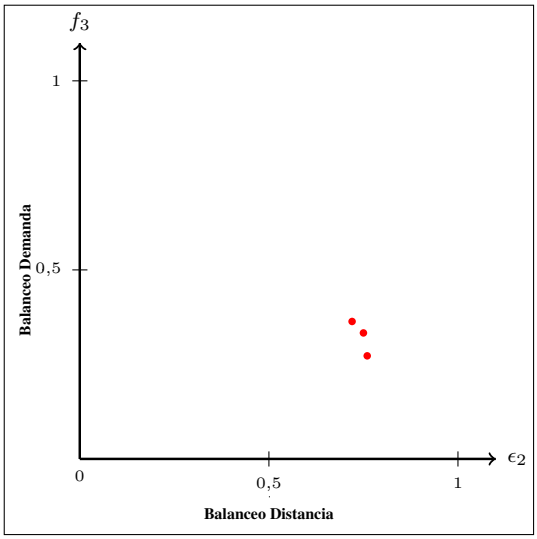

Figura 5.2: Frente de Pareto. BEK29. ϵ_2 vs f_3.

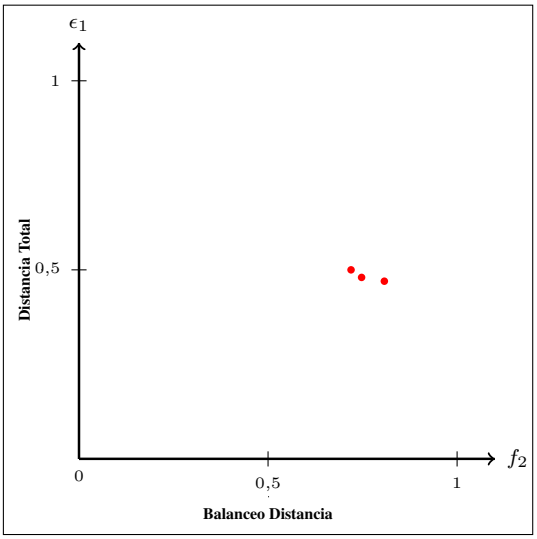

Figura 5.3: Frente de Pareto. BEK29. f_2 vs ϵ_1.

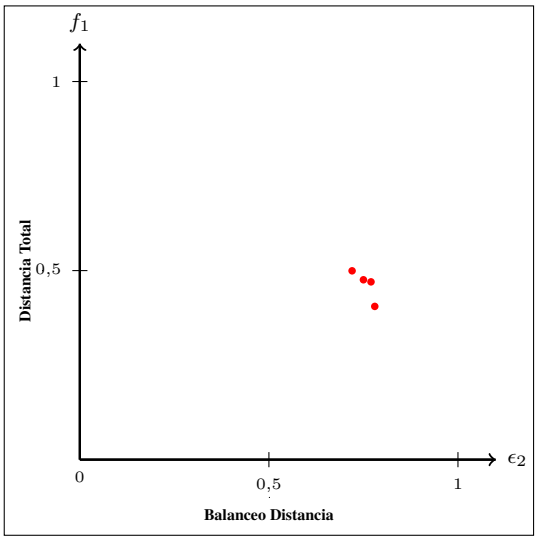

Figura 5.4: Frente de Pareto. BEK29. ϵ_2 vs f_1.

Metaheurística GRASP

Entre menor sea el valor de Promedio las soluciones son más cercanas al óptimo. Mientras menor sea la Std Dev menor dispersión hay en el Frente pareto obtenido.

Estos casos son ejecutados 500 veces.

Tabla 5.21: Métrica S. Casos de la literatura. GRASP.

Instancia	No. Soluciones	Promedio	Std Dev
A-N80-K10	3	0.0084	0.0079
VRPNC11	2	0.0002	0.0000
TAI-100D	13	0.0493	0.1605
ATT48	2	0.0089	0.0011

Este caso real es ejecutado 100 veces.

Tabla 5.22: Métrica S. Caso real. GRASP.

Instancia	No. Soluciones	Promedio	Std Dev
MAQ-N363	4	0.0177	0.0062

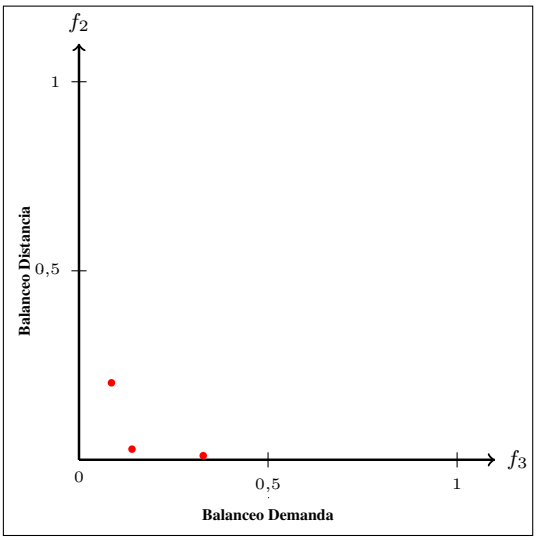

Figura 5.5: Frente de Pareto. A-N80-K10.

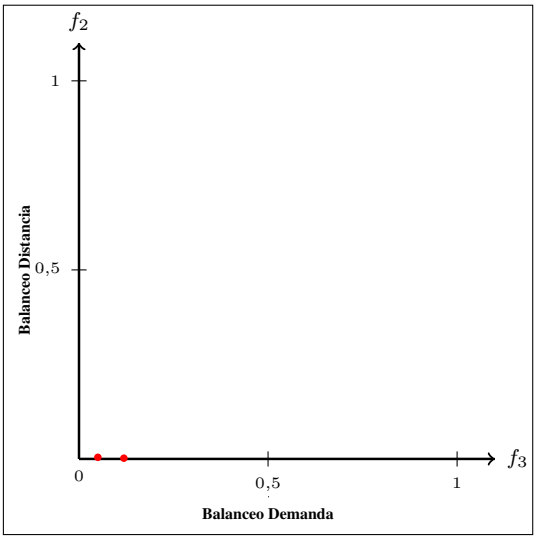

Figura 5.6: Frente de Pareto. VRPNC11.

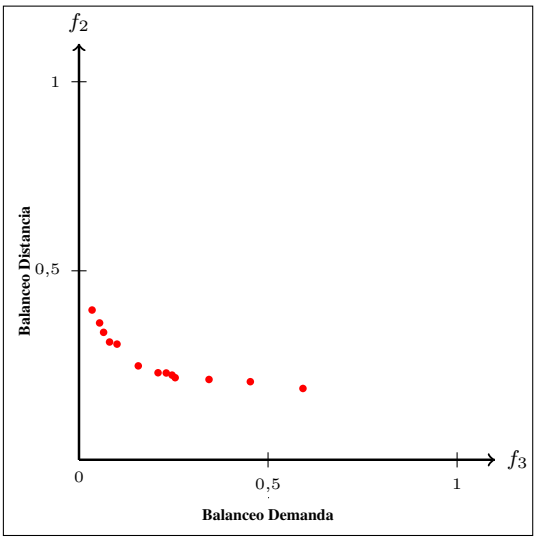

Figura 5.7: Frente de Pareto. TAI-100D.

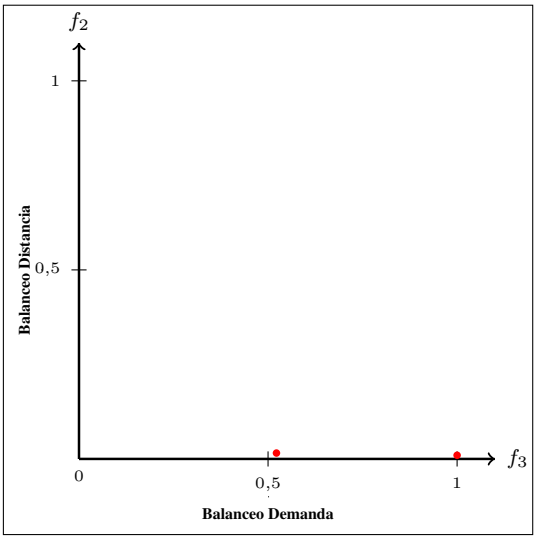

Figura 5.8: Frente de Pareto. ATT48.

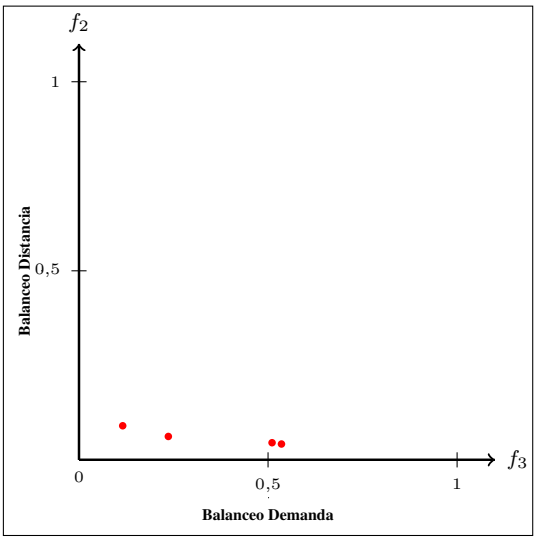

Figura 5.9: Frente de Pareto. MAQ363.

6

CONCLUSIONES

Se genera un modelo de MILP $min\{max-min\}$ con 3 objetivos donde se obtiene la solución óptima para el OVRPCD con balanceo. Se encuentra la solución óptima para casos de máximo 30 nodos (instancia pequeña del problema) con un grafo completo y no dirigido con un tiempo de ejecución máximo de 86,400 segundos.

En instancias medianas o grandes del problema, nos referimos a 50 nodos mínimo, es decir casos ya más cercanos a problemas de la vida cotidiana en cuanto al tamaño del problema, las instancias de experimentación reportadas en la literatura o el caso con datos reales en la Ciudad de Chihuahua, existe la necesidad de desarrollar un método de aproximación para ofrecer soluciones de calidad como la metaheurística GRASP propuesta. Se reportan buenas soluciones en la mayoria de los casos en un tiempo de ejecución reducido.

El modelo MILP $min\{max - min\}$ propuesto respecto al modelo MILP clasico $min\{max\}$ genera rutas mejor balanceadas en casos generales y se obtiene un tiempo computacional menor en casos generados totalmente balanceados.

Los métodos aplicados al modelo MILP y metaheurística GRASP, generan para cada instancia del problema evaluado un conjunto de soluciones que se determina son equivalentes. Esto permite que para el tomador de decisiones en la generación del sistema de rutas tenga posibilidad de elegir la solución más adecuada según criterios propios, pero donde esas soluciones contemplan los 3 objetivos mencionados.

No existe referencia encontrada o a nuestro conocimiento que considere una función multiobjetivo como la aquí evaluada para el OVRPCD ni con métodos exactos

ni con métodos de aproximación. Se considera solo f_1 y f_2, descartando f_3, se adapta el GRASP para evaluar la efectividad respecto a lo reportado en la literatura, el artículo completo se encuentra como Anexo B.

Trabajo futuro

Como trabajo futuro se desea mejorar la búsqueda local explorando con movimientos más avanzados.

Explorar el uso de otras metaheurísticas para obtener mejores soluciones en balanceo.

Aplicar la técnica node splitting (compartir la demanda entre varios vehículos) en los modelos y en el GRASP para permitir un mejor balanceo, en casos particulares como el de TAI385, donde la alta demanda de algunos puntos es muy cercana a la demanda total permitida por el vehículo.

Modificar el GRASP para generar frentes de pareto mas densos y evaluar de mejor manera el comportamiento de las soluciones de la metaheurística.

BIBLIOGRAFÍA

[Dantzing, 1959] Dantzig G.B. y Ramser J.H. (1959). The truck dispatching problem. *Manage Sci., 6 (1)*, 80-91.

[Christofides, 1979] Christofides N., Mingozzi A., Toth P., Sandi C. (1979). Combinatorial Optimization, cap 11, Chichester *John Wiley*

[Osman, 1993] Osman I. (1993). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research, 41*, 421-451.

[Gendreau, 1994] Gendreau M., Hertz A., Laporte G. (1994). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Managment Science, 40*, 1276,1290.

[Feo, 1995] Feo T. y Resende M. (1995). Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization, 6*, 109-134.

[Solow, 1996] Mathur K. y Solow D. (1996). Programación Entera Lineal: Aplicaciones y algoritmos, *Investigación de Operaciones, el arte de la toma de decisiones* (pp. 298 - 369). Naucalpan de Juárez, Estado de México, México: Prentice Hall.

[Wolsey, 1998] Integer Programming. Laurence A. Wolsey. Capítulo 1, Wiley-Interscience, Cap. Formulations, Pag. 1-19.

[Li, 2002] Li L. y Fu Z. (2002). The Bus Routing Problem: A Case Study. *The Journal of the Operational Research Society, Vol. 53 (5)*, 552-558.

[Jozefowiez, 2002] Jozefowiez, N., Semet, F., Talbi, E.-G. (2002). Parallel and hybrid models for multi-objective optimization: Application to the vehicle routing problem.

In: Merelo Guervós, J.J, Adamidis, P., Beyer, H.-G., Schwefel, H.-P., Fernández-Villacañas, J.-L. (eds.) Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VII. LNCS, vol. 2439, pp. 271-280. Springer, Heidelberg.

[Knowles, 2002] Knowles J., Corne D. (2002). On metrics for comparing nondominated sets. In: Congress on Evolutionary Computation. *(CEC 2002), vol 1, IEEE Service Center*, 711-726.

[Corberan, 2002] Corberán, A., Fernández, E., Laguna, M., Martí, R. (2002). Heuristic solutions to the problem of routing school buses with multiple objectives. *Journal Operational Research Society*. 53(4), 427-435.

[Deb, 2002] Deb K., Agrawal S., Pratab A., Meyuniban T. (2002). A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computing*, 182-197.

[Glover, 2003] Glover F. y Kochenberger G. (2003). Handbook of metaheuristics. *Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*.

[Tuyttens, 2004] Tuyttens, D., Teghem, J., El-Sherbeny, N. (2004). A particular multiobjective vehicle routing problem solved by simulated annealing. In:Gandibleux, X., Sevaux, M., Sorensen, K., Tkindt,V. (eds.) *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, pp. 133-152.

[Prins, 2004] Prins C. (2004). A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*.

[Osman, 2005] Osman M., Abo-Sinna M. y Mousa A. (2005). An effective genetic algorithm approach to multiobjective routing problems. *Applied Mathematics and Computation, 163*, 769-781.

[Erghott, 2005] Multicriteria Optimization. Matthias Erghott. Capítulo 12, Springer, Cap. Scalarization Techniques, Pag. 98-126.

[Jozefowiez, 2006] Jozefowiez N., Semet F. y Talbi E. (2006). Enhancements of NSGA II and Its Application to the Vehicle Routing Problem with Route Balancing. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg,* , 131-142.

[Schittekat, 2006] Schittekat P., Sevaux M. y Sorensen K. (2006). A mathematical formulation for a school bus routing problem. *IEEE, 1-4244-0451-7*, 1552-1557.

[Jozefowiez, 2006] Jozefowiez N., Semet F. y Talbi E. (2006). Enhancements of NSGA II and Its Application to the Vehicle Routing Problem with Route Balancing. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg,* , 131-142.

[Bektas, 2007] Bektas T. y Elmastas S. (2007). Solving School Bus Routing Problems through Integer Programming. *The Journal of the Operational Research Society, Vol. 58 (12)*, 1599-1604.

[Cordeau, 2007] Cordeau J., Laporte G., Savelsbergh M. y Daniele V. (2007). Chapter 6: Vehicle Routing. C. Barnhart and G. Laporte *(Eds.), Handbook in OR & MS, Vol. 14. Elsevier B.V.*, 617-700.

[Pisinger, 2007] Pisinger D. y Ropke S. (2007). A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers & Operations Research. No. 34*, 2403-2435.

[Jozefowiez, 2007] Jozefowiez, N., Semet, F., Talbi, E. G. (2007). Target aiming Pareto search and its application to the vehicle routing problem with route balancing. *Journal Heuristics* 13(5), 455-469.

[Nagata, 2008] Nagata Y. y Braysy O. (2008). Efficient Local Search Limitation Strategies for Vehicle Routing Problems. *LNCS 4972*, 48-60.

[Borgulya, 2008] Borgulya, I. (2008). An algorithm for the capacitated vehicle routing problem with route balancing. Cent. *European Journal of Operational Research* 16(4), 331-343.

[Prins, 2009] Prins C., Pereira F. y Tavares J. (2009). A GRASP X evolutionary local search hybrid for the vehicle routing problem. *En BIOInspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem. Springer. Berlin-Heidelberg* 35-53.

[Park, 2010] Park J. y Kim B. (2010). The school bus routing problem: A review. *European Journal of Operational Research 202*, 311-319.

[Isaza, 2011] Isaza C., Ossa A. y Isaza R. (2011). Planeación de sistemas secundarios de distribución usando el algoritmo branch and bound. *Ingeniería y Ciencia, ISSN 1794-9165, Vol. 7 (13)*, 47-64.

[Araya, 2012] Araya N., Obreque C. y Paredes G. (2012). Un modelo de Programación Lineal Entera Mixta para el problema de ruteo de vehículos en el transporte escolar. *Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa*.

[Park, 2012] Park J., Tae H. y Kim B. (2012). A post improvement procedure for the mixed load school bus routing problem. *European Journal of Operational Research, 217*, 204-213.

[Euchi, 2012] Euchi J. y Mraihi R. (2012). The urban bus routing problem in the Tunisian case by the hybrid artificial ant colony algorithm. *Swarm end Evolutionary Computation, 2*, 15-24.

[Laguna, 2012] Pacheco J., Caballero R., Laguna M. y Molina J. (2012). Modelo de rutas biobjetivo. Aplicación al transporte escolar en áreas urbanas. *XVII Jornadas ASEPUMA - V Encuentro Internacional Rect@ Vol Actas_17 Issue 1: 202*.

[Schwarze, 2012] S. Schwarze y S. VoB. (2012). Improved load balancing and resource utilization for the Skill Vehicle Routing Problem. *Springer*, 1805-1823.

[Schittekat, 2013] P. Schittekat, J. Kinable, K. Sorensen, M. Sevaux, F. Spieksma, J. Springael (2013). A metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. *European Journal of Operational Research*.

Apéndice A

GRASP COMPARATIVO CONTRA NSGA II

A.1. Aplicación de metaheurística GRASP para el CVRPRB

En esta sección se presenta una adaptación del GRASP para un problema bi-objetivo y con balanceo diferente al utilizado en la propuesta de tesis. Se realiza un comparativo con resultados reportados en [Jozefowiez, 2006] donde utilizan el algoritmo NSGA II.

A.1.1. Resumen

En este trabajo se describe la aplicación de la metaheurística GRASP a un problema de ruteo de vehículos con balanceo de rutas para 4 casos de la literatura y se realiza un comparativo con 4 algoritmos TS, GA, NSGA II y NSGAED.

Palabras clave: *GRASP, VRP, Balanceo, Métrica S.*

A.1.2. Introducción

En este proyecto se utiliza una metaheurística GRASP (Greedy Randomize Adaptive Search Procedure) aplicada a un problema de ruteo de vehículos más estudiados en la literatura, el CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem). El GRASP fue propuesto por [Feo, 1995], consiste en dos fases, la primera se enfoca en construir

una solución factible y la segunda etapa aplicando búsqueda local se intenta mejorar la solución. El CVRP consiste en generar un conjunto de rutas con el mínimo costo cubriendo todos los puntos una sola vez que tienen asociada una demanda q_i sin exceder la capacidad Q de los vehículos utilizados.

El enfoque de este trabajo es de un problema biobjetivo, a la variante le llamaremos CVRPRB (Capacitated Vehicle Routing Problem with Route Balancing), los objetivos son los siguientes:

1. Minimizar la distancia total recorrida por los vehículos.

2. Minimizar la diferencia entre la distancia máxima y distancia mínima recorrida entre rutas.

Los casos de prueba fueron propuestos en [Christofides, 1979], son solamente 4 instancias que estan entre 100 y 200 puntos.

Para cada instancia se reporta el valor de ambos objetivos se tienen como referencia los resultados reportados en [Gendreau, 1994] donde aplican una Búsqueda Tabu, [Prins, 2009] un Algoritmo Genético, NSGA II (Genetic Algorithm) propuesto por [Deb, 2002] y NSGAED (Genetic Algorithm Elitism Diversification) [Jozefowiez, 2006] este último reporta dos soluciones la mejor en ambos objetivos con el valor objetivo asociado.

La propuesta de la metaheurística se realiza con dos enfoques variando la búsqueda local. Se reportan la solución de los 2 y se comparan con los resultados de la literatura para este problema.

.

A.1.3. Metodología

Se definen los siguientes parámetros:

Q: Capacidad máxima permitida

T: Distancia máxima permitida

n: Número total de nodos

0: Depósito (nodo principal)

N: Conjunto de nodos. $i = 1, 2, \ldots, n$

K: Conjunto de rutas

$C_{i,j}$: Distancia euclidiana del punto i al punto j

q_i: Demanda del nodo i

Q_k: Capacidad utilizada por la ruta k

T_k: Distancia recorrida por la ruta k

N_k: Conjunto de nodos en la ruta k

Para el GRASP utilizamos una Lista de Candidatos Restringida o *Restringed Candidate List* (RCL). El número de iteraciones de la búsqueda local $Iter$. El número de corridas de la metaheurística $Sample$.

Algorithm 6 Phase Construction

Require: RCL, N, Q, T, $C_{i,j}$, q_i

Ensure: K, Q_k, T_k, N_k

```
k = 1
K = ∅
while N ≠ ∅ do
    Q_k = 0;
    T_k = 0;
    N_k = {0};
    K = K ⋃ {k};
    i = 0;
    while Q_k ≤ Q ∧ T_k ≤ T do
        C*_{i,j} = random(1, RCL){sort(min C_{i,j} | i ≠ j, 1 ≤ j ≤ n)}
        Q_k ← Q_k + q_j;
        T_k ← T_k + C*_{i,j};
        N_k ← N_k ⋃ {j};
        N ← N \ {j};
        i = j;
    end while
    Q_k ← Q_k − q_i;
    T_k ← T_k − C*_{i,j};
    N_k ← N_k \ {i};
    N ← N ⋃ {i};
    k = k + 1;
end while
```

El Algorithm 6 es la fase de construcción de la metaheurística GRASP.

$$f = \{max_{s \in K} T_s\} - \{min_{s \in K} T_s\}$$

Algorithm 7 Local Search 1

Require: Phase Construction, $Iter$, f

Ensure: Route Balancing

1: **for** $a = 1$ **to** $Iter$ **do**
2: $random(k, l|k, l \in K)$
3: $random(i, j|i \in N_k, j \in N_l)$
4: $swap(i, j)$
5: $Q_k^* = Q_k + q_j$
6: $Q_l^* = Q_l + q_i$
7: $T_k^* = T_k - C_{i-1,i} - C_{i,i+1} + C_{i-1,j} + C_{j,i+1}$
8: $T_l^* = T_l - C_{j-1,j} - C_{j,j+1} + C_{j-1,i} + C_{i,j+1}$
9: $N_k^* = N_k \bigcup \{j\} \backslash \{i\}$
10: $N_l^* = N_l \bigcup \{i\} \backslash \{j\}$
11: $f^* = \{max_{s \in K} T_s\} - \{min_{s \in K} T_s\}$
12: **if** $(Q_k^* \leq Q \wedge Q_l^* \leq Q) \wedge [(f^* < f \wedge T_k^* \leq T_k \wedge T_l^* \leq T_k) \vee (f^* \leq f \wedge T_k^* < T_k \wedge T_l^* < T_k)]$ **then**
13: $Q_k \leftarrow Q_k^*$
14: $Q_l \leftarrow Q_l^*$
15: $T_k \leftarrow T_k^*$
16: $T_l \leftarrow T_l^*$
17: $N_k \leftarrow N_k^*$
18: $N_l \leftarrow N_l^*$
19: **else**
20: $swap(j, i)$
21: **end if**
22: **end for**

Algorithm 8 Local Search 2

Require: Phase Construction, $Iter$, f

Ensure: Route Balancing

for $a = 1$ **to** $Iter$ **do**
  $random(k, l|k, l \in K)$
  $random(i, j|i \in N_k, j \in N_l)$
  $swap(i, j)$
  $Q_k^* = Q_k + q_j$
  $Q_l^* = Q_l + q_i$
  $T_k^* = T_k - C_{i-1,i} - C_{i,i+1} + C_{i-1,j} + C_{j,i+1}$
  $T_l^* = T_l - C_{j-1,j} - C_{j,j+1} + C_{j-1,i} + C_{i,j+1}$
  $N_k^* = N_k \bigcup \{j\} \backslash \{i\}$
  $N_l^* = N_l \bigcup \{i\} \backslash \{j\}$
  $f^* = \{max_{s \in K} T_s\} - \{min_{s \in K} T_s\}$
  if $(Q_k^* \leq Q \wedge Q_l^* \leq Q) \wedge f^* < f$ **then**
    $Q_k \leftarrow Q_k^*$
    $Q_l \leftarrow Q_l^*$
    $T_k \leftarrow T_k^*$
    $T_l \leftarrow T_l^*$
    $N_k \leftarrow N_k^*$
    $N_l \leftarrow N_l^*$
  else
    $swap(j, i)$
  end if
end for

Algorithm 9 GRASP I

for $a = 1$ **to** $Sample$ **do**
  Phase Construction
  Local Search 1
end for

Algorithm 10 GRASP II

```
for a = 1 to Sample do
    Phase Construction
    rand = random()
    if rand < 0,5 then
        Local Search 1
    else
        Local Search 2
    end if
end for
```

A.1.4. Resultados

Cada instancia es resuelta 10 veces por cada método.

El nombre de la instancia indica N seguido del número de puntos incluyendo el depósito y R seguido del número de rutas utilizadas.

Tabla A.1: Valor de los 2 objetivos de la mejor solución encontrada.

	Tabu Search		**Genetic Algorithm**		**GRASP I**	
Instance	Distance	Balance	Distance	Balance	Distance	Balance
N151-R12	1031.17	98.24	1031.63	100.34	**975.64**	**66.08**
N200-R17	1311.35	106.70	1300.23	82.31	**1244.66**	*94.75*
N121-R07	1042.11	146.67	1042.11	146.67	**827.82**	**105.39**
N101-R10	819.56	93.43	819.56	93.43	**802.27**	**67.74**

El GRASP encuentra mejor solución en tres de las cuatro instancias. En la instancia N200-R17 sólo en el objetivo DISTANCE mejora la solución respecto a los dos algoritmos. Caso particular en la instancia N121-R07 la solución reportada es encontrada con 8 rutas.

En las soluciones reportadas para nuestra propuesta GRASP I, se marcan con negritas los valores en que es mejor que los dos algoritmos con los que se compara, si es sólo mejor que uno se marca con letra cursiva y si aparece con letra normal el valor no

es mejor contra ambos algoritmos.

Para realizar el comparativo con respecto a las propuetas de [Jozefowiez, 2006] se utilizará el GRASP II que utiliza una búsqueda local modificada, tratando de diversificar las soluciones encontradas. En la Tabla se comparan los resultados reportados sin paralelización tanto para el NSGA II y NSGAED propuesta por ellos.

Tabla A.2: Mejor solución encontrada para cada objetivo con el valor asociado del otro objetivo.

	NSGA II		**NSGAED**		**GRASP II**	
Instance	Distance	Balance	Distance	Balance	Distance	Balance
N151-R12	1047.02	87.10	1043.71	87.67	**1011.29**	106.26
	2290.53	1.22	2523.00	0.66	2597.31	**0.63**
N200-R17	1358.08	68.77	1353.17	87.84	**1138.41**	161.76
	1838.32	3.04	3436.43	2.18	*2867.29*	**0.83**
N121-R07	1043.78	146.67	1043.11	147.27	**846.86**	**102.97**
	2258.21	0.15	2285.22	0.06	**1471.22**	*0.12*
N101-R10	819.56	93.43	819.56	93.43	**750.52**	**66.22**
	2035.80	1.16	1303.67	1.10	*1525.10*	**0.59**

En las soluciones reportadas para nuestra propuesta GRASP II, se marcan con negritas los valores en que es mejor que los dos algoritmos con los que se compara, si es sólo mejor que uno se marca con letra cursiva y si aparece con letra normal el valor no es mejorado contra ambas metodologías.

Después se hace el análisis respecto al espacio dominante del frente pareto entre estas dos metodologías y el GRASP II.

Se utilizará la métrica S [Knowles, 2002]. Los valores de los objetivos son normalizados de acuerdo al punto de referencia utilizado en la métrica S. El punto de referencia se establece considerando el máximo valor en ambos objetivos.

Se reportan los valores de media y desviación estándar para la métrica S en los diferentes casos.

Tabla A.3: Valores de Mean y Std-Dev de la métrica S.

	NSGA II		**NSGAED**		**GRASP II**	
Instance	Mean	Std-Dev	Mean	Std-Dev	Mean	Std-Dev
N151-R12	0.618357	0.006315	0.619450	0.007012	0.334324	0.050037
N200-R17	0.607886	0.014343	0.617594	0.006185	0.246249	0.110467
N121-R07	0.516538	0.007145	0.518553	0.007998	0.204763	0.073180
N101-R10	0.584904	0.018182	0.602430	0.020408	0.348119	0.097958

Para saber el área dominante para los diferentes puntos en el frente pareto no se espicífica el punto de referencia. Para las cuatro instancias el número de soluciones que forman el frente pareto para el GRASP II son las siguientes: 5, 4, 5 y 4. La Std-Dev es un poco raro porque al reportar sus soluciones son muy distintas y la desviación estandar es casi 0 en todos los casos.

Se muestra en las siguientes Figuras los frentes de Pareto para las 4 instancias.

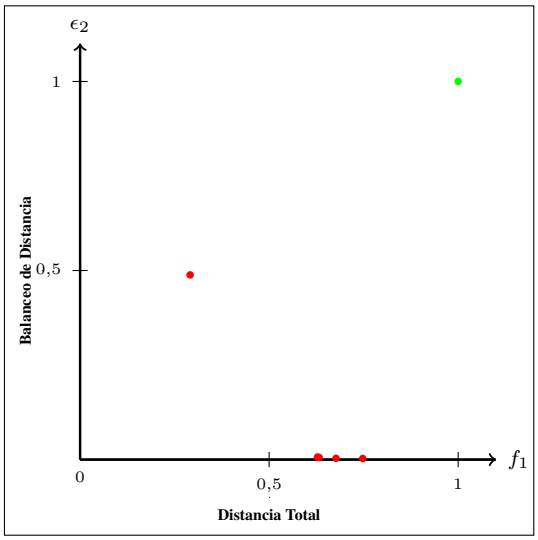

Figura A.1: Frente de Pareto. N151-R12.

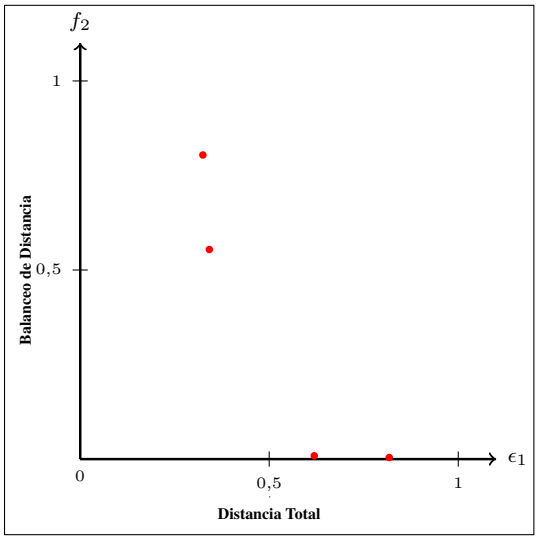

Figura A.2: Frente de Pareto. N200-R17.

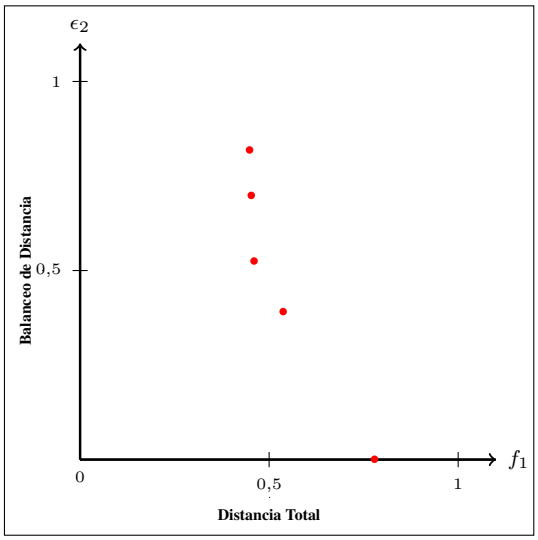

Figura A.3: Frente de Pareto. N121-R07.

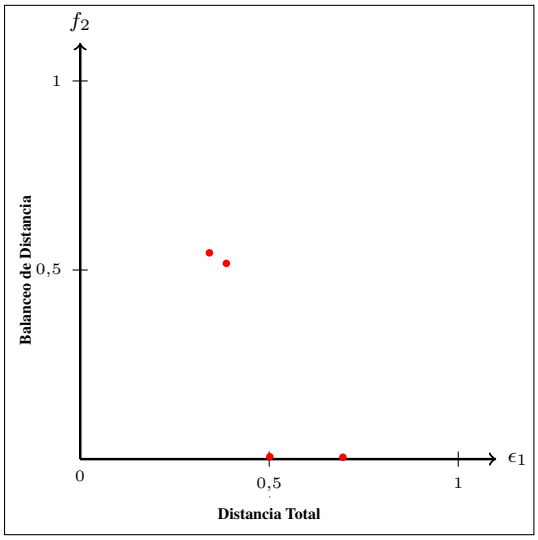

Figura A.4: Frente de Pareto. N101-R10.

A.1.5. Conclusiones

De los casos analizados no existe alguno en que en ambos objetivos la propuesta aqui presentada sea desfavorable ante otros algoritmos.

En tres instancias el GRASP I es mejor en ambos objetivos.

En dos instancias diferentes en una de las evaluaciones el GRASP II resulta ser mejor en ambos objetivos, mientras que en las 8 evaluaciones demuestra ser competitivo.

Una de las desventajas radica en que el frente pareto es pobre o poco denso.

Apéndice B

USO DE OPTIMIZADORES

B.1. Optimizadores

Se utilizará un modelo clásico de IP que es el *Knapsack Problem* (KP) o Problema de la mochila. Consiste en en conjunto de artículos con un costo y un volumen asociado, además una mochila de capacidad Q. El objetivo es maximizar la ganancia de los artículos que sean asignados sin exceder la capacidad de la mochila. El modelo es el siguiente:

El modelo de KP se realiza en ambos optimizadores y se hace una breve descripción de sus componentes.

B.1.1. LINGO

```
(1) MODEL:

(2) SETS:
Articulos /A1..A5/: c, v, X;
ENDSETS

(3) DATA:
c = 87 45 61 30 74;
v = 124 562 153 344 138;
Q = 1200;
ENDDATA
```

```
(4) MAX = @SUM (Articulos: c*X);

(5) @SUM (Articulos: v*X) <= Q;

(6) @FOR (Articulos: @BIN (X));

END
```

Primero se inicia la estructura para programar el modelo (1), se definen los conjuntos, los datos, la función objetivo, las restricciones y el tipo de variables. Todas las lineas que no formen parte de la estructura de LINGO terminan con un (;).

Los SETS (2) se definen entre diagonales (/ /), se pueden escribir todos los elementos o simplificar solamente especificando el primero y el último agregando dos puntos entre ambos. Después de los dos puntos se describen las características asociadas a cada elemento y si existe su variable asociada.

En DATA (3), la lista de datos para cada elemento y algunos parámetros existentes.

Para la función objetivo (4), se define si es un problema de maximización o minimización. Las restricciones (5) . Las varibles se definen segun su tipo @BIN binaria, @GIN entera y @FREE continua.

B.1.2. Gurobi con Python

```
(1) c = [87, 45, 61, 30,74]
(2) v = [124, 562, 153, 344, 138]
(3) Q = 1200
(4) N = range(len(c))

(5) kp = Model("KNAPSACK")

(6) X = []
for i in N:
    X.append(kp.addVar(vtype = GRB.BINARY))
```

```
(7) kp.modelSense = GRB.MAXIMIZE
(8) kp.setObjective(quicksum(X[i]*c[i] for i in N))

(9) kp.addConstr(quicksum(X[i]*v[i] for i in N) <= Q)

(10) kp.optimize()
```

Se definen la lista de elementos (1-2), los parámetros (3) y los conjuntos (4) necesarios. Se asigna nombre al modelo (5) y se definen las variables (6).

Se determina si el modelo es de maximización o minimización (7) y se declara la función objetivo (8). Después se ingresan las restricciones (9) y por último se ejecuta la instrucción para resolver el modelo.

Apéndice C

CASOS DE PRUEBA

Se muestran todos los casos de prueba utilizados en la fase de experimentación. Cada tabla contiene el número de punto, sus coordenadas (X,Y) y la demanda del punto. Para todos los casos el punto 1 es el déposito (punto principal).

C.1. Augerat

Tabla C.1: Augerat A-N32-K5.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	82	76	0	12	5	10	14	23	5	42	4
2	96	44	19	13	98	52	21	24	42	9	8
3	50	5	21	14	84	25	16	25	61	62	24
4	49	8	6	15	61	59	3	26	9	97	24
5	13	7	19	16	1	65	22	27	80	55	2
6	29	89	7	17	88	51	18	28	57	69	20
7	58	30	12	18	91	2	19	29	23	15	15
8	84	39	16	19	19	32	1	30	20	70	2
9	14	24	6	20	93	3	24	31	85	60	14
10	2	39	16	21	50	93	8	32	98	5	9
11	3	82	8	22	98	14	12				

Tabla C.2: Augerat A-N45-K7.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	61	99	0	16	85	31	21	31	63	9	20
2	95	7	14	17	89	71	8	32	41	13	12
3	45	87	1	18	89	43	24	33	67	75	14
4	15	47	16	19	79	81	20	34	41	27	25
5	39	75	23	20	45	5	19	35	49	77	17
6	55	23	12	21	93	69	13	36	57	81	19
7	29	71	6	22	49	69	3	37	45	5	20
8	87	79	5	23	63	25	26	38	83	7	15
9	75	63	1	24	93	33	17	39	81	61	2
10	65	61	13	25	39	45	22	40	57	81	9
11	73	35	20	26	89	33	8	41	93	89	10
12	17	35	14	27	47	77	16	42	17	13	6
13	39	99	18	28	29	19	20	43	89	27	11
14	75	77	7	29	13	65	12	44	7	25	21
15	49	37	8	30	33	9	22	45	35	35	24

Tabla C.3: Augerat A-N61-K9.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	61	37	0	21	31	75	14	41	35	63	5
2	93	57	23	22	49	99	10	42	27	73	14
3	15	67	17	23	63	9	19	43	31	21	11
4	23	43	12	24	47	37	22	44	47	9	19
5	53	5	6	25	33	47	19	45	87	45	16
6	13	75	22	26	39	69	9	46	1	49	19
7	29	73	3	27	49	3	18	47	1	77	3
8	47	37	24	28	49	87	2	48	63	73	12
9	23	71	24	29	87	39	18	49	79	71	10
10	67	45	11	30	37	91	11	50	21	55	20
11	21	49	7	31	19	33	19	51	65	23	7
12	93	43	12	32	97	35	18	52	65	47	13
13	67	13	8	33	31	5	15	53	97	23	16
14	69	25	14	34	35	25	4	54	23	71	23
15	53	35	20	35	79	61	12	55	5	81	22
16	25	39	16	36	73	73	8	56	53	27	18
17	85	69	16	37	35	95	18	57	57	85	6
18	81	27	4	38	5	43	12	58	89	23	12
19	77	79	9	39	19	45	72	59	51	65	27
20	45	43	18	40	71	39	2	60	13	49	9
								61	91	41	15

Tabla C.4: Augerat A-N80-K10.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	92	92	0	28	50	33	4	55	15	63	2
2	88	58	24	29	89	17	20	56	10	45	14
3	70	6	22	30	57	44	10	57	7	30	7
4	57	59	23	31	60	25	9	58	31	11	21
5	0	98	5	32	48	42	2	59	36	93	7
6	61	38	11	33	17	93	9	60	50	31	22
7	65	22	23	34	21	50	1	61	49	52	13
8	91	52	26	35	77	18	2	62	39	10	22
9	59	2	9	36	2	4	2	63	76	40	18
10	3	54	23	37	63	83	12	64	83	34	22
11	95	38	9	38	68	6	14	65	33	51	6
12	80	28	14	39	41	95	23	66	0	15	2
13	66	42	16	40	48	54	21	67	52	82	11
14	79	74	12	41	98	73	13	68	52	82	5
15	99	25	2	42	26	38	13	69	46	6	9
16	20	43	2	43	69	76	23	70	3	26	9
17	40	3	6	44	40	1	3	71	46	80	5
18	50	42	20	45	65	41	6	72	94	30	12
19	97	0	26	46	14	86	23	73	26	76	2
20	21	19	12	47	32	39	11	74	75	92	12
21	36	21	15	48	14	24	2	75	57	51	19
22	100	61	13	49	96	5	7	76	34	21	6
23	11	85	26	50	82	98	13	77	28	80	14
24	69	35	17	51	23	85	10	78	59	66	2
25	69	22	7	52	63	69	3	79	51	16	2
26	29	35	12	53	87	19	6	80	87	11	24
27	14	9	4	54	56	75	13				

Tabla C.5: Augerat B-N43-K6.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	74	34	0	16	18	33	15	30	76	51	7
2	9	22	25	17	20	34	13	31	54	68	23
3	13	28	19	18	26	36	3	32	17	30	11
4	47	63	8	19	49	0	11	33	78	50	12
5	74	43	10	20	19	0	24	34	72	19	4
6	71	10	1	21	80	17	8	35	23	37	11
7	11	61	14	22	75	13	14	36	78	45	16
8	23	33	11	23	18	68	8	37	14	34	22
9	14	29	20	24	10	27	9	38	0	15	24
10	31	34	23	25	12	66	24	39	16	31	12
11	22	29	3	26	80	50	10	40	24	37	5
12	50	66	4	27	29	43	19	41	84	47	11
13	16	30	6	28	79	48	10	42	80	44	7
14	48	70	23	29	14	0	5	43	24	41	9
15	16	0	7								

Tabla C.6: Augerat B-N52-K7.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	29	33	0	19	48	12	5	36	8	42	17
2	41	11	22	20	45	101	10	37	30	20	9
3	31	87	8	21	46	16	22	38	16	24	15
4	91	27	3	22	92	34	13	39	36	92	2
5	53	87	6	23	49	95	13	40	98	34	19
6	7	19	10	24	62	92	18	41	36	28	7
7	27	19	18	25	96	28	14	42	28	26	6
8	1	41	8	26	28	22	14	43	42	18	22
9	8	20	13	27	47	95	26	44	2	50	22
10	40	92	13	28	9	21	23	45	16	20	10
11	14	20	3	29	92	30	4	46	56	90	7
12	92	32	10	30	12	22	25	47	45	97	4
13	62	94	6	31	48	12	9	48	17	23	23
14	45	97	23	32	94	28	8	49	34	88	13
15	96	36	8	33	43	99	16	50	47	99	10
16	47	101	4	34	8	42	3	51	62	96	8
17	40	92	13	35	43	99	1	52	8	24	14
18	49	97	6								

Tabla C.7: Augerat B-N57-K9.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	19	1	0	20	69	93	15	39	56	56	6
2	83	61	18	21	56	84	18	40	66	102	19
3	59	95	16	22	26	54	2	41	72	24	9
4	73	25	23	23	66	24	21	42	28	56	24
5	51	53	20	24	60	98	20	43	58	82	2
6	23	49	18	25	92	66	23	44	84	66	13
7	63	19	19	26	8	92	13	45	63	93	17
8	51	81	2	27	64	102	22	46	88	64	20
9	1	89	4	28	104	48	17	47	74	28	24
10	97	41	10	29	104	42	11	48	26	50	8
11	74	30	2	30	30	52	7	49	58	58	15
12	60	88	26	31	52	54	13	50	52	56	7
13	58	54	21	32	77	33	13	51	76	26	7
14	63	95	10	33	68	20	16	52	8	92	4
15	65	89	8	34	56	62	14	53	90	68	22
16	6	94	20	35	65	91	25	54	32	50	11
17	61	97	21	36	54	60	18	55	84	66	10
18	75	31	4	37	26	52	2	56	78	34	25
19	106	48	5	38	52	90	19	57	64	24	24

Tabla C.8: Augerat B-N67-K10.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	58	90	0	24	12	104	19	46	78	109	6
2	5	66	12	25	21	93	21	47	27	69	13
3	34	98	12	26	77	85	7	48	40	99	25
4	93	17	10	27	37	101	15	49	74	81	17
5	23	67	2	28	28	91	14	50	8	69	15
6	71	91	23	29	72	95	18	51	18	74	19
7	20	39	15	30	22	92	7	52	24	96	21
8	20	86	16	31	98	18	20	53	82	107	15
9	7	99	26	32	42	107	18	54	27	46	25
10	72	78	12	33	16	101	2	55	81	95	7
11	27	90	12	34	41	100	21	56	79	95	4
12	14	72	26	35	23	41	21	57	76	95	16
13	72	101	10	36	8	70	3	58	97	19	24
14	72	96	22	37	22	45	5	59	74	98	16
15	19	73	4	38	15	103	20	60	21	94	10
16	76	95	16	39	27	88	16	61	40	0	15
17	30	92	8	40	25	47	25	62	100	23	14
18	30	87	23	41	26	42	3	63	99	24	14
19	40	104	2	42	29	93	10	64	73	85	2
20	7	73	24	43	25	45	18	65	26	40	1
21	7	76	12	44	29	91	4	66	16	103	9
22	79	86	24	45	26	44	14	67	33	94	3
23	82	105	4								

Tabla C.9: Augerat P-N16-K8.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	30	40	0	7	42	41	31	12	27	68	7
2	37	52	19	8	52	41	15	13	43	67	14
3	49	49	30	9	57	58	28	14	58	48	6
4	52	64	16	10	62	42	8	15	58	27	19
5	31	62	23	11	42	57	8	16	37	69	11
6	52	33	11								

Tabla C.10: Augerat P-N19-K2.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	30	40	0	8	52	41	15	14	58	27	19
2	37	52	19	9	57	58	28	15	37	69	11
3	49	43	30	10	62	42	14	16	61	33	26
4	52	64	16	11	42	57	8	17	62	63	17
5	31	62	23	12	27	68	7	18	63	69	6
6	52	33	11	13	43	67	14	19	45	35	15
7	42	41	31								

Tabla C.11: Augerat P-N55-K15.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	40	40	0	20	62	48	15	38	60	15	14
2	22	22	18	21	66	14	22	39	47	66	24
3	36	26	26	22	44	13	28	40	30	60	16
4	21	45	11	23	26	13	12	41	30	50	33
5	45	35	30	24	11	28	6	42	12	17	15
6	55	20	21	25	7	43	27	43	15	14	11
7	33	34	19	26	17	64	14	44	16	19	18
8	50	50	15	27	41	46	18	45	21	48	17
9	55	45	16	28	55	34	17	46	50	30	21
10	26	59	29	29	35	16	29	47	51	42	27
11	40	66	26	30	52	26	13	48	50	15	19
12	55	65	37	31	43	26	22	49	48	21	20
13	35	51	16	32	31	76	25	50	12	38	5
14	62	35	12	33	22	53	28	51	15	56	22
15	62	57	31	34	26	29	27	52	29	39	12
16	62	24	8	35	50	40	19	53	54	38	19
17	21	36	19	36	55	50	10	54	55	57	22
18	33	44	20	37	54	10	12	55	67	41	16
19	9	56	13								

Tabla C.12: Augerat P-N101-K4.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	35	35	0	35	65	55	14	69	56	39	36
2	41	49	10	36	63	65	8	70	37	47	6
3	35	17	7	37	2	60	5	71	37	56	5
4	55	45	13	38	20	20	8	72	57	68	15
5	55	20	19	39	5	5	16	73	47	16	25
6	15	30	26	40	60	12	31	74	44	17	9
7	25	30	3	41	40	25	9	75	46	13	8
8	20	50	5	42	42	7	5	76	49	11	18
9	10	43	9	43	24	12	5	77	49	42	13
10	55	60	16	44	23	3	7	78	53	43	14
11	30	60	16	45	11	14	18	79	61	52	3
12	20	65	12	46	6	38	16	80	57	48	23
13	50	35	19	47	2	48	1	81	56	37	6
14	30	25	23	48	8	56	27	82	55	54	26
15	15	10	20	49	13	52	36	83	15	47	16
16	30	5	8	50	6	68	30	84	14	37	11
17	10	20	19	51	47	47	13	85	11	31	7
18	5	30	2	52	49	58	10	86	16	22	41
19	20	40	12	53	27	43	9	87	4	18	35
20	15	60	17	54	37	31	14	88	28	18	26
21	45	65	9	55	57	29	18	89	26	52	9
22	45	20	11	56	63	23	2	90	26	35	15
23	45	10	18	57	53	12	6	91	31	67	3
24	55	5	29	58	32	12	7	92	15	19	1
25	65	35	3	59	36	26	18	93	22	22	2
26	65	20	6	60	21	24	28	94	18	24	22
27	45	30	17	61	17	34	3	95	26	27	27
28	35	40	16	62	12	24	13	96	25	24	20
29	41	37	16	63	24	58	19	97	22	27	11
30	64	42	9	64	27	69	10	98	25	21	12
31	40	60	21	65	15	77	9	99	19	21	10
32	31	52	27	66	62	77	20	100	20	26	9
33	35	69	23	67	49	73	25	101	18	18	17
34	53	52	11	68	67	5	25				

C.2. Christofides

Tabla C.13: Christofides. VRPNC1.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	30	40	0	18	27	23	3	35	61	33	26
2	37	52	7	19	17	33	41	36	62	63	17
3	49	49	30	20	13	13	9	37	63	69	6
4	52	64	16	21	57	58	28	38	32	22	9
5	20	26	9	22	62	42	8	39	45	35	15
6	40	30	21	23	42	57	8	40	59	15	14
7	21	47	15	24	16	57	16	41	5	6	7
8	17	63	19	25	8	52	10	42	10	17	27
9	31	62	23	26	7	38	28	43	21	10	13
10	52	33	11	27	27	68	7	44	5	64	11
11	51	21	5	28	30	48	15	45	30	15	16
12	42	41	19	29	43	67	14	46	39	10	10
13	31	32	29	30	58	48	6	47	32	39	5
14	5	25	23	31	58	27	19	48	25	32	25
15	12	42	21	32	37	69	11	49	25	55	17
16	36	16	10	33	38	46	12	50	48	28	18
17	52	41	15	34	46	10	23	51	56	37	10

Tabla C.14: Christofides. VRPNC2.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	40	40	0	27	41	46	18	52	29	39	12
2	22	22	18	28	55	34	17	53	54	38	19
3	36	26	26	29	35	16	29	54	55	57	22
4	21	45	11	30	52	26	13	55	67	41	16
5	45	35	30	31	43	26	22	56	10	70	7
6	55	20	21	32	31	76	25	57	6	25	26
7	33	34	19	33	22	53	28	58	65	27	14
8	50	50	15	34	26	29	27	59	40	60	21
9	55	45	16	35	50	40	19	60	70	64	24
10	26	59	29	36	55	50	10	61	64	4	13
11	40	66	26	37	54	10	12	62	36	6	15
12	55	65	37	38	60	15	14	63	30	20	18
13	35	51	16	39	47	66	24	64	20	30	11
14	62	35	12	40	30	60	16	65	15	5	28
15	62	57	31	41	30	50	33	66	50	70	9
16	62	24	8	42	12	17	15	67	57	72	37
17	21	36	19	43	15	14	11	68	45	42	30
18	33	44	20	44	16	19	18	69	38	33	10
19	9	56	13	45	21	48	17	70	50	4	8
20	62	48	15	46	50	30	21	71	66	8	11
21	66	14	22	47	51	42	27	72	59	5	3
22	44	13	28	48	50	15	19	73	35	60	1
23	26	13	12	49	48	21	20	74	27	24	6
24	11	28	6	50	12	38	5	75	40	20	10
25	7	43	27	51	15	56	22	76	40	37	20
26	17	64	14								

Tabla C.15: Christofides. VRPNC3.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	35	35	0	35	65	55	14	69	56	39	36
2	41	49	10	36	63	65	8	70	37	47	6
3	35	17	7	37	2	60	5	71	37	56	5
4	55	45	13	38	20	20	8	72	57	68	15
5	55	20	19	39	5	5	16	73	47	16	25
6	15	30	26	40	60	12	31	74	44	17	9
7	25	30	3	41	40	25	9	75	46	13	8
8	20	50	5	42	42	7	5	76	49	11	18
9	10	43	9	43	24	12	5	77	49	42	13
10	55	60	16	44	23	3	7	78	53	43	14
11	30	60	16	45	11	14	18	79	61	52	3
12	20	65	12	46	6	38	16	80	57	48	23
13	50	35	19	47	2	48	1	81	56	37	6
14	30	25	23	48	8	56	27	82	55	54	26
15	15	10	20	49	13	52	36	83	15	47	16
16	30	5	8	50	6	68	30	84	14	37	11
17	10	20	19	51	47	47	13	85	11	31	7
18	5	30	2	52	49	58	10	86	16	22	41
19	20	40	12	53	27	43	9	87	4	18	35
20	15	60	17	54	37	31	14	88	28	18	26
21	45	65	9	55	57	29	18	89	26	52	9
22	45	20	11	56	63	23	2	90	26	35	15
23	45	10	18	57	53	12	6	91	31	67	3
24	55	5	29	58	32	12	7	92	15	19	1
25	65	35	3	59	36	26	18	93	22	22	2
26	65	20	6	60	21	24	28	94	18	24	22
27	45	30	17	61	17	34	3	95	26	27	27
28	35	40	16	62	12	24	13	96	25	24	20
29	41	37	16	63	24	58	19	97	22	27	11
30	64	42	9	64	27	69	10	98	25	21	12
31	40	60	21	65	15	77	9	99	19	21	10
32	31	52	27	66	62	77	20	100	20	26	9
33	35	69	23	67	49	73	25	101	18	18	17
34	53	52	11	68	67	5	25				

Tabla C.16: Christofides. VRPNC4.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	35	35	0	52	49	58	10	102	37	52	7
2	41	49	10	53	27	43	9	103	49	49	30
3	35	17	7	54	37	31	14	104	52	64	16
4	55	45	13	55	57	29	18	105	20	26	9
5	55	20	19	56	63	23	2	106	40	30	21
6	15	30	26	57	53	12	6	107	21	47	15
7	25	30	3	58	32	12	7	108	17	63	19
8	20	50	5	59	36	26	18	109	31	62	23
9	10	43	9	60	21	24	28	110	52	33	11
10	55	60	16	61	17	34	3	111	51	21	5
11	30	60	16	62	12	24	13	112	42	41	19
12	20	65	12	63	24	58	19	113	31	32	29
13	50	35	19	64	27	69	10	114	5	25	23
14	30	25	23	65	15	77	9	115	12	42	21
15	15	10	20	66	62	77	20	116	36	16	10
16	30	5	8	67	49	73	25	117	52	41	15
17	10	20	19	68	67	5	25	118	27	23	3
18	5	30	2	69	56	39	36	119	17	33	41
19	20	40	12	70	37	47	6	120	13	13	9
20	15	60	17	71	37	56	5	121	57	58	28
21	45	65	9	72	57	68	15	122	62	42	8
22	45	20	11	73	47	16	25	123	42	57	8
23	45	10	18	74	44	17	9	124	16	57	16
24	55	5	29	75	46	13	8	125	8	52	10
25	65	35	3	76	49	11	18	126	7	38	28
26	65	20	6	77	49	42	13	127	27	68	7
27	45	30	17	78	53	43	14	128	30	48	15
28	35	40	16	79	61	52	3	129	43	67	14
29	41	37	16	80	57	48	23	130	58	48	6
30	64	42	9	81	56	37	6	131	58	27	19
31	40	60	21	82	55	54	26	132	37	69	11
32	31	52	27	83	15	47	16	133	38	46	12
33	35	69	23	84	14	37	11	134	46	10	23
34	53	52	11	85	11	31	7	135	61	33	26
35	65	55	14	86	16	22	41	136	62	63	17
36	63	65	8	87	4	18	35	137	63	69	6
37	2	60	5	88	28	18	26	138	32	22	9
38	20	20	8	89	26	52	9	139	45	35	15
39	5	5	16	90	26	35	15	140	59	15	14
40	60	12	31	91	31	67	3	141	5	6	7
41	40	25	9	92	15	19	1	142	10	17	27
42	42	7	5	93	22	22	2	143	21	10	13
43	24	12	5	94	18	24	22	144	5	64	11
44	23	3	7	95	26	27	27	145	30	15	16
45	11	14	18	96	25	24	20	146	39	10	10
46	6	38	16	97	22	27	11	147	32	39	5
47	2	48	1	98	25	21	12	148	25	32	25
48	8	56	27	99	19	21	10	149	25	55	17
49	13	52	36	100	20	26	9	150	48	28	18
50	6	68	30	101	18	18	17	151	56	37	10
51	47	47	13								

Tabla C.17: Christofides. VRPNC5.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	35	35	0	63	24	58	19	125	8	52	10
2	41	49	10	64	27	69	10	126	7	38	28
3	35	17	7	65	15	77	9	127	27	68	7
4	55	45	13	66	62	77	20	128	30	48	15
5	55	20	19	67	49	73	25	129	43	67	14
6	15	30	26	68	67	5	25	130	58	48	6
7	25	30	3	69	56	39	36	131	58	27	19
8	20	50	5	70	37	47	6	132	37	69	11
9	10	43	9	71	37	56	5	133	38	46	12
10	55	60	16	72	57	68	15	134	46	10	23
11	30	60	16	73	47	16	25	135	61	33	26
12	20	65	12	74	44	17	9	136	62	63	17
13	50	35	19	75	46	13	8	137	63	69	6
14	30	25	23	76	49	11	18	138	32	22	9
15	15	10	20	77	49	42	13	139	45	35	15
16	30	5	8	78	53	43	14	140	59	15	14
17	10	20	19	79	61	52	3	141	5	6	7
18	5	30	2	80	57	48	23	142	10	17	27
19	20	40	12	81	56	37	6	143	21	10	13
20	15	60	17	82	55	54	26	144	5	64	11
21	45	65	9	83	15	47	16	145	30	15	16
22	45	20	11	84	14	37	11	146	39	10	10
23	45	10	18	85	11	31	7	147	32	39	5
24	55	5	29	86	16	22	41	148	25	32	25
25	65	35	3	87	4	18	35	149	25	55	17
26	65	20	6	88	28	18	26	150	48	28	18
27	45	30	17	89	26	52	9	151	56	37	10
28	35	40	16	90	26	35	15	152	22	22	18
29	41	37	16	91	31	67	3	153	36	26	26
30	64	42	9	92	15	19	1	154	21	45	11
31	40	60	21	93	22	22	2	155	45	35	30
32	31	52	27	94	18	24	22	156	55	20	21
33	35	69	23	95	26	27	27	157	33	34	19
34	53	52	11	96	25	24	20	158	50	50	15
35	65	55	14	97	22	27	11	159	55	45	16
36	63	65	8	98	25	21	12	160	26	59	29
37	2	60	5	99	19	21	10	161	40	66	26
38	20	20	8	100	20	26	9	162	55	65	37
39	5	5	16	101	18	18	17	163	35	51	16
40	60	12	31	102	37	52	7	164	62	35	12
41	40	25	9	103	49	49	30	165	62	57	31
42	42	7	5	104	52	64	16	166	62	24	8
43	24	12	5	105	20	26	9	167	21	36	19
44	23	3	7	106	40	30	21	168	33	44	20
45	11	14	18	107	21	47	15	169	9	56	13
46	6	38	16	108	17	63	19	170	62	48	15
47	2	48	1	109	31	62	23	171	66	14	22
48	8	56	27	110	52	33	11	172	44	13	28
49	13	52	36	111	51	21	5	173	26	13	12
50	6	68	30	112	42	41	19	174	11	28	6
51	47	47	13	113	31	32	29	175	7	43	27
52	49	58	10	114	5	25	23	176	17	64	14
53	27	43	9	115	12	42	21	177	41	46	18
54	37	31	14	116	36	16	10	178	55	34	17
55	57	29	18	117	52	41	15	179	35	16	29
56	63	23	2	118	27	23	3	180	52	26	13
57	53	12	6	119	17	33	41	181	43	26	22
58	32	12	7	120	13	13	9	182	31	76	25
59	36	26	18	121	57	58	28	183	22	53	28
60	21	24	28	122	62	42	8	184	26	29	27
61	17	34	3	123	42	57	8	185	50	40	19
62	12	24	13	124	16	57	16	186	55	50	10

Tabla C.18: Christofides. VRPNC5 (cont).

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
187	54	10	12	192	12	17	15	197	51	42	27
188	60	15	14	193	15	14	11	198	50	15	19
189	47	66	24	194	16	19	18	199	48	21	20
190	30	60	16	195	21	48	17	200	12	38	5
191	30	50	33	196	50	30	21				

Tabla C.19: Christofides. VRPNC6.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	30	40	0	18	27	23	3	35	61	33	26
2	37	52	7	19	17	33	41	36	62	63	17
3	49	49	30	20	13	13	9	37	63	69	6
4	52	64	16	21	57	58	28	38	32	22	9
5	20	26	9	22	62	42	8	39	45	35	15
6	40	30	21	23	42	57	8	40	59	15	14
7	21	47	15	24	16	57	16	41	5	6	7
8	17	63	19	25	8	52	10	42	10	17	27
9	31	62	23	26	7	38	28	43	21	10	13
10	52	33	11	27	27	68	7	44	5	64	11
11	51	21	5	28	30	48	15	45	30	15	16
12	42	41	19	29	43	67	14	46	39	10	10
13	31	32	29	30	58	48	6	47	32	39	5
14	5	25	23	31	58	27	19	48	25	32	25
15	12	42	21	32	37	69	11	49	25	55	17
16	36	16	10	33	38	46	12	50	48	28	18
17	52	41	15	34	46	10	23	51	56	37	10

Tabla C.20: Christofides. VRPNC7.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	40	40	0	27	41	46	18	52	29	39	12
2	22	22	18	28	55	34	17	53	54	38	19
3	36	26	26	29	35	16	29	54	55	57	22
4	21	45	11	30	52	26	13	55	67	41	16
5	45	35	30	31	43	26	22	56	10	70	7
6	55	20	21	32	31	76	25	57	6	25	26
7	33	34	19	33	22	53	28	58	65	27	14
8	50	50	15	34	26	29	27	59	40	60	21
9	55	45	16	35	50	40	19	60	70	64	24
10	26	59	29	36	55	50	10	61	64	4	13
11	40	66	26	37	54	10	12	62	36	6	15
12	55	65	37	38	60	15	14	63	30	20	18
13	35	51	16	39	47	66	24	64	20	30	11
14	62	35	12	40	30	60	16	65	15	5	28
15	62	57	31	41	30	50	33	66	50	70	9
16	62	24	8	42	12	17	15	67	57	72	37
17	21	36	19	43	15	14	11	68	45	42	30
18	33	44	20	44	16	19	18	69	38	33	10
19	9	56	13	45	21	48	17	70	50	4	8
20	62	48	15	46	50	30	21	71	66	8	11
21	66	14	22	47	51	42	27	72	59	5	3
22	44	13	28	48	50	15	19	73	35	60	1
23	26	13	12	49	48	21	20	74	27	24	6
24	11	28	6	50	12	38	5	75	40	20	10
25	7	43	27	51	15	56	22	76	40	37	20
26	17	64	14								

Tabla C.21: Christofides. VRPNC8.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	35	35	0	35	65	55	14	69	56	39	36
2	41	49	10	36	63	65	8	70	37	47	6
3	35	17	7	37	2	60	5	71	37	56	5
4	55	45	13	38	20	20	8	72	57	68	15
5	55	20	19	39	5	5	16	73	47	16	25
6	15	30	26	40	60	12	31	74	44	17	9
7	25	30	3	41	40	25	9	75	46	13	8
8	20	50	5	42	42	7	5	76	49	11	18
9	10	43	9	43	24	12	5	77	49	42	13
10	55	60	16	44	23	3	7	78	53	43	14
11	30	60	16	45	11	14	18	79	61	52	3
12	20	65	12	46	6	38	16	80	57	48	23
13	50	35	19	47	2	48	1	81	56	37	6
14	30	25	23	48	8	56	27	82	55	54	26
15	15	10	20	49	13	52	36	83	15	47	16
16	30	5	8	50	6	68	30	84	14	37	11
17	10	20	19	51	47	47	13	85	11	31	7
18	5	30	2	52	49	58	10	86	16	22	41
19	20	40	12	53	27	43	9	87	4	18	35
20	15	60	17	54	37	31	14	88	28	18	26
21	45	65	9	55	57	29	18	89	26	52	9
22	45	20	11	56	63	23	2	90	26	35	15
23	45	10	18	57	53	12	6	91	31	67	3
24	55	5	29	58	32	12	7	92	15	19	1
25	65	35	3	59	36	26	18	93	22	22	2
26	65	20	6	60	21	24	28	94	18	24	22
27	45	30	17	61	17	34	3	95	26	27	27
28	35	40	16	62	12	24	13	96	25	24	20
29	41	37	16	63	24	58	19	97	22	27	11
30	64	42	9	64	27	69	10	98	25	21	12
31	40	60	21	65	15	77	9	99	19	21	10
32	31	52	27	66	62	77	20	100	20	26	9
33	35	69	23	67	49	73	25	101	18	18	17
34	53	52	11	68	67	5	25				

Tabla C.22: Christofides. VRPNC9.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	35	35	0	52	49	58	10	102	37	52	7
2	41	49	10	53	27	43	9	103	49	49	30
3	35	17	7	54	37	31	14	104	52	64	16
4	55	45	13	55	57	29	18	105	20	26	9
5	55	20	19	56	63	23	2	106	40	30	21
6	15	30	26	57	53	12	6	107	21	47	15
7	25	30	3	58	32	12	7	108	17	63	19
8	20	50	5	59	36	26	18	109	31	62	23
9	10	43	9	60	21	24	28	110	52	33	11
10	55	60	16	61	17	34	3	111	51	21	5
11	30	60	16	62	12	24	13	112	42	41	19
12	20	65	12	63	24	58	19	113	31	32	29
13	50	35	19	64	27	69	10	114	5	25	23
14	30	25	23	65	15	77	9	115	12	42	21
15	15	10	20	66	62	77	20	116	36	16	10
16	30	5	8	67	49	73	25	117	52	41	15
17	10	20	19	68	67	5	25	118	27	23	3
18	5	30	2	69	56	39	36	119	17	33	41
19	20	40	12	70	37	47	6	120	13	13	9
20	15	60	17	71	37	56	5	121	57	58	28
21	45	65	9	72	57	68	15	122	62	42	8
22	45	20	11	73	47	16	25	123	42	57	8
23	45	10	18	74	44	17	9	124	16	57	16
24	55	5	29	75	46	13	8	125	8	52	10
25	65	35	3	76	49	11	18	126	7	38	28
26	65	20	6	77	49	42	13	127	27	68	7
27	45	30	17	78	53	43	14	128	30	48	15
28	35	40	16	79	61	52	3	129	43	67	14
29	41	37	16	80	57	48	23	130	58	48	6
30	64	42	9	81	56	37	6	131	58	27	19
31	40	60	21	82	55	54	26	132	37	69	11
32	31	52	27	83	15	47	16	133	38	46	12
33	35	69	23	84	14	37	11	134	46	10	23
34	53	52	11	85	11	31	7	135	61	33	26
35	65	55	14	86	16	22	41	136	62	63	17
36	63	65	8	87	4	18	35	137	63	69	6
37	2	60	5	88	28	18	26	138	32	22	9
38	20	20	8	89	26	52	9	139	45	35	15
39	5	5	16	90	26	35	15	140	59	15	14
40	60	12	31	91	31	67	3	141	5	6	7
41	40	25	9	92	15	19	1	142	10	17	27
42	42	7	5	93	22	22	2	143	21	10	13
43	24	12	5	94	18	24	22	144	5	64	11
44	23	3	7	95	26	27	27	145	30	15	16
45	11	14	18	96	25	24	20	146	39	10	10
46	6	38	16	97	22	27	11	147	32	39	5
47	2	48	1	98	25	21	12	148	25	32	25
48	8	56	27	99	19	21	10	149	25	55	17
49	13	52	36	100	20	26	9	150	48	28	18
50	6	68	30	101	18	18	17	151	56	37	10
51	47	47	13								

Tabla C.23: Christofides. VRPNC10.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	35	35	0	63	24	58	19	125	8	52	10
2	41	49	10	64	27	69	10	126	7	38	28
3	35	17	7	65	15	77	9	127	27	68	7
4	55	45	13	66	62	77	20	128	30	48	15
5	55	20	19	67	49	73	25	129	43	67	14
6	15	30	26	68	67	5	25	130	58	48	6
7	25	30	3	69	56	39	36	131	58	27	19
8	20	50	5	70	37	47	6	132	37	69	11
9	10	43	9	71	37	56	5	133	38	46	12
10	55	60	16	72	57	68	15	134	46	10	23
11	30	60	16	73	47	16	25	135	61	33	26
12	20	65	12	74	44	17	9	136	62	63	17
13	50	35	19	75	46	13	8	137	63	69	6
14	30	25	23	76	49	11	18	138	32	22	9
15	15	10	20	77	49	42	13	139	45	35	15
16	30	5	8	78	53	43	14	140	59	15	14
17	10	20	19	79	61	52	3	141	5	6	7
18	5	30	2	80	57	48	23	142	10	17	27
19	20	40	12	81	56	37	6	143	21	10	13
20	15	60	17	82	55	54	26	144	5	64	11
21	45	65	9	83	15	47	16	145	30	15	16
22	45	20	11	84	14	37	11	146	39	10	10
23	45	10	18	85	11	31	7	147	32	39	5
24	55	5	29	86	16	22	41	148	25	32	25
25	65	35	3	87	4	18	35	149	25	55	17
26	65	20	6	88	28	18	26	150	48	28	18
27	45	30	17	89	26	52	9	151	56	37	10
28	35	40	16	90	26	35	15	152	22	22	18
29	41	37	16	91	31	67	3	153	36	26	26
30	64	42	9	92	15	19	1	154	21	45	11
31	40	60	21	93	22	22	2	155	45	35	30
32	31	52	27	94	18	24	22	156	55	20	21
33	35	69	23	95	26	27	27	157	33	34	19
34	53	52	11	96	25	24	20	158	50	50	15
35	65	55	14	97	22	27	11	159	55	45	16
36	63	65	8	98	25	21	12	160	26	59	29
37	2	60	5	99	19	21	10	161	40	66	26
38	20	20	8	100	20	26	9	162	55	65	37
39	5	5	16	101	18	18	17	163	35	51	16
40	60	12	31	102	37	52	7	164	62	35	12
41	40	25	9	103	49	49	30	165	62	57	31
42	42	7	5	104	52	64	16	166	62	24	8
43	24	12	5	105	20	26	9	167	21	36	19
44	23	3	7	106	40	30	21	168	33	44	20
45	11	14	18	107	21	47	15	169	9	56	13
46	6	38	16	108	17	63	19	170	62	48	15
47	2	48	1	109	31	62	23	171	66	14	22
48	8	56	27	110	52	33	11	172	44	13	28
49	13	52	36	111	51	21	5	173	26	13	12
50	6	68	30	112	42	41	19	174	11	28	6
51	47	47	13	113	31	32	29	175	7	43	27
52	49	58	10	114	5	25	23	176	17	64	14
53	27	43	9	115	12	42	21	177	41	46	18
54	37	31	14	116	36	16	10	178	55	34	17
55	57	29	18	117	52	41	15	179	35	16	29
56	63	23	2	118	27	23	3	180	52	26	13
57	53	12	6	119	17	33	41	181	43	26	22
58	32	12	7	120	13	13	9	182	31	76	25
59	36	26	18	121	57	58	28	183	22	53	28
60	21	24	28	122	62	42	8	184	26	29	27
61	17	34	3	123	42	57	8	185	50	40	19
62	12	24	13	124	16	57	16	186	55	50	10

Tabla C.24: Christofides. VRPNC10 (cont).

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
187	54	10	12	192	12	17	15	197	51	42	27
188	60	15	14	193	15	14	11	198	50	15	19
189	47	66	24	194	16	19	18	199	48	21	20
190	30	60	16	195	21	48	17	200	12	38	5
191	30	50	33	196	50	30	21				

Tabla C.25: Christofides. VRPNC11.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	10	45	0	41	85	55	17	81	54	90	10
2	25	1	25	42	89	43	20	82	10	35	7
3	25	3	7	43	89	46	14	83	10	40	12
4	31	5	13	44	89	52	16	84	18	30	11
5	32	5	6	45	92	42	10	85	17	35	10
6	31	7	14	46	92	52	9	86	16	38	8
7	32	9	5	47	94	42	11	87	14	40	11
8	34	9	11	48	94	44	7	88	15	42	21
9	46	9	19	49	94	48	13	89	11	42	4
10	35	7	5	50	96	42	5	90	18	40	15
11	34	6	15	51	99	46	4	91	21	39	16
12	35	5	15	52	99	50	21	92	20	40	4
13	47	6	17	53	83	80	13	93	18	41	16
14	40	5	13	54	83	83	11	94	20	44	7
15	39	3	12	55	85	81	12	95	22	44	10
16	36	3	18	56	85	85	14	96	16	45	9
17	73	6	13	57	85	89	10	97	20	45	11
18	73	8	18	58	87	80	8	98	25	45	17
19	24	36	12	59	87	86	16	99	30	55	12
20	76	6	17	60	90	77	19	100	20	50	11
21	76	10	4	61	90	88	5	101	22	51	7
22	76	13	7	62	93	82	17	102	18	49	9
23	78	3	12	63	93	84	7	103	16	48	11
24	78	9	13	64	93	89	16	104	20	55	12
25	79	3	8	65	94	86	14	105	18	53	7
26	79	5	16	66	95	80	17	106	14	50	8
27	79	11	15	67	99	89	13	107	15	51	6
28	82	3	6	68	37	83	17	108	16	54	5
29	82	7	5	69	50	80	13	109	28	33	12
30	90	15	9	70	35	85	14	110	33	38	13
31	84	3	11	71	35	87	16	111	30	50	7
32	84	5	10	72	44	86	7	112	13	40	7
33	84	9	3	73	46	89	13	113	15	36	8
34	85	1	7	74	46	83	9	114	18	31	11
35	87	5	2	75	46	87	11	115	25	37	13
36	85	8	4	76	46	89	35	116	30	46	11
37	87	7	4	77	48	83	5	117	25	52	10
38	86	41	18	78	50	85	28	118	16	33	7
39	86	44	14	79	50	88	7	119	25	35	4
40	86	46	12	80	54	86	3	120	5	40	20
								121	5	50	13

Tabla C.26: Christofides. VRPNC12.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	40	50	0	35	8	45	20	69	45	30	10
2	45	68	10	36	5	35	10	70	45	35	10
3	45	70	30	37	5	45	10	71	95	30	30
4	42	66	10	38	2	40	20	72	95	35	20
5	42	68	10	39	0	40	30	73	53	30	10
6	42	65	10	40	0	45	20	74	92	30	10
7	40	69	20	41	35	30	10	75	53	35	50
8	40	66	20	42	35	32	10	76	45	65	20
9	38	68	20	43	33	32	20	77	90	35	10
10	38	70	10	44	33	35	10	78	88	30	10
11	35	66	10	45	32	30	10	79	88	35	20
12	35	69	10	46	30	30	10	80	87	30	10
13	25	85	20	47	30	32	30	81	85	25	10
14	22	75	30	48	30	35	10	82	85	35	30
15	22	85	10	49	28	30	10	83	75	55	20
16	20	80	40	50	28	35	10	84	72	55	10
17	20	85	40	51	26	32	10	85	70	58	20
18	18	75	20	52	25	30	10	86	68	60	30
19	15	75	20	53	25	35	10	87	66	55	10
20	15	80	10	54	44	5	20	88	65	55	20
21	30	50	10	55	42	10	40	89	65	60	30
22	30	52	20	56	42	15	10	90	63	58	10
23	28	52	20	57	40	5	30	91	60	55	10
24	28	55	10	58	40	15	40	92	60	60	10
25	25	50	10	59	38	5	30	93	67	85	20
26	25	52	40	60	38	15	10	94	65	85	40
27	25	55	10	61	35	5	20	95	65	82	10
28	23	52	10	62	50	30	10	96	62	80	30
29	23	55	20	63	50	35	20	97	60	80	10
30	20	50	10	64	50	40	50	98	60	85	30
31	20	55	10	65	48	30	10	99	58	75	20
32	10	35	20	66	48	40	10	100	55	80	10
33	10	40	30	67	47	35	10	101	55	85	20
34	8	40	40	68	47	40	10				

Tabla C.27: Christofides. VRPNC13.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	10	45	0	41	85	55	17	81	54	90	10
2	25	1	25	42	89	43	20	82	10	35	7
3	25	3	7	43	89	46	14	83	10	40	12
4	31	5	13	44	89	52	16	84	18	30	11
5	32	5	6	45	92	42	10	85	17	35	10
6	31	7	14	46	92	52	9	86	16	38	8
7	32	9	5	47	94	42	11	87	14	40	11
8	34	9	11	48	94	44	7	88	15	42	21
9	46	9	19	49	94	48	13	89	11	42	4
10	35	7	5	50	96	42	5	90	18	40	15
11	34	6	15	51	99	46	4	91	21	39	16
12	35	5	15	52	99	50	21	92	20	40	4
13	47	6	17	53	83	80	13	93	18	41	16
14	40	5	13	54	83	83	11	94	20	44	7
15	39	3	12	55	85	81	12	95	22	44	10
16	36	3	18	56	85	85	14	96	16	45	9
17	73	6	13	57	85	89	10	97	20	45	11
18	73	8	18	58	87	80	8	98	25	45	17
19	24	36	12	59	87	86	16	99	30	55	12
20	76	6	17	60	90	77	19	100	20	50	11
21	76	10	4	61	90	88	5	101	22	51	7
22	76	13	7	62	93	82	17	102	18	49	9
23	78	3	12	63	93	84	7	103	16	48	11
24	78	9	13	64	93	89	16	104	20	55	12
25	79	3	8	65	94	86	14	105	18	53	7
26	79	5	16	66	95	80	17	106	14	50	8
27	79	11	15	67	99	89	13	107	15	51	6
28	82	3	6	68	37	83	17	108	16	54	5
29	82	7	5	69	50	80	13	109	28	33	12
30	90	15	9	70	35	85	14	110	33	38	13
31	84	3	11	71	35	87	16	111	30	50	7
32	84	5	10	72	44	86	7	112	13	40	7
33	84	9	3	73	46	89	13	113	15	36	8
34	85	1	7	74	46	83	9	114	18	31	11
35	87	5	2	75	46	87	11	115	25	37	13
36	85	8	4	76	46	89	35	116	30	46	11
37	87	7	4	77	48	83	5	117	25	52	10
38	86	41	18	78	50	85	28	118	16	33	7
39	86	44	14	79	50	88	7	119	25	35	4
40	86	46	12	80	54	86	3	120	5	40	20
								121	5	50	13

Tabla C.28: Christofides. VRPNC14.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	40	50	0	35	8	45	20	69	45	30	10
2	45	68	10	36	5	35	10	70	45	35	10
3	45	70	30	37	5	45	10	71	95	30	30
4	42	66	10	38	2	40	20	72	95	35	20
5	42	68	10	39	0	40	30	73	53	30	10
6	42	65	10	40	0	45	20	74	92	30	10
7	40	69	20	41	35	30	10	75	53	35	50
8	40	66	20	42	35	32	10	76	45	65	20
9	38	68	20	43	33	32	20	77	90	35	10
10	38	70	10	44	33	35	10	78	88	30	10
11	35	66	10	45	32	30	10	79	88	35	20
12	35	69	10	46	30	30	10	80	87	30	10
13	25	85	20	47	30	32	30	81	85	25	10
14	22	75	30	48	30	35	10	82	85	35	30
15	22	85	10	49	28	30	10	83	75	55	20
16	20	80	40	50	28	35	10	84	72	55	10
17	20	85	40	51	26	32	10	85	70	58	20
18	18	75	20	52	25	30	10	86	68	60	30
19	15	75	20	53	25	35	10	87	66	55	10
20	15	80	10	54	44	5	20	88	65	55	20
21	30	50	10	55	42	10	40	89	65	60	30
22	30	52	20	56	42	15	10	90	63	58	10
23	28	52	20	57	40	5	30	91	60	55	10
24	28	55	10	58	40	15	40	92	60	60	10
25	25	50	10	59	38	5	30	93	67	85	20
26	25	52	40	60	38	15	10	94	65	85	40
27	25	55	10	61	35	5	20	95	65	82	10
28	23	52	10	62	50	30	10	96	62	80	30
29	23	55	20	63	50	35	20	97	60	80	10
30	20	50	10	64	50	40	50	98	60	85	30
31	20	55	10	65	48	30	10	99	58	75	20
32	10	35	20	66	48	40	10	100	55	80	10
33	10	40	30	67	47	35	10	101	55	85	20
34	8	40	40	68	47	40	10				

C.3. Rinaldi-Yarrow

Tabla C.29: Rinaldi-Yarrow ATT48.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	6823	4674	0	17	8476	2874	1	33	5972	2555	1
2	7692	2247	1	18	3961	1370	1	34	7947	4373	1
3	9135	6748	1	19	5555	1519	1	35	6929	8958	1
4	7721	3451	1	20	4422	1249	1	36	5366	1733	1
5	8304	8580	1	21	5584	3081	1	37	4550	1219	1
6	7501	5899	1	22	5776	4498	1	38	6901	1589	1
7	4687	1373	1	23	8035	2880	1	39	6316	5497	1
8	5429	1408	1	24	6963	3782	1	40	7010	2710	1
9	7877	1716	1	25	6336	7348	1	41	9005	3996	1
10	7260	2083	1	26	8139	8306	1	42	7576	7065	1
11	7096	7869	1	27	4326	1426	1	43	4246	1701	1
12	6539	3513	1	28	5164	1440	1	44	5906	1472	1
13	6272	2992	1	29	8389	5804	1	45	6469	8971	1
14	6471	4275	1	30	4639	1629	1	46	6152	2174	1
15	7110	4369	1	31	6344	1436	1	47	5887	3796	1
16	6462	2634	1	32	5840	5736	1	48	7203	5958	1

C.4. Rochat-Taillard

Tabla C.30: Rochat-Taillard. TAI75A.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	27	-16	-4	758	52	-22	-36	40
2	35	-56	50	28	24	17	429	53	-44	19	123
3	72	-58	50	29	0	-7	5	54	-21	6	7
4	70	-66	170	30	-74	-22	136	55	-49	-4	33
5	45	-40	297	31	-64	-24	501	56	-68	-7	369
6	39	-40	9	32	-71	-19	93	57	-42	11	11
7	60	-50	630	33	-91	-15	21	58	-69	3	23
8	42	-59	179	34	-65	-14	169	59	-49	9	208
9	31	-46	179	35	-91	-26	22	60	-68	-19	4
10	44	-58	216	36	-76	-7	3	61	-57	-7	8
11	45	-67	4	37	-66	-4	271	62	-61	-34	36
12	69	-46	9	38	-87	-10	433	63	-36	16	504
13	24	0	154	39	-73	-8	3	64	-56	2	16
14	12	-4	117	40	-81	-1	1079	65	-67	0	574
15	1	-21	63	41	-82	-24	233	66	-17	-14	19
16	3	29	436	42	-87	-25	11	67	-17	-20	235
17	19	-13	905	43	-76	-25	10	68	-28	-26	445
18	13	-14	14	44	-75	-6	78	69	-70	-21	6
19	25	11	3	45	-70	-3	63	70	-46	-14	43
20	24	23	10	46	-64	-22	4	71	-52	36	210
21	3	7	166	47	-66	-5	59	72	-33	62	268
22	23	19	211	48	-72	-10	8	73	-53	49	410
23	2	-7	8	49	-89	-3	34	74	-39	59	124
24	5	23	25	50	-86	-3	234	75	33	73	11
25	32	5	139	51	-57	-9	30	76	38	88	1085
26	14	25	213								

Tabla C.31: Rochat-Taillard. TAI75B.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	27	-5	82	11	52	-13	9	5
2	-2	-5	1066	28	-20	80	185	53	-8	12	16
3	3	-1	841	29	-6	91	159	54	-35	-8	34
4	-2	7	74	30	-25	89	285	55	-33	23	5
5	3	0	687	31	-25	74	4	56	10	-70	9
6	7	-3	175	32	-8	88	10	57	8	-95	22
7	-5	-1	183	33	-21	74	3	58	-12	-101	120
8	-3	0	124	34	-23	74	4	59	6	-113	152
9	0	-3	4	35	-5	87	11	60	-17	-76	21
10	4	1	81	36	-8	91	45	61	-23	-102	44
11	4	-5	56	37	-3	-8	4	62	11	-104	676
12	-2	-4	29	38	-30	15	225	63	-19	-96	17
13	5	-5	23	39	-14	24	286	64	-13	-79	764
14	-4	1	4	40	-12	11	262	65	-53	-32	13
15	-2	3	9	41	-1	7	4	66	-78	-2	6
16	7	2	7	42	2	14	391	67	-87	-61	718
17	-13	80	181	43	-26	15	54	68	-60	-32	52
18	-6	88	54	44	-36	2	518	69	-6	-12	11
19	-16	83	884	45	-29	7	815	70	10	-16	93
20	-14	77	822	46	-1	28	25	71	-7	-11	398
21	-26	88	637	47	-7	17	29	72	0	3	48
22	-24	79	59	48	-10	31	18	73	10	2	37
23	-25	78	140	49	-20	-2	588	74	-1	-15	3
24	-11	80	531	50	-33	20	68	75	1	-3	8
25	-5	88	58	51	-26	0	480	76	15	-2	406
26	-21	90	15								

Tabla C.32: Rochat-Taillard. TAI75C.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	27	-80	-10	67	52	-4	5	141
2	-7	9	94	28	-34	4	144	53	-20	25	9
3	-7	8	12	29	-45	25	310	54	-12	14	261
4	-15	16	17	30	73	32	85	55	-11	11	4
5	-2	13	619	31	78	59	1061	56	-12	4	5
6	0	3	61	32	58	53	344	57	-1	21	21
7	-9	6	3	33	57	55	22	58	-1	1	25
8	2	5	4	34	20	85	15	59	-9	21	86
9	-13	9	13	35	-12	81	219	60	9	3	86
10	-15	10	44	36	-8	86	44	61	5	14	124
11	-14	2	12	37	12	33	370	62	-9	27	123
12	1	0	35	38	19	86	74	63	-20	11	11
13	-40	24	114	39	-11	44	82	64	0	30	41
14	-54	-15	29	40	-2	67	3	65	-12	15	279
15	-43	10	76	41	25	76	39	66	-3	17	149
16	-73	-2	106	42	-29	44	54	67	-58	-60	9
17	-76	4	157	43	4	80	22	68	-71	-58	65
18	-45	31	43	44	-2	84	171	69	-32	-34	155
19	-29	36	4	45	-8	54	65	70	-59	-37	6
20	-78	11	38	46	-16	34	405	71	-48	-19	83
21	-31	25	212	47	-14	80	19	72	-71	-49	11
22	-67	17	42	48	-17	32	7	73	22	-4	735
23	-31	4	10	49	19	39	586	74	13	-10	4
24	-51	10	19	50	-20	82	15	75	22	-17	56
25	-30	-9	856	51	17	42	149	76	13	12	26
26	-51	24	13								

Tabla C.33: Rochat-Taillard. TAI75D.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	26	-61	38	1004	51	-30	-5	459
2	87	-18	643	27	-54	50	114	52	-34	2	4
3	71	-19	622	28	-56	36	527	53	-31	-12	20
4	81	-11	727	29	-57	26	4	54	-31	-10	413
5	80	-17	50	30	-61	40	28	55	-27	1	671
6	74	-16	235	31	-41	39	94	56	-30	-8	195
7	75	-9	30	32	-61	30	8	57	-31	-6	16
8	76	-6	5	33	-45	46	139	58	-23	-1	683
9	86	-11	43	34	-53	62	41	59	-21	-3	4
10	85	-19	398	35	-34	37	7	60	-33	1	43
11	83	-19	81	36	-47	33	490	61	59	-61	45
12	70	-10	14	37	-52	61	3	62	73	-52	62
13	48	21	171	38	-33	34	75	63	72	-61	14
14	23	33	209	39	-35	62	45	64	76	-63	76
15	35	36	20	40	-71	45	3	65	59	-63	101
16	38	42	13	41	-22	-10	410	66	62	-63	846
17	22	26	93	42	-29	-2	44	67	59	-54	157
18	51	21	16	43	-29	3	678	68	70	-55	3
19	30	39	3	44	-30	3	24	69	62	-59	13
20	30	26	391	45	-33	-11	10	70	60	-62	397
21	29	23	52	46	-31	1	12	71	56	19	23
22	27	20	905	47	-31	-10	268	72	47	15	87
23	36	23	56	48	-22	-9	7	73	49	12	6
24	28	20	203	49	-25	-4	51	74	58	9	3
25	45	28	87	50	-32	-12	448	75	51	13	3
								76	57	19	230

Tabla C.34: Rochat-Taillard. TAI100A.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	35	23	-34	526	69	75	-19	10
2	-5	70	13	36	38	-8	6	70	107	5	47
3	-17	69	122	37	20	-40	279	71	70	-4	37
4	-19	85	30	38	21	-9	160	72	110	-2	23
5	9	99	3	39	46	-13	3	73	90	3	25
6	15	82	5	40	90	67	4	74	80	-17	444
7	-21	102	422	41	70	39	105	75	59	-21	3
8	-16	68	13	42	78	73	46	76	83	14	99
9	15	72	22	43	49	47	474	77	-56	62	58
10	12	78	173	44	45	75	7	78	-39	71	7
11	1	102	41	45	86	61	7	79	-40	72	11
12	15	91	8	46	86	59	99	80	-41	77	15
13	9	83	8	47	54	65	126	81	-37	78	381
14	2	82	110	48	46	38	119	82	-31	70	7
15	-7	76	198	49	63	68	46	83	-52	81	39
16	-17	79	384	50	55	74	273	84	-50	81	502
17	12	70	193	51	62	69	91	85	-41	77	115
18	-18	99	238	52	58	70	294	86	-35	85	85
19	-9	104	265	53	25	17	4	87	-41	71	3
20	9	-24	3	54	7	1	81	88	-57	72	136
21	23	-34	469	55	8	6	285	89	-47	74	111
22	9	-44	7	56	12	-2	90	90	-56	70	66
23	12	-30	6	57	14	-7	462	91	-32	82	50
24	16	-36	108	58	13	-1	65	92	-50	69	252
25	40	-21	10	59	8	12	6	93	-57	86	4
26	39	-15	40	60	25	13	4	94	-33	79	119
27	42	-6	635	61	11	3	529	95	-64	71	746
28	29	-43	49	62	15	-7	165	96	-58	56	6
29	20	-8	149	63	4	-6	4	97	-74	69	51
30	24	-38	403	64	18	-4	394	98	-65	57	322
31	47	-15	42	65	10	-1	3	99	1	56	1023
32	34	-28	70	66	16	-10	60	100	12	41	5
33	41	-39	201	67	96	5	899	101	24	53	10
34	39	-30	66	68	60	28	169				

Tabla C.35: Rochat-Taillard. TAI100B.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	35	-91	-26	22	69	-70	-21	6
2	35	-56	50	36	-76	-7	3	70	-46	-14	43
3	72	-58	50	37	-66	-4	271	71	-52	36	210
4	70	-66	170	38	-87	-10	433	72	-33	62	268
5	45	-40	297	39	-73	-8	3	73	-53	49	410
6	39	-40	9	40	-81	-1	1079	74	-39	59	124
7	60	-50	630	41	-82	-24	233	75	33	73	11
8	42	-59	179	42	-87	-25	11	76	38	88	1085
9	31	-46	179	43	-76	-25	10	77	43	77	5
10	44	-58	216	44	-75	-6	78	78	-60	19	529
11	45	-67	4	45	-70	-3	63	79	-61	27	107
12	69	-46	9	46	-64	-22	4	80	-66	23	274
13	24	0	154	47	-66	-5	59	81	-61	20	23
14	12	-4	117	48	-72	-10	8	82	-55	19	156
15	1	-21	63	49	-89	-3	34	83	-5	-38	32
16	3	29	436	50	-86	-3	234	84	-9	-41	177
17	19	-13	905	51	-57	-9	30	85	-12	-31	16
18	13	-14	14	52	-22	-36	40	86	-9	-45	8
19	25	11	3	53	-44	19	123	87	-6	-33	19
20	24	23	10	54	-21	6	7	88	-1	-49	52
21	3	7	166	55	-49	-4	33	89	-14	-44	47
22	23	19	211	56	-68	-7	369	90	85	-1	4
23	2	-7	8	57	-42	11	11	91	67	-1	372
24	5	23	25	58	-69	3	23	92	60	30	525
25	32	5	139	59	-49	9	208	93	78	12	101
26	14	25	213	60	-68	-19	4	94	57	31	898
27	-16	-4	758	61	-57	-7	8	95	63	-1	40
28	24	17	429	62	-61	-34	36	96	88	-3	32
29	0	-7	5	63	-36	16	504	97	85	-13	1017
30	-74	-22	136	64	-56	2	16	98	78	17	103
31	-64	-24	501	65	-67	0	574	99	56	4	109
32	-71	-19	93	66	-17	-14	19	100	99	-14	76
33	-91	-15	21	67	-17	-20	235	101	53	16	1025
34	-65	-14	169	68	-28	-26	445				

Tabla C.36: Rochat-Taillard. TAI100C.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	35	-5	87	11	69	-6	-12	11
2	-2	-5	1066	36	-8	91	45	70	10	-16	93
3	3	-1	841	37	-3	-8	4	71	-7	-11	398
4	-2	7	74	38	-30	15	225	72	0	3	48
5	3	0	687	39	-14	24	286	73	10	2	37
6	7	-3	175	40	-12	11	262	74	-1	-15	3
7	-5	-1	183	41	-1	7	4	75	1	-3	8
8	-3	0	124	42	2	14	391	76	15	-2	406
9	0	-3	4	43	-26	15	54	77	10	4	1086
10	4	1	81	44	-36	2	518	78	8	3	3
11	4	-5	56	45	-29	7	815	79	-58	32	52
12	-2	-4	29	46	-1	28	25	80	-88	38	88
13	5	-5	23	47	-7	17	29	81	-76	34	28
14	-4	1	4	48	-10	31	18	82	-83	50	686
15	-2	3	9	49	-20	-2	588	83	-67	43	25
16	7	2	7	50	-33	20	68	84	-75	34	101
17	-13	80	181	51	-26	0	480	85	-91	44	4
18	-6	88	54	52	-13	9	5	86	-24	1	15
19	-16	83	884	53	-8	12	16	87	-20	4	445
20	-14	77	822	54	-35	-8	34	88	-17	-4	4
21	-26	88	637	55	-33	23	5	89	-25	-1	593
22	-24	79	59	56	10	-70	9	90	-17	2	327
23	-25	78	140	57	8	-95	22	91	-24	2	92
24	-11	80	531	58	-12	-101	120	92	-12	-2	21
25	-5	88	58	59	6	-113	152	93	-14	1	12
26	-21	90	15	60	-17	-76	21	94	-18	2	44
27	-5	82	11	61	-23	-102	44	95	-20	5	773
28	-20	80	185	62	11	-104	676	96	-14	4	4
29	-6	91	159	63	-19	-96	17	97	-23	9	14
30	-25	89	285	64	-13	-79	764	98	-22	-3	783
31	-25	74	4	65	-53	-32	13	99	-22	-2	3
32	-8	88	10	66	-78	-2	6	100	17	1	500
33	-21	74	3	67	-87	-61	718	101	5	7	390
34	-23	74	4	68	-60	-32	52				

Tabla C.37: Rochat-Taillard. TAI100D.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	35	-12	81	219	69	-32	-34	155
2	-7	9	94	36	-8	86	44	70	-59	-37	6
3	-7	8	12	37	12	33	370	71	-48	-19	83
4	-15	16	17	38	19	86	74	72	-71	-49	11
5	-2	13	619	39	-11	44	82	73	22	-4	735
6	0	3	61	40	-2	67	3	74	13	-10	4
7	-9	6	3	41	25	76	39	75	22	-17	56
8	2	5	4	42	-29	44	54	76	13	12	26
9	-13	9	13	43	4	80	22	77	3	-5	5
10	-15	10	44	44	-2	84	171	78	27	-4	34
11	-14	2	12	45	-8	54	65	79	2	-3	13
12	1	0	35	46	-16	34	405	80	-2	-22	1017
13	-40	24	114	47	-14	80	19	81	30	1	85
14	-54	-15	29	48	-17	32	7	82	22	-6	10
15	-43	10	76	49	19	39	586	83	-27	62	7
16	-73	-2	106	50	-20	82	15	84	-20	64	6
17	-76	4	157	51	17	42	149	85	-26	69	524
18	-45	31	43	52	-4	5	141	86	-20	66	16
19	-29	36	4	53	-20	25	9	87	-29	67	15
20	-78	11	38	54	-12	14	261	88	-84	-10	117
21	-31	25	212	55	-11	11	4	89	-69	-22	48
22	-67	17	42	56	-12	4	5	90	-79	-4	43
23	-31	4	10	57	-1	21	21	91	-84	-19	64
24	-51	10	19	58	-1	1	25	92	-63	-12	30
25	-30	-9	856	59	-9	21	86	93	-76	-14	3
26	-51	24	13	60	9	3	86	94	-70	-4	21
27	-80	-10	67	61	5	14	124	95	30	39	514
28	-34	4	144	62	-9	27	123	96	23	39	625
29	-45	25	310	63	-20	11	11	97	30	48	7
30	73	32	85	64	0	30	41	98	36	21	257
31	78	59	1061	65	-12	15	279	99	32	16	603
32	58	53	344	66	-3	17	149	100	42	30	4
33	57	55	22	67	-58	-60	9	101	62	16	4
34	20	85	15	68	-71	-58	65				

Tabla C.38: Rochat-Taillard. TAI150A.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	52	84	87	294	102	8	59	153
2	-4	106	13	53	23	14	4	103	20	70	29
3	-11	106	122	54	13	4	81	104	1	62	13
4	-12	115	30	55	13	7	285	105	19	57	3
5	4	123	3	56	16	2	90	106	15	70	4
6	7	113	5	57	17	-1	462	107	20	55	70
7	-13	125	422	58	16	3	65	108	8	51	9
8	-11	105	13	59	13	10	6	109	3	54	147
9	8	107	22	60	23	11	4	110	18	68	3
10	6	111	173	61	15	5	529	111	12	53	10
11	0	125	41	62	17	-1	165	112	3	65	4
12	8	118	8	63	11	0	4	113	4	62	439
13	4	114	8	64	19	1	394	114	19	52	14
14	0	113	110	65	14	3	3	115	92	-28	729
15	-5	109	198	66	18	-3	60	116	92	-26	29
16	-11	112	384	67	118	8	899	117	80	-28	3
17	6	106	193	68	99	21	169	118	91	-18	98
18	-11	123	238	69	106	-5	10	119	93	-24	113
19	-6	126	265	70	124	8	47	120	76	-15	122
20	26	-33	3	71	104	3	37	121	88	-33	11
21	34	-38	469	72	126	4	23	122	83	-28	90
22	26	-44	7	73	115	7	25	123	86	-23	789
23	28	-36	6	74	110	-3	444	124	92	-20	6
24	30	-39	108	75	98	-6	3	125	82	-29	179
25	44	-31	10	76	111	13	99	126	88	-29	3
26	43	-27	40	77	-67	90	58	127	82	-27	3
27	45	-22	635	78	-56	96	7	128	88	-13	21
28	37	-44	49	79	-56	97	11	129	83	-29	869
29	32	-23	149	80	-57	100	15	130	90	-17	246
30	35	-41	403	81	-54	101	381	131	49	-4	10
31	48	-27	42	82	-50	96	7	132	58	-6	36
32	41	-35	70	83	-64	103	39	133	64	-7	14
33	45	-41	201	84	-63	103	502	134	54	-15	134
34	43	-36	66	85	-57	100	115	135	66	-3	175
35	34	-38	526	86	-53	106	85	136	65	-13	32
36	43	-23	6	87	-57	96	3	137	57	-20	20
37	32	-41	279	88	-67	97	136	138	38	-2	212
38	33	-24	160	89	-61	98	111	139	-44	88	45
39	48	-26	3	90	-66	95	66	140	-36	100	173
40	102	85	4	91	-51	104	50	141	-37	98	240
41	90	69	105	92	-62	95	252	142	-39	110	16
42	95	88	46	93	-67	106	4	143	-34	111	27
43	79	74	474	94	-51	102	119	144	-47	111	61
44	77	89	7	95	-86	87	746	145	-28	105	203
45	99	81	7	96	-82	78	6	146	-38	98	5
46	99	80	99	97	-92	86	51	147	-32	91	369
47	81	84	126	98	-86	78	322	148	-25	97	81
48	77	69	119	99	6	67	1023	149	-46	111	128
49	86	85	46	100	13	59	5	150	-36	107	406
50	82	89	273	101	21	66	10	151	-35	92	32
51	86	86	91								

Tabla C.39: Rochat-Taillard. TAI150B.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	52	-48	-27	40	102	87	21	53
2	58	-75	50	53	-59	3	123	103	100	2	22
3	80	-76	50	54	-47	-4	7	104	108	16	991
4	79	-80	170	55	-62	-10	33	105	114	18	4
5	64	-66	297	56	-72	-11	369	106	99	11	147
6	61	-65	9	57	-59	-1	11	107	87	4	49
7	73	-71	630	58	-73	-6	23	108	110	16	276
8	63	-76	179	59	-62	-3	208	109	102	25	7
9	57	-69	179	60	-72	-17	4	110	-8	108	78
10	64	-76	216	61	-67	-11	8	111	-9	102	389
11	64	-81	4	62	-69	-25	36	112	-10	108	4
12	78	-69	9	63	-56	1	504	113	-4	108	388
13	20	2	154	64	-66	-6	16	114	-8	104	135
14	14	0	117	65	-72	-7	574	115	-9	100	233
15	7	-9	63	66	-46	-15	19	116	-7	111	74
16	9	18	436	67	-45	-18	235	117	-4	102	51
17	17	-5	905	68	-51	-21	445	118	-12	101	4
18	14	-6	14	69	-73	-18	6	119	-14	112	216
19	20	8	3	70	-61	-15	43	120	-10	105	85
20	20	15	10	71	-57	60	210	121	15	-4	37
21	9	6	166	72	-46	74	268	122	30	-7	6
22	19	12	211	73	-57	67	410	123	31	8	12
23	8	-2	8	74	-49	72	124	124	15	1	12
24	9	15	25	75	46	101	11	125	17	7	45
25	24	5	139	76	50	113	1085	126	19	-8	3
26	14	16	213	77	54	103	5	127	19	-9	122
27	-2	0	758	78	-80	28	529	128	14	-2	46
28	20	11	429	79	-81	35	107	129	21	-7	132
29	7	-2	5	80	-85	31	274	130	24	-10	464
30	-101	-25	136	81	-81	29	23	131	26	10	11
31	-94	-26	501	82	-76	28	156	132	20	-6	11
32	-99	-22	93	83	-8	-53	32	133	23	3	16
33	-112	-20	21	84	-11	-55	177	134	27	-5	119
34	-95	-19	169	85	-12	-48	16	135	25	3	60
35	-112	-27	22	86	-10	-57	8	136	27	-2	14
36	-102	-15	3	87	-8	-49	19	137	17	-4	13
37	-96	-13	271	88	-5	-61	52	138	31	-10	90
38	-110	-17	433	89	-14	-57	47	139	22	2	5
39	-101	-15	3	90	106	6	4	140	28	-3	458
40	-105	-10	1079	91	96	6	372	141	-5	13	6
41	-106	-26	233	92	92	23	525	142	1	18	3
42	-109	-26	11	93	102	13	101	143	2	-2	99
43	-102	-26	10	94	90	24	898	144	-9	10	73
44	-101	-14	78	95	94	6	40	145	5	-4	13
45	-99	-12	63	96	107	5	32	146	-1	1	10
46	-94	-24	4	97	106	-1	1017	147	-11	19	9
47	-96	-13	59	98	102	16	103	148	-12	3	417
48	-100	-16	8	99	90	8	109	149	-3	-3	150
49	-111	-12	34	100	113	-1	76	150	-18	4	49
50	-109	-12	234	101	88	15	1025	151	-21	1	271
51	-66	-12	30								

Tabla C.40: Rochat-Taillard. TAI150C.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	52	-20	14	5	102	15	0	64
2	-1	-4	1066	53	-17	16	16	103	19	1	90
3	3	0	841	54	-32	4	34	104	12	-1	8
4	-1	6	74	55	-31	22	5	105	12	6	931
5	3	0	687	56	2	-108	9	106	14	0	496
6	6	-3	175	57	1	-122	22	107	11	6	19
7	-5	-1	183	58	-10	-125	120	108	7	7	325
8	-2	0	124	59	-1	-132	152	109	14	-2	56
9	0	-2	4	60	-13	-111	21	110	11	7	20
10	4	1	81	61	-16	-126	44	111	14	4	338
11	3	-4	56	62	2	-127	676	112	19	7	5
12	-1	-4	29	63	-14	-122	17	113	30	34	17
13	4	-4	23	64	-11	-113	764	114	29	28	222
14	-3	1	4	65	-84	-43	13	115	35	26	6
15	-1	3	9	66	-97	-27	6	116	24	24	4
16	6	2	7	67	-102	-58	718	117	105	19	8
17	-19	109	181	68	-88	-43	52	118	109	35	164
18	-14	115	54	69	0	-14	11	119	125	22	96
19	-21	111	884	70	10	-16	93	120	115	9	6
20	-19	107	822	71	-1	-13	398	121	129	14	630
21	-28	114	637	72	4	-4	48	122	121	11	4
22	-26	108	59	73	10	-5	37	123	115	14	115
23	-27	107	140	74	3	-15	3	124	126	15	645
24	-17	109	531	75	4	-8	8	125	134	18	187
25	-13	114	58	76	13	-7	406	126	120	25	260
26	-25	116	15	77	10	-3	1086	127	14	62	5
27	-13	111	11	78	9	-4	3	128	24	77	9
28	-24	108	185	79	-88	50	52	129	22	69	9
29	-13	117	159	80	-105	53	88	130	26	76	4
30	-28	115	285	81	-98	51	28	131	28	59	17
31	-27	105	4	82	-102	61	686	132	12	67	167
32	-15	115	10	83	-93	56	25	133	24	60	1026
33	-24	104	3	84	-97	51	101	134	21	77	25
34	-26	104	4	85	-107	57	4	135	20	66	104
35	-13	114	11	86	-30	3	15	136	10	73	7
36	-15	117	45	87	-27	5	445	137	9	65	48
37	-14	5	4	88	-25	-1	4	138	4	57	153
38	-30	18	225	89	-31	2	593	139	1	61	30
39	-20	23	286	90	-25	4	327	140	2	67	161
40	-19	15	262	91	-30	4	92	141	0	68	3
41	-13	13	4	92	-21	1	21	142	-8	63	12
42	-11	17	391	93	-22	3	12	143	-7	57	4
43	-27	17	54	94	-26	3	44	144	4	59	55
44	-33	10	518	95	-27	6	773	145	-29	-39	11
45	-29	13	815	96	-22	5	4	146	-23	-43	3
46	-13	25	25	97	-30	9	14	147	-19	-47	14
47	-16	19	29	98	-29	0	783	148	-26	-46	408
48	-18	26	18	99	-29	0	3	149	-22	-48	49
49	-24	8	588	100	19	1	500	150	-21	-37	4
50	-31	20	68	101	8	6	390	151	-29	-46	5
51	-27	9	480								

Tabla C.41: Rochat-Taillard. TAI150D.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	51	7	69	149	101	88	24	4
2	-9	12	94	52	-6	14	141	102	87	24	21
3	-10	11	12	53	-16	27	9	103	85	22	54
4	-16	17	17	54	-11	20	261	104	85	20	9
5	-6	15	619	55	-10	18	4	105	94	32	860
6	-4	7	61	56	-11	14	5	106	95	23	9
7	-11	10	3	57	-4	24	21	107	95	23	62
8	-3	9	4	58	-4	12	25	108	83	24	16
9	-14	12	13	59	-9	24	86	109	96	29	197
10	-15	13	44	60	2	13	86	110	-96	-2	14
11	-15	7	12	61	0	20	124	111	-95	-2	6
12	-3	5	35	62	-9	28	123	112	-91	13	140
13	-65	22	114	63	-16	18	11	113	-101	1	334
14	-72	1	29	64	-4	30	41	114	-89	1	421
15	-66	14	76	65	-11	20	279	115	-94	13	911
16	-83	8	106	66	-5	22	149	116	-93	11	789
17	-84	11	157	67	-71	-68	9	117	-92	12	37
18	-68	26	43	68	-78	-67	65	118	-98	6	7
19	-59	28	4	69	-57	-54	155	119	-88	6	131
20	-85	15	38	70	-72	-56	6	120	-102	10	25
21	-60	22	212	71	-66	-46	83	121	-101	0	24
22	-79	18	42	72	-78	-62	11	122	-94	-1	3
23	-60	11	10	73	22	-5	735	123	-24	88	1027
24	-71	14	19	74	17	-9	4	124	-35	93	114
25	-60	5	856	75	22	-13	56	125	-33	91	34
26	-71	22	13	76	17	4	26	126	-36	92	6
27	-86	4	67	77	11	-6	5	127	-27	91	530
28	-62	11	144	78	25	-5	34	128	-26	96	75
29	-67	22	310	79	10	-5	13	129	-32	90	794
30	88	50	85	80	8	-16	1017	130	-26	92	241
31	91	66	1061	81	27	-2	85	131	-30	92	18
32	79	63	344	82	22	-6	10	132	-28	88	243
33	79	64	22	83	-36	83	7	133	-30	96	31
34	9	92	15	84	-29	85	6	134	-31	93	5
35	-8	90	219	85	-34	90	524	135	35	-114	68
36	-6	92	44	86	-29	87	16	136	46	-102	30
37	4	64	370	87	-37	88	15	137	28	-121	497
38	8	92	74	88	-105	-16	117	138	36	-123	15
39	-8	70	82	89	-94	-24	48	139	34	25	583
40	-3	83	3	90	-102	-11	43	140	33	26	911
41	11	87	39	91	-105	-22	64	141	25	26	388
42	-17	71	54	92	-90	-17	30	142	31	23	36
43	0	89	22	93	-100	-19	3	143	32	31	7
44	-3	92	171	94	-95	-11	21	144	33	19	206
45	-6	76	65	95	44	50	514	145	35	30	1037
46	-10	65	405	96	40	50	625	146	32	20	14
47	-9	90	19	97	44	55	7	147	30	19	22
48	-11	64	7	98	48	40	257	148	33	28	16
49	8	68	586	99	46	37	603	149	34	20	770
50	-13	90	15	100	51	45	4	150	29	19	148
								151	29	23	50

Tabla C.42: Rochat-Taillard. TAI385.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	5332	1525	0	63	5281	1778	1	125	5301	1688	1
2	5166	1480	3	64	5278	1783	1	126	5340	1659	4
3	5403	1631	7	65	5301	1784	3	127	5359	1654	4
4	5030	1372	7	66	5306	1792	4	128	5384	1658	33
5	5469	1830	15	67	5333	1799	3	129	5374	1626	5
6	5495	1832	1	68	5342	1796	1	130	5351	1670	1
7	5394	1844	23	69	5337	1816	3	131	5360	1678	4
8	5403	1868	5	70	5288	1762	3	132	5388	1635	1
9	5415	1875	3	71	5306	1748	45	133	5367	1612	7
10	5426	1876	3	72	5291	1746	2	134	5387	1676	6
11	5440	1885	2	73	5282	1730	1	135	5406	1653	4
12	5451	1891	6	74	5264	1739	1	136	5412	1673	1
13	5457	1926	1	75	5264	1718	2	137	5388	1610	4
14	5365	1877	1	76	5253	1718	4	138	5376	1603	8
15	5350	1843	1	77	5240	1730	1	139	5385	1593	17
16	5322	1844	2	78	5242	1716	2	140	5417	1613	12
17	5342	1861	1	79	5198	1714	4	141	5420	1642	4
18	5325	1869	4	80	5225	1689	1	142	5430	1676	1
19	5302	1823	8	81	5245	1668	2	143	5435	1666	2
20	5284	1862	42	82	5263	1661	1	144	5437	1682	1
21	5382	1890	1	83	5259	1632	2	145	5422	1696	3
22	5385	1886	1	84	5242	1624	1	146	5394	1708	5
23	5376	1887	3	85	5252	1605	2	147	5411	1762	1
24	5372	1896	1	86	5245	1583	2	148	5432	1787	3
25	5374	1873	1	87	5265	1583	3	149	5436	1768	1
26	5377	1863	2	88	5287	1595	4	150	5422	1749	2
27	5372	1845	3	89	5271	1614	2	151	5428	1739	1
28	5365	1832	4	90	5286	1629	19	152	5415	1724	3
29	5365	1822	5	91	5277	1651	1	153	5429	1716	1
30	5355	1865	1	92	5310	1588	10	154	5441	1714	7
31	5401	1893	1	93	5319	1588	3	155	5443	1751	1
32	5456	1933	3	94	5330	1605	6	156	5448	1774	3
33	5614	1855	14	95	5360	1595	28	157	5456	1777	1
34	5636	1867	13	96	5343	1616	3	158	5472	1790	1
35	5610	1913	6	97	5329	1617	2	159	5485	1818	1
36	5592	1934	2	98	5355	1636	2	160	5494	1808	2
37	5644	1923	2	99	5340	1644	2	161	5488	1802	1
38	5694	1892	2	100	5310	1612	12	162	5478	1775	1
39	5709	1917	1	101	5302	1629	21	163	5466	1761	1
40	5697	1919	24	102	5317	1636	5	164	5466	1753	1
41	5725	1953	5	103	5301	1672	7	165	5463	1740	1
42	5657	1948	2	104	5270	1678	1	166	5477	1726	4
43	5673	1965	2	105	5291	1678	14	167	5451	1735	2
44	5683	1971	4	106	5289	1687	7	168	5461	1711	3
45	5674	1973	1	107	5296	1718	5	169	5450	1703	1
46	5712	1992	1	108	5331	1709	4	170	5475	1679	1
47	5651	1974	1	109	5334	1727	20	171	5456	1664	1
48	5663	1989	1	110	5357	1749	2	172	5445	1665	1
49	5680	2006	6	111	5344	1755	1	173	5466	1673	2
50	5114	1669	7	112	5365	1771	2	174	5436	1640	2
51	5143	1670	10	113	5379	1773	1	175	5455	1647	2
52	5176	1590	2	114	5387	1778	1	176	5480	1657	2
53	5222	1620	1	115	5401	1775	1	177	5492	1669	1
54	5224	1592	6	116	5411	1790	4	178	5494	1662	1
55	5232	1587	1	117	5426	1801	1	179	5490	1636	4
56	5214	1635	7	118	5433	1813	1	180	5473	1626	3
57	5234	1641	3	119	5391	1811	42	181	5467	1621	4
58	5211	1666	3	120	5365	1806	2	182	5466	1593	2
59	5190	1739	31	121	5362	1811	4	183	5488	1608	9
60	5217	1759	8	122	5388	1740	5	184	5492	1619	6
61	5249	1770	2	123	5358	1727	3	185	5473	1582	5
62	5254	1761	1	124	5360	1704	2	186	5498	1585	6

Tabla C.43: Rochat-Taillard. TAI385 (cont).

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
187	5498	1598	2	249	5093	1468	3	311	5327	1535	42
188	5184	1614	6	250	5057	1460	13	312	5324	1513	26
189	5300	1647	1	251	5073	1466	6	313	5331	1570	4
190	5515	1581	1	252	5085	1492	2	314	5339	1562	53
191	5504	1632	3	253	5076	1481	7	315	5335	1533	56
192	5502	1721	1	254	5136	1467	1	316	5343	1543	8
193	5502	1746	1	255	5139	1496	4	317	5360	1572	25
194	5518	1675	1	256	5133	1503	1	318	5361	1540	60
195	5511	1688	43	257	5094	1500	3	319	5385	1568	47
196	5519	1729	1	258	5132	1515	14	320	5242	1556	1
197	5512	1736	1	259	5150	1520	2	321	5225	1515	2
198	5519	1778	3	260	5155	1458	38	322	5275	1533	8
199	5513	1804	1	261	5176	1468	9	323	5379	1521	49
200	5520	1708	1	262	5199	1472	4	324	5607	1345	8
201	5531	1754	1	263	5223	1472	5	325	5600	1360	3
202	5526	1793	2	264	5218	1489	14	326	5585	1365	5
203	5531	1580	10	265	5196	1499	23	327	5604	1384	37
204	5537	1696	1	266	5176	1502	2	328	5607	1409	7
205	5542	1733	21	267	5180	1484	5	329	5595	1422	23
206	5549	1703	1	268	5491	1481	18	330	5554	1446	34
207	5550	1722	2	269	5496	1501	21	331	5542	1459	4
208	5544	1752	1	270	5458	1544	28	332	5581	1460	40
209	5551	1585	1	271	5470	1490	3	333	5566	1469	37
210	5552	1691	1	272	5459	1494	2	334	5540	1468	32
211	5560	1714	1	273	5454	1489	18	335	5534	1469	21
212	5574	1723	1	274	5445	1495	17	336	5532	1474	21
213	5575	1732	2	275	5438	1496	4	337	5542	1478	11
214	5572	1755	2	276	5247	1483	36	338	5505	1471	3
215	5576	1770	2	277	5242	1508	4	339	5517	1543	1
216	5587	1743	1	278	5208	1506	6	340	5519	1561	1
217	5575	1791	11	279	5217	1523	8	341	5533	1561	9
218	5599	1777	1	280	5193	1512	3	342	5558	1551	3
219	5605	1762	1	281	5152	1546	14	343	5565	1557	2
220	5609	1804	2	282	5185	1564	3	344	5558	1577	1
221	5616	1779	1	283	5155	1569	1	345	5521	1573	3
222	5033	1340	7	284	5225	1561	9	346	5502	1570	2
223	5050	1348	17	285	5233	1549	3	347	5724	1463	4
224	5020	1365	5	286	5235	1535	2	348	5767	1472	29
225	5009	1375	6	287	5246	1524	3	349	5824	1487	8
226	5040	1368	1	288	5253	1509	5	350	5585	1572	1
227	5052	1374	7	289	5259	1508	15	351	5015	1332	11
228	5078	1376	35	290	5260	1565	3	352	5041	1321	18
229	5077	1387	24	291	5271	1554	2	353	5027	1305	23
230	5050	1386	3	292	5252	1543	1	354	5040	1301	19
231	5040	1387	2	293	5264	1536	2	355	5026	1295	11
232	5028	1396	7	294	5260	1531	5	356	4994	1302	3
233	5031	1405	9	295	5280	1515	12	357	5022	1288	12
234	5016	1447	13	296	5262	1525	2	358	5710	1247	9
235	5051	1412	8	297	5423	1505	11	359	5671	1223	54
236	5049	1427	7	298	5409	1508	12	360	5672	1325	23
237	5073	1405	6	299	5417	1523	19	361	5658	1274	51
238	5077	1421	3	300	5407	1561	30	362	5637	1296	10
239	5062	1434	13	301	5493	1474	3	363	5632	1311	8
240	5085	1440	12	302	5401	1512	10	364	5631	1332	3
241	5086	1427	5	303	5299	1521	38	365	5581	1332	2
242	5095	1419	4	304	5295	1531	14	366	5587	1754	1
243	5122	1427	3	305	5289	1565	4	367	5503	1791	1
244	5103	1445	3	306	5291	1552	3	368	5540	1584	1
245	5109	1447	2	307	5290	1577	3	369	5556	1809	1
246	5118	1452	4	308	5309	1541	20	370	5418	1818	5
247	5129	1437	2	309	5313	1559	42	371	5345	1825	1
248	5122	1458	7	310	5311	1529	10	372	5348	1686	1

Tabla C.44: Rochat-Taillard. TAI385 (cont).

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
373	5357	1558	8	378	5347	1820	1	383	5675	1187	8
374	5588	1786	1	379	5487	1547	14	384	5784	1331	10
375	5153	1468	14	380	5167	1495	1	385	5695	1979	2
376	5708	1347	8	381	5096	1521	4	386	5059	1597	40
377	5303	1653	1	382	5460	1688	2				

C.5. Datos reales. Maquiladora

Tabla C.45: MAQ-N363.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	2099109.28	1856063.26	0	62	2110019.77	1842816.95	3	123	2095553.59	1853804.33	3
2	2097653.38	1851437.64	2	63	2109883.25	1842915.25	2	124	2095427.96	1854736.37	1
3	2097632.97	1851498.85	1	64	2109544.69	1843160.98	2	125	2095731.84	1856616.56	1
4	2097615.12	1851542.21	1	65	2109227.97	1843390.33	2	126	2098744.87	1859001.43	2
5	2097557.73	1851691.42	2	66	2109135.13	1843461.32	2	127	2098987.54	1858365.75	2
6	2097469.74	1851929.89	1	67	2109092.81	1843491.35	1	128	2099570.61	1858318.50	2
7	2097450.61	1851974.52	1	68	2099636.23	1849809.39	1	129	2099730.60	1858376.49	1
8	2097416.18	1852062.52	1	69	2099468.32	1850257.17	1	130	2099859.45	1858430.18	3
9	2097403.43	1852100.77	2	70	2098924.98	1851328.83	1	131	2099835.83	1858122.00	3
10	2097791.10	1852146.68	1	71	2101326.32	1854670.78	1	132	2099779.99	1857869.66	1
11	2097806.41	1852108.43	1	72	2101281.27	1854751.33	1	133	2099760.66	1857802.02	2
12	2097914.80	1851827.87	3	73	2101118.82	1855225.05	2	134	2099641.47	1857734.37	1
13	2098918.43	1851978.35	1	74	2100489.47	1857036.63	3	135	2099571.68	1857853.56	3
14	2098567.73	1852947.54	4	75	2100462.17	1857188.17	1	136	2099403.10	1857361.76	3
15	2097987.49	1853671.89	2	76	2100433.50	1857377.93	2	137	2099166.86	1857744.03	2
16	2097653.39	1854091.45	2	77	2100413.02	1857521.27	2	138	2099082.03	1857712.89	3
17	2093216.59	1863010.41	3	78	2100404.83	1857569.05	4	139	2099041.23	1857697.86	1
18	2093327.19	1863019.15	2	79	2100280.60	1857537.65	1	140	2098996.13	1857678.53	1
19	2093581.50	1863039.77	1	80	2100236.91	1857522.64	1	141	2098953.18	1857664.57	1
20	2093767.70	1862949.17	2	81	2100185.04	1857025.71	1	142	2098909.16	1857647.39	5
21	2093781.45	1862860.44	1	82	2099723.61	1856957.45	1	143	2098711.58	1857573.30	2
22	2093801.44	1862725.48	1	83	2098776.17	1857066.67	2	144	2098660.04	1857551.82	1
23	2093633.99	1862513.65	2	84	2108987.69	1848979.36	5	145	2095142.33	1857831.01	2
24	2096161.27	1859160.96	2	85	2109040.94	1849083.12	4	146	2096174.23	1857446.59	1
25	2096385.98	1859224.08	3	86	2111712.59	1850206.66	2	147	2096234.37	1857470.22	2
26	2097509.55	1858873.13	3	87	2111838.18	1849950.00	5	148	2096328.86	1857508.87	1
27	2102122.79	1843924.88	2	88	2111891.43	1849814.85	2	149	2096377.18	1857528.20	1
28	2102833.86	1844800.05	1	89	2111748.08	1849735.67	4	150	2096396.51	1857534.64	1
29	2099178.95	1851713.87	1	90	2111600.64	1849708.37	1	151	2096451.27	1857557.19	1
30	2099491.94	1851836.82	2	91	2111318.05	1849667.41	3	152	2096864.68	1857364.99	3
31	2100402.93	1853396.35	1	92	2111100.99	1849782.09	6	153	2096517.84	1857114.79	1
32	2100557.72	1853447.95	1	93	2105088.75	1848395.07	1	154	2096452.34	1857089.02	2
33	2100690.39	1853503.23	1	94	2106799.43	1843207.47	2	155	2096124.84	1856952.65	1
34	2100789.90	1853521.66	1	95	2106806.49	1843327.42	1	156	2097244.79	1857041.78	3
35	2100885.72	1853558.51	1	96	2106819.42	1843449.73	2	157	2098483.94	1857167.41	2
36	2100856.23	1853665.39	1	97	2106854.70	1843918.94	1	158	2097643.17	1849297.66	2
37	2100694.08	1853820.17	1	98	2106900.56	1844482.24	2	159	2098155.36	1850407.95	1
38	2100683.02	1853882.83	2	99	2105249.48	1845401.86	2	160	2097785.98	1850322.05	1
39	2100616.68	1854026.56	3	100	2104714.41	1845314.83	1	161	2097634.58	1850542.18	2
40	2100550.35	1854218.20	4	101	2100680.79	1848939.21	1	162	2097549.75	1850625.93	1
41	2100491.38	1854369.30	1	102	2099959.92	1850049.34	1	163	2097467.07	1850849.28	1
42	2100469.27	1854424.58	1	103	2099874.07	1850272.78	1	164	2097387.61	1851065.11	1
43	2100362.39	1854387.72	1	104	2099513.04	1851224.15	2	165	2097149.23	1851690.05	1
44	2100255.51	1854328.76	5	105	2099255.50	1851754.51	1	166	2097110.57	1851794.21	1
45	2104264.18	1845985.53	3	106	2099901.12	1852003.82	4	167	2097028.96	1852011.11	2
46	2104258.72	1846582.11	2	107	2099765.88	1852362.50	1	168	2104060.09	1844406.59	2
47	2104058.04	1846717.26	2	108	2099745.89	1852416.59	1	169	2104341.42	1844110.23	1
48	2103961.11	1846781.43	3	109	2099631.82	1852716.47	2	170	2104735.49	1843695.75	1
49	2100694.25	1855676.92	1	110	2099594.18	1852815.25	1	171	2104922.33	1843501.39	1
50	2100680.60	1855769.75	2	111	2099550.67	1852921.09	1	172	2104957.77	1843461.66	1
51	2100658.75	1855898.08	2	112	2099406.03	1853316.22	1	173	2105095.21	1843374.68	1
52	2100608.24	1856259.85	1	113	2097379.02	1853326.49	2	174	2105735.19	1843200.73	2
53	2100484.01	1857063.94	3	114	2097208.29	1853088.11	1	175	2105571.97	1842692.83	1
54	2108250.50	1842051.09	2	115	2097117.01	1853116.03	1	176	2105699.75	1842456.60	1
55	2108658.69	1841993.75	2	116	2096515.70	1853088.11	2	177	2105991.82	1842412.58	2
56	2108688.72	1842550.75	3	117	2096211.82	1852961.41	1	178	2106195.84	1842380.36	1
57	2108442.99	1842565.76	1	118	2096172.09	1852909.87	2	179	2106333.28	1842592.97	1
58	2109065.51	1842769.17	4	119	2096031.42	1852726.25	2	180	2106248.45	1843104.09	2
	2109432.74	1842309.11	2	120	2096006.72	1852691.89	2	181	2106236.64	1843226.50	5
	2109488.71	1842300.92	1	121	2095903.64	1852530.82	1	182	2106228.05	1843829.97	1
	2110063.45	1842557.57	1	122	2095509.56	1852640.35	1	183	2106246.31	1844013.58	1

Tabla C.46: MAQ-N363 (cont).

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
184	2106263.49	1844065.13	3	245	2096824.90	1859029.38	3	305	2099959.12	1853994.06	3
185	2096731.53	1858135.96	2	246	2096792.16	1859019.04	3	306	2099872.26	1843984.03	1
186	2096681.06	1858268.04	1	247	2096123.51	1858543.40	2	307	2100124.96	1844589.26	1
187	2096646.70	1858353.94	1	248	2095480.71	1858122.91	2	308	2100170.71	1844700.53	1
188	2096045.38	1858795.26	3	249	2105888.26	1839573.98	1	309	2102385.71	1847769.28	2
189	2095995.99	1858945.59	2	250	2105982.22	1840170.73	1	310	2102590.57	1848156.13	1
190	2096042.16	1858188.58	3	251	2106024.93	1840447.75	2	311	2101815.84	1848952.69	2
191	2096103.36	1858050.06	1	252	2106053.00	1840666.19	2	312	2097449.28	1856533.60	3
192	2096148.07	1857962.83	2	253	2106116.46	1841076.23	1	313	2097863.17	1856691.66	1
193	2096209.30	1857941.14	1	254	2106125.00	1841125.04	1	314	2097918.28	1856716.62	1
194	2096590.71	1858053.40	4	255	2106160.39	1841345.92	1	315	2098083.63	1856784.21	3
195	2097019.33	1857853.12	2	256	2106212.87	1841685.18	1	316	2098505.83	1856948.52	1
196	2097479.83	1857766.38	1	257	2106718.09	1842277.05	1	317	2098771.00	1857055.63	2
197	2097525.76	1857782.96	1	258	2107224.54	1842842.07	1	318	2098606.75	1841450.84	1
198	2108355.60	1843258.28	1	259	2107259.93	1843183.77	3	319	2098542.12	1842917.51	1
199	2108350.40	1843141.45	2	260	2107290.44	1843547.43	3	320	2099335.11	1843238.18	1
200	2108092.62	1842813.82	1	261	2107316.06	1843778.08	2	321	2098831.72	1849872.96	1
201	2107909.94	1842819.48	3	262	2107345.35	1844041.67	5	322	2098407.88	1850984.14	1
202	2107749.91	1843703.16	2	263	2107378.30	1844398.02	1	323	2098387.99	1851033.86	1
203	2104213.77	1847158.58	1	264	2107400.27	1844659.17	1	324	2098308.44	1851236.46	1
204	2103233.79	1847021.22	1	265	2105008.38	1846636.13	1	325	2098296.02	1851437.81	3
205	2100531.76	1852490.41	2	266	2104116.31	1847223.12	2	326	2098457.60	1851463.92	2
206	2100340.58	1852983.23	4	267	2100982.92	1842168.33	1	327	2093874.65	1862183.02	2
207	2100302.35	1853083.78	1	268	2100916.78	1842218.54	1	328	2093867.80	1862231.43	1
208	2100264.11	1853184.33	1	269	2099804.69	1842252.84	1	329	2093669.34	1862401.15	1
209	2100206.01	1853339.87	2	270	2099592.80	1842113.21	1	330	2093681.66	1862306.71	2
210	2097513.83	1858878.64	1	271	2099345.40	1841868.26	4	331	2093687.13	1862260.17	1
211	2097668.24	1858939.66	1	272	2099202.10	1841969.91	1	332	2093696.71	1862212.27	2
212	2097868.72	1859019.35	1	273	2098925.30	1842162.20	1	333	2093714.51	1862076.77	1
213	2098086.64	1858892.34	1	274	2098992.67	1842306.73	1	334	2093737.77	1861893.37	2
214	2098241.42	1858695.56	3	275	2099363.77	1842762.34	2	335	2093741.88	1861848.20	2
215	2098305.29	1858720.87	2	276	2100003.10	1843491.08	1	336	2093754.20	1861753.76	2
216	2098466.39	1858783.01	8	277	2101196.03	1843596.41	1	337	2093787.05	1861521.08	3
217	2098504.36	1858684.05	4	278	2101394.44	1843889.13	1	338	2094664.38	1858055.56	2
218	2098559.02	1858544.24	4	279	2102342.41	1845273.12	1	339	2098372.16	1859227.16	1
219	2098603.32	1858559.77	3	280	2100994.42	1842671.80	2	340	2098373.53	1859157.35	2
220	2098646.47	1858316.39	1	281	2101269.81	1842454.05	3	341	2095229.65	1855764.37	4
221	2098700.56	1858181.19	2	282	2101493.97	1842660.27	1	342	2095451.37	1856259.84	2
222	2102730.97	1842823.68	1	283	2101636.15	1842853.69	2	343	2095369.25	1856357.02	2
223	2102754.67	1842779.45	1	284	2100684.45	1843353.23	2	344	2097255.31	1857895.42	1
224	2102760.98	1842637.29	2	285	2100411.62	1843066.31	1	345	2097455.14	1857963.86	1
225	2104013.57	1843229.62	1	286	2099849.31	1843427.52	2	346	2097637.17	1858074.72	1
226	2103732.41	1843523.42	3	287	2096995.50	1848074.57	1	347	2097819.21	1857746.24	3
227	2099256.51	1853702.59	1	288	2096681.69	1850667.08	3	348	2097867.11	1856978.40	1
228	2099235.83	1853749.12	1	289	2096387.08	1852077.33	3	349	2097628.96	1856885.33	3
229	2099184.13	1853892.15	3	290	2096946.83	1853390.24	5	350	2100291.06	1856055.90	3
230	2099144.49	1853995.55	1	291	2098208.50	1856518.16	1	351	2100240.42	1856043.59	1
231	2099108.30	1854088.61	1	292	2098512.07	1856466.92	4	352	2100087.13	1856003.89	1
232	2099091.07	1854140.31	1	293	2098672.18	1856532.25	1	353	2100037.85	1855990.21	1
233	2099072.11	1854185.12	2	294	2098800.27	1856582.20	1	354	2099885.93	1855953.25	3
234	2099049.71	1854235.10	1	295	2105990.67	1846946.63	1	355	2099831.18	1856153.08	1
235	2099015.24	1854331.60	1	296	2106394.31	1847205.34	4	356	2099805.18	1856250.26	2
236	2098996.29	1854379.85	1	297	2106192.49	1847317.76	1	357	2099751.80	1856419.98	1
237	2098960.10	1854476.36	7	298	2105981.19	1847427.48	3	358	2099603.98	1856833.32	1
238	2096919.68	1859063.85	1	299	2105932.43	1847450.50	1	359	2099545.12	1856641.70	1
239	2096818.01	1859363.71	1	300	2105702.16	1847405.81	1	360	2099417.84	1856603.38	1
240	2096752.52	1859582.57	1	301	2104739.12	1846876.20	1	361	2099450.68	1856515.78	1
241	2096687.03	1859768.69	1	302	2104709.32	1846836.92	2	362	2099468.48	1856471.99	1
242	2096818.02	1859810.05	2	303	2100204.28	1853338.48	1	363	2099499.96	1856384.39	1
243	2097069.61	1859878.98	2	304	2099999.75	1853892.47	1	364	2099285.07	1856299.53	2
244	2097148.89	1859899.66	1								

C.6. Datos ficticios. Casos balanceados. Instancias pequeñas

Tabla C.47: BAL-N6-K2.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	4	12.591005	7.785879	2	6	6.663915	-6.520361	3
2	4.552495	0.723788	3	5	10.234564	-4.855507	2	7	5.990602	-6.232277	3
3	9.310879	2.325962	3								

Tabla C.48: BAL-N10-K3.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	5	-1.629166	0.24382	1	9	-1.673508	-0.531129	2
2	1.46879	-14.381054	2	6	2.683975	5.291979	4	10	-2.623354	11.502266	2
3	0.205737	-14.132556	2	7	9.540501	1.759761	3	11	-1.23984	10.04353	3
4	0.404941	-13.970386	4	8	-0.029049	0.13969	1				

Tabla C.49: BAL-N15-K4.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	7	2.585882	6.638669	4	12	-2.538721	-0.445482	3
2	0.58602	-1.018677	4	8	-3.833155	12.767914	1	13	-5.804983	2.336887	4
3	-0.1879	-2.641487	1	9	-2.479808	2.517008	2	14	-5.940536	4.505424	2
4	2.186383	-6.811859	1	10	-6.243581	4.59199	1	15	-3.715753	5.761438	1
5	8.946238	-2.120971	2	11	-1.560283	2.378589	2	16	0.978414	7.525474	1
6	0.049702	0.145804	3								

Tabla C.50: BAL-N18-K5.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	8	10.799141	-1.991357	2	14	2.482231	-3.659451	3
2	-1.612876	4.278844	3	9	9.864523	1.242869	1	15	2.748501	-14.987787	3
3	-0.327304	3.938261	2	10	0.032737	-2.411124	2	16	-0.239316	0.86687	2
4	4.273246	2.854304	2	11	-10.474517	5.380679	3	17	-0.290553	-8.142725	3
5	3.862055	8.209364	1	12	-10.042382	5.11442	3	18	-0.82487	-7.915785	2
6	10.204512	0.325336	2	13	-0.178029	-0.541026	2	19	-0.852914	-2.405409	1
7	10.146378	0.174675	3								

Tabla C.51: BAL-N20-K6.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	8	-2.893902	1.468124	1	15	-0.849901	14.550308	3
2	-7.855896	0.057165	3	9	-0.550024	5.573645	2	16	-0.353569	1.790003	2
3	-3.382602	-3.250788	2	10	-2.562899	7.542781	3	17	-5.416363	1.639485	2
4	-2.655419	-5.726565	3	11	2.634459	7.928342	2	18	-8.213116	0.684157	2
5	8.217419	8.58814	2	12	0.531408	-0.047414	2	19	-11.384392	5.959251	2
6	8.21116	11.764921	4	13	1.921015	1.322308	2	20	-4.80548	0.795325	4
7	8.182884	10.82835	2	14	1.056929	5.610116	1	21	1.470303	-8.395569	4

Tabla C.52: BAL-N23-K7.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	9	5.604091	-3.146641	3	17	15.619322	-0.786987	4
2	8.984046	6.770117	2	10	-2.692545	-0.777254	1	18	7.456542	0.001366	4
3	8.740126	7.011056	1	11	-1.858606	-0.517238	3	19	9.758743	-1.288726	2
4	6.399834	7.139437	2	12	-2.448263	-1.483935	2	20	6.557292	-6.249876	2
5	6.767869	5.108515	3	13	-9.088455	-12.567072	1	21	1.898076	-0.781509	4
6	10.001228	-0.536487	3	14	-9.156193	-12.490759	1	22	0.957532	0.65512	1
7	7.546712	4.92138	5	15	-9.190752	-12.600464	4	23	11.634479	-2.715899	1
8	0.936419	-0.14232	1	16	4.593183	-1.787103	4	24	11.63673	-3.749629	2

Tabla C.53: BAL-N26-K8.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	10	2.363712	-10.545727	3	19	4.259173	5.087252	1
2	-1.132398	1.659289	3	11	2.30517	-1.275895	1	20	9.226059	3.714964	2
3	-1.421305	-0.216788	2	12	0.921563	-0.016147	3	21	8.131148	5.381091	1
4	-4.77494	3.591169	2	13	0.644291	0.114137	1	22	-1.146951	-0.241486	3
5	-2.98805	-3.196307	1	14	6.651757	-8.789258	2	23	-5.138741	-2.467161	1
6	2.491394	-0.324918	5	15	7.092509	-8.7138	1	24	-1.456063	-1.612275	3
7	11.84916	9.388221	3	16	-2.651134	-10.9498	4	25	-5.878386	3.119961	1
8	-3.763662	-5.166899	3	17	1.715551	-12.777693	4	26	0.995087	-1.020579	5
9	2.878195	-11.060634	2	18	4.387951	0.675425	4	27	14.816989	-5.643766	3

Tabla C.54: BAL-N30-K9.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	12	-7.012469	-0.50902	3	22	-2.73174	-1.045141	1
2	2.345992	-4.94973	2	13	-9.703203	6.633492	2	23	-3.768194	-1.398252	2
3	4.467103	-2.514286	1	14	-4.065161	-0.139214	6	24	4.519544	1.906727	2
4	1.006435	0.21005	2	15	2.354046	9.919478	2	25	3.178982	3.876136	2
5	2.581491	2.631318	3	16	-13.658557	5.267413	4	26	2.404383	-1.032473	5
6	0.646021	1.796477	2	17	-13.862452	6.613001	4	27	0.278975	12.180991	3
7	-2.422883	1.604644	2	18	-9.7132	0.646979	2	28	-7.056439	-8.158548	1
8	-1.589175	2.608756	2	19	-8.341122	0.408502	3	29	-5.643717	-9.753112	3
9	-10.714792	5.929085	2	20	-11.950604	3.681748	3	30	-5.281767	-8.844169	2
10	-4.65048	-2.268079	2	21	-0.055405	0.504589	1	31	-3.36942	-9.722662	2
11	-6.753007	-0.315227	1								

C.7. Datos ficticios. Casos balanceados. Instancias medianas y grandes

Tabla C.55: BAL-N37-K3.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	14	1.906003	2.514888	3	27	2.022784	9.937946	1
2	-28.816484	7.812037	2	15	8.712529	-9.76947	1	28	0.073763	11.5872	2
3	-30.172306	-1.92903	1	16	5.68363	-14.782162	2	29	19.652452	20.300409	1
4	-23.705303	-4.174968	2	17	16.018692	-39.303902	3	30	9.911157	37.728981	1
5	-20.488087	-2.421869	1	18	12.191402	-45.743057	1	31	11.119369	36.765141	1
6	-19.730942	-2.501658	1	19	16.331112	-40.937408	1	32	11.552906	37.91869	2
7	-21.910612	1.576755	1	20	8.852734	-46.426231	1	33	-3.511501	40.278366	1
8	-16.995785	4.160597	2	21	16.741308	-56.242897	2	34	10.439403	43.79071	1
9	-16.30822	6.147459	2	22	11.736903	-57.645996	2	35	-4.771122	81.693298	1
10	-17.711329	16.867176	1	23	46.176682	-60.053677	1	36	-5.518852	91.020111	2
11	-2.337271	-33.2323	2	24	65.884048	-75.286545	1	37	-6.502881	92.659164	2
12	-8.710826	-29.148689	1	25	-2.657377	-2.371986	1	38	-5.684713	88.024048	1
13	3.151153	-18.453205	2	26	-2.711046	-2.388537	1				

Tabla C.56: BAL-N79-K4.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	28	56.42622	4.232577	1	55	-12.39491	-26.726103	1
2	15.874273	-3.38046	1	29	45.784222	-5.155828	2	56	51.363602	6.365923	1
3	12.478574	-10.782835	1	30	45.621414	-2.976354	1	57	50.942623	6.417429	1
4	11.911874	-11.203461	1	31	59.365906	3.862418	1	58	46.245068	25.210888	2
5	13.589702	-13.065202	1	32	59.326973	3.722627	1	59	41.325706	31.348101	1
6	35.381924	-19.077118	1	33	44.607407	4.249157	1	60	22.240772	-25.463184	1
7	13.395985	-5.912854	1	34	58.23193	16.176167	1	61	10.163155	-22.63098	1
8	14.62422	-5.684543	1	35	55.135292	12.958723	1	62	21.938515	-18.13587	1
9	13.972117	6.920144	1	36	57.358215	11.357817	1	63	29.940075	-24.352186	1
10	36.507053	7.423814	1	37	58.517307	11.923707	1	64	28.94779	-21.033863	1
11	37.191086	7.419651	2	38	57.816238	11.009966	1	65	33.254219	-15.902566	1
12	16.785555	26.731894	1	39	60.40773	13.131857	1	66	29.588079	-21.186302	1
13	5.259472	40.219688	1	40	58.673878	18.42651	1	67	30.273056	-19.85474	1
14	17.405205	41.192532	1	41	55.068779	6.153761	1	68	20.670742	-27.750303	1
15	17.037901	41.949017	1	42	91.629654	9.153667	1	69	37.3964	-33.735756	1
16	16.530424	42.293835	1	43	91.399193	4.378036	1	70	37.920349	-40.009892	1
17	7.767804	41.611988	1	44	0.825766	0.76444	1	71	37.615124	-43.124771	2
18	14.647882	25.769863	1	45	-3.033817	1.14542	1	72	36.967484	-53.683662	1
19	17.497639	26.006966	2	46	-6.219954	-5.75668	2	73	37.092319	-58.852245	1
20	20.686331	24.490345	1	47	4.85157	-12.539444	1	74	44.045166	-59.620659	2
21	21.964527	21.291632	1	48	3.893859	-24.361694	1	75	59.266491	-52.38308	1
22	21.837519	23.000986	1	49	6.325187	-25.750559	2	76	57.980095	-56.993935	1
23	10.24567	-10.392324	1	50	-10.799157	-39.905727	2	77	58.318604	-55.882126	1
24	9.301865	-10.330602	1	51	-3.894992	-20.587435	2	78	43.793201	-65.93573	1
25	6.595363	-7.707436	1	52	-1.315676	-20.856968	2	79	46.230396	-60.676491	1
26	54.697517	4.77695	2	53	-0.99218	-31.150455	1	80	57.800903	-69.126251	1
27	54.538837	3.39077	1	54	-7.395742	-24.567457	2				

Tabla C.57: BAL-N125-K5.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	43	157.26178	-111.034775	1	85	-36.088795	-38.66378	1
2	-33.961662	-5.641286	2	44	159.091721	-114.471191	2	86	-37.214493	-43.071213	1
3	-39.436501	-1.136403	1	45	1.546722	-7.035656	1	87	-27.575594	-52.378197	1
4	-47.635357	-14.477722	1	46	-2.518952	-7.775625	2	88	-43.025394	-48.845291	1
5	-45.331581	-28.297077	1	47	-7.150722	-11.086997	1	89	-49.555779	-52.48774	1
6	-42.224483	-27.196365	1	48	-5.212104	-12.662766	1	90	-82.783981	-52.761047	2
7	-39.118515	-25.250191	1	49	-11.46117	-16.146538	1	91	-83.025604	-52.416969	1
8	-44.991226	-18.573519	1	50	-3.205377	-23.824512	1	92	-81.2286	-49.836754	1
9	-43.159252	-18.154963	3	51	1.964055	-27.053152	1	93	-85.535957	-47.579529	1
10	-51.087132	-24.650486	2	52	-39.848232	-47.003452	1	94	-69.692207	-21.224867	1
11	-23.096157	-17.893211	1	53	-40.086693	-46.735458	1	95	-72.021042	-6.758284	1
12	3.371323	-29.10815	1	54	-29.299477	-39.884499	1	96	-89.933807	20.556761	2
13	-1.260216	-73.180748	2	55	-67.04818	-16.466019	1	97	-77.76033	28.578747	1
14	26.871964	-65.505615	1	56	-36.900063	-44.252094	4	98	-107.173706	20.578659	1
15	1.822859	-64.495628	2	57	-38.395271	-44.594398	2	99	4.755359	9.387955	1
16	-9.07618	-58.666084	2	58	-41.501995	-57.034496	1	100	5.032763	9.568136	1
17	-14.218477	-58.801292	1	59	-28.076443	-85.106369	1	101	9.361006	9.278823	1
18	-8.632469	-62.097866	1	60	-16.77354	-88.980827	2	102	3.060819	10.644775	1
19	-0.672298	-63.232861	1	61	-17.31616	-88.55584	1	103	4.680631	15.554669	1
20	-2.362793	-67.396507	1	62	-9.012161	-81.187271	1	104	30.400223	-25.385357	2
21	13.733431	-68.613708	2	63	-25.585546	-77.518448	1	105	27.319126	-27.027153	1
22	25.394314	-70.053635	1	64	14.993238	-70.598724	1	106	26.786884	-29.240423	1
23	23.239969	-58.920937	1	65	14.596615	-70.708138	1	107	25.544094	-25.894533	1
24	15.715347	-74.686371	1	66	14.438972	-69.55378	1	108	24.775202	-25.691338	1
25	21.905207	-76.739418	1	67	14.312925	-69.492188	1	109	12.866401	-31.835798	1
26	52.156239	-5.055994	3	68	14.511646	-69.328178	1	110	12.42123	-32.10461	1
27	47.305977	-28.334501	1	69	27.543013	-45.106277	1	111	18.541866	-33.090183	1
28	75.188156	-41.466476	1	70	33.516098	-52.141392	1	112	28.532333	-13.272125	1
29	66.115898	-38.814533	2	71	3.264262	-31.395138	1	113	17.882523	-15.870382	1
30	57.625465	-53.856956	2	72	-29.492897	-45.362675	1	114	-2.71299	-32.306526	1
31	69.374016	-58.120708	3	73	-31.248243	-42.01564	1	115	4.833425	-32.470093	1
32	69.251068	-36.149555	1	74	-31.329817	-37.581173	1	116	1.3276	-46.00351	1
33	104.631691	-63.932968	1	75	-31.352432	-42.327023	1	117	0.279105	-44.292534	1
34	98.967484	-78.583122	1	76	-21.2841	-42.8885	1	118	-11.984271	20.373222	1
35	108.92659	-84.70372	1	77	-30.52206	-34.245651	3	119	0.895898	53.824112	1
36	110.660545	-92.671341	2	78	-39.408806	-32.266796	1	120	21.380043	38.959953	1
37	109.37722	-93.659233	2	79	-43.096672	-33.759071	1	121	27.326622	39.966473	1
38	116.867393	-94.560532	2	80	-43.302402	-33.530464	1	122	35.106773	43.780159	1
39	126.202263	-97.522186	1	81	-34.161983	-47.0135	1	123	40.492332	46.059914	2
40	130.380005	-105.446487	3	82	-33.227032	-45.940239	1	124	41.446136	46.651505	2
41	123.904091	-101.980843	1	83	-28.241121	-44.365391	1	125	31.213749	43.251133	2
42	148.572617	-135.23407	2	84	-30.399746	-43.256866	1	126	38.311359	42.592739	1

Tabla C.58: BAL-N194-K7.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	62	56.151337	-15.972451	1	123	-1.51483	-93.113129	1
2	7.342067	-23.329525	1	63	63.667389	-42.282162	1	124	-2.32611	-84.755409	2
3	1.226145	-20.754333	1	64	99.228531	-127.781677	1	125	-2.608349	-83.987686	1
4	29.058455	-34.646255	3	65	95.758629	-126.956123	2	126	30.041779	-74.565689	1
5	3.647961	-57.65403	2	66	224.884521	-134.104675	1	127	6.872751	-56.776745	2
6	-55.368954	-35.336147	1	67	189.715698	-135.743881	3	128	29.206251	-41.142296	2
7	-55.512074	-35.399902	2	68	189.975708	-143.307831	1	129	26.777157	-16.410776	3
8	-32.960518	14.896103	4	69	179.908493	-151.499741	1	130	6.787872	-14.633763	1
9	-31.418657	4.675615	1	70	155.64801	-179.815582	1	131	7.193087	-14.873507	1
10	-29.430471	-10.366441	1	71	168.337357	-184.276321	2	132	15.092897	-23.330471	1
11	-48.938774	-7.268323	1	72	147.918457	-186.103439	1	133	21.502174	-23.61771	1
12	-35.765892	2.612906	2	73	146.086578	-180.183167	2	134	46.72139	-31.735695	1
13	-24.577503	20.53022	2	74	206.495895	-373.133575	3	135	62.255249	-26.420164	1
14	46.058735	-67.263138	2	75	205.585754	-369.492798	3	136	74.7285	-30.549994	1
15	68.865524	-12.717899	2	76	201.716019	-367.679962	1	137	78.870712	-50.828339	1
16	107.786728	16.256496	1	77	9.861525	7.143585	1	138	79.748146	-56.842674	1
17	170.661102	-0.661524	2	78	-7.049566	7.284624	1	139	41.730438	30.754303	1
18	211.832275	32.146332	2	79	2.01723	2.260163	1	140	9.269512	34.132828	2
19	211.900604	32.193138	1	80	10.738485	-2.143693	1	141	9.544271	33.006134	1
20	213.250824	21.957161	3	81	-24.384493	-21.878986	1	142	6.904377	35.1366	2
21	210.988174	3.866358	1	82	-27.845528	-11.741992	1	143	6.394213	37.257267	1
22	224.808044	-30.094446	1	83	-23.887142	-17.114357	2	144	-32.075523	27.095627	1
23	242.725204	-40.876545	2	84	-11.89812	-10.176003	1	145	-42.552814	1.950266	1
24	14.351858	-1.706194	1	85	-8.970419	-10.591619	1	146	-43.065304	2.006472	1
25	84.276955	-25.285952	1	86	-80.545715	31.793821	1	147	-71.057785	58.317894	1
26	66.113503	-8.34593	1	87	-86.972855	22.81992	1	148	-78.312103	58.783161	1
27	78.277321	-27.374119	1	88	-106.673203	38.671593	1	149	-65.367012	45.372147	1
28	48.872913	-52.668541	1	89	-117.803635	56.107956	1	150	-55.866421	34.320572	1
29	48.316517	-45.434765	2	90	-123.560684	43.680374	2	151	-79.263138	49.838585	1
30	43.478889	-20.740999	2	91	-98.181252	75.105576	1	152	-77.65892	46.23605	1
31	90.811966	17.660364	2	92	-113.543411	78.020012	2	153	-76.45195	44.94212	1
32	88.505905	13.153353	1	93	-80.817665	98.801674	2	154	-67.624954	45.408283	2
33	86.484283	11.788133	1	94	-82.103348	110.061089	1	155	-62.919613	56.791901	1
34	103.40979	18.603588	1	95	-101.860207	39.547684	1	156	-114.984802	39.605968	1
35	97.121826	-23.757683	1	96	-92.518219	47.136044	1	157	-124.568962	48.009773	1
36	66.098648	-40.230373	1	97	-102.079414	59.919926	1	158	-124.246719	47.063118	1
37	63.804562	-42.1394	2	98	-94.329475	60.74873	1	159	-124.551216	47.221771	1
38	41.824127	-30.96302	1	99	-84.808548	46.009323	1	160	-116.193878	20.214384	1
39	35.14262	-37.683254	1	100	-82.410706	43.743305	1	161	-89.201859	15.362526	2
40	27.101334	-33.885601	1	101	-168.606995	18.391523	1	162	-87.827637	19.444221	1
41	13.769005	-21.601166	1	102	-175.806992	14.848471	1	163	-87.490746	16.979528	1
42	21.805733	-66.260727	1	103	-176.438751	17.688414	1	164	-38.229885	-37.546295	1
43	85.827293	-29.865131	1	104	-181.239288	21.532688	1	165	-69.271004	-20.455078	1
44	61.627205	-18.368471	1	105	-175.804108	14.317057	1	166	-78.365242	-18.4781	1
45	78.193367	-23.356808	1	106	-184.485886	-38.757774	2	167	-85.733871	-34.451881	1
46	92.818352	-11.20375	1	107	-183.30896	-37.126862	1	168	-99.00322	-58.583	1
47	86.777214	-15.687494	1	108	-218.887543	-31.187899	1	169	-87.954605	-56.003117	1
48	90.289726	-25.055849	1	109	-218.322891	-31.314247	1	170	-77.825935	-57.945808	1
49	90.486404	-24.801641	1	110	0.364567	-0.673714	1	171	-100.799011	-74.559273	1
50	101.143745	-32.054569	1	111	0.515871	-13.621532	1	172	-53.368374	-37.551846	1
51	94.551567	-34.881912	1	112	36.279881	2.678677	4	173	18.124449	25.239529	3
52	101.960815	-12.777777	3	113	-1.054482	68.306793	1	174	51.491302	21.984045	2
53	91.757469	-13.640405	2	114	16.263397	72.174149	1	175	68.493629	18.26483	1
54	61.082478	-25.082081	1	115	34.250633	48.819366	1	176	80.011002	33.819004	2
55	10.58483	0.929108	2	116	32.63673	39.222111	1	177	80.928268	34.273293	2
56	8.096865	-3.431446	1	117	-36.632603	-84.871124	1	178	73.563354	32.41095	2
57	57.403275	-17.054333	3	118	-23.190493	-43.584202	1	179	90.798943	38.399044	2
58	46.584881	1.211699	2	119	-6.88607	-101.434532	1	180	100.810898	41.875397	3
59	61.857368	5.018876	1	120	-1.543215	-107.837006	1	181	62.325748	26.014656	1
60	61.856068	2.827547	3	121	-6.735838	-102.473312	2	182	54.501698	40.302956	1
61	56.971798	-9.488064	2	122	0.475329	-111.021835	1	183	44.137451	34.451447	2

Tabla C.59: BAL-N194-K7 (cont).

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
184	72.909866	34.502682	1	188	57.900478	105.085068	1	192	-75.457062	90.378082	2
185	14.495121	68.103577	1	189	-59.344357	89.230515	1	193	-41.592381	94.796707	2
186	72.339577	100.284439	2	190	-58.86079	87.503288	2	194	-25.80961	72.650238	1
187	52.983486	93.105064	1	191	-46.658302	87.372849	2	195	-28.913532	-22.099594	1

Tabla C.60: BAL-N301-K11.

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
1	0	0	0	61	9.77066	-81.437134	1	121	-157.407715	-48.117405	1
2	4.381167	-16.950373	2	62	-29.029392	-58.112328	1	122	-195.218124	-62.371395	2
3	12.085635	-26.499069	1	63	-17.02153	-50.308422	1	123	-189.067139	-56.493275	2
4	36.964958	-13.536738	1	64	-29.430334	-235.136276	2	124	-175.62587	-65.559143	1
5	112.805077	-126.033669	2	65	-113.810593	-280.6492	2	125	-157.849304	-8.385685	1
6	132.904755	-139.781372	4	66	-98.991455	-293.606262	1	126	-157.436508	-8.236395	1
7	162.216232	-138.512238	1	67	-40.857738	-346.138519	2	127	-272.256897	2.515355	2
8	140.154465	-161.602127	3	68	-12.519106	-340.494843	1	128	-271.944794	-56.888489	2
9	153.139603	-154.83493	1	69	-6.242116	-338.408356	1	129	-198.747131	-31.330048	1
10	364.427246	107.09668	1	70	-7.428848	-337.043732	1	130	-389.55426	45.752525	1
11	392.867706	121.269691	2	71	-10.197426	-317.432892	1	131	-378.290466	22.582783	1
12	378.858643	124.992157	1	72	42.992107	-291.501648	1	132	-321.741028	-34.436172	1
13	395.174438	28.428596	1	73	80.917847	-276.674347	1	133	-10.441494	-5.414147	2
14	412.804962	80.748108	2	74	47.956936	-247.388977	1	134	-10.678196	-2.883959	1
15	474.889404	83.981552	4	75	16.222612	-243.972275	1	135	-60.461605	-11.855686	2
16	479.357269	90.238396	1	76	16.408381	-244.22493	1	136	-61.449615	-29.261215	2
17	387.194946	115.49762	1	77	8.944351	-229.28775	1	137	-96.686005	-35.072842	1
18	434.289154	101.698997	2	78	-8.111446	-190.695938	2	138	-47.601131	33.497631	2
19	499.499207	103.765579	2	79	9.452471	-202.806839	1	139	-24.21731	75.640457	1
20	512.272888	118.703102	2	80	-102.812263	4.729499	1	140	-65.794289	79.112617	1
21	509.73822	93.790817	2	81	-111.742897	2.884533	1	141	-55.532974	71.004379	1
22	505.210175	100.203362	1	82	-84.997955	-7.645341	2	142	-51.864109	80.59079	2
23	468.054413	108.198463	3	83	-84.668434	-12.081055	2	143	-62.687008	72.002197	1
24	72.193703	3.098209	1	84	-55.322056	-2.577569	1	144	-92.068771	124.484848	1
25	68.370781	1.550605	1	85	-83.375351	-71.274101	3	145	-41.611485	43.722221	2
26	83.092384	-96.837456	1	86	-89.622688	-64.163635	1	146	-88.854996	7.147923	1
27	53.9505	-79.138504	1	87	-112.649658	-66.976326	2	147	-102.494247	-17.287136	1
28	52.127296	-78.347893	1	88	-110.450645	-111.357178	1	148	-104.268944	-9.59993	1
29	85.201889	-42.68396	1	89	-8.918228	-99.300491	2	149	-89.736572	-90.088318	1
30	107.62748	-57.813416	3	90	-49.331554	-100.59301	2	150	-90.38607	-93.386917	2
31	116.622849	-65.656578	2	91	-39.356659	-115.847229	2	151	-90.34066	-93.89257	1
32	117.464188	-82.907684	1	92	-54.142582	-122.769539	4	152	-75.820442	-52.263161	3
33	157.038544	-136.305099	1	93	-24.015276	-205.990112	2	153	-106.454407	-33.398899	2
34	343.835144	-231.856537	1	94	-36.777241	-182.561935	1	154	-45.836655	58.119343	2
35	398.885071	-253.980042	2	95	-109.44873	-145.261093	1	155	-44.933807	35.046608	1
36	473.331787	-253.572586	1	96	91.76268	-248.913422	1	156	12.957848	-7.567966	1
37	470.498077	-333.070312	2	97	108.412819	-257.279205	1	157	36.62175	-20.439957	1
38	450.908325	-340.011902	3	98	143.070908	-198.704346	3	158	77.387405	-49.336449	1
39	461.2099	-316.454956	2	99	168.484818	-235.129272	2	159	200.500244	33.413414	1
40	455.707245	-335.896362	2	100	173.688751	-263.802338	1	160	206.666779	37.360165	1
41	450.534668	-370.876587	2	101	168.119476	-240.905975	2	161	213.036057	52.608532	1
42	479.337982	-349.396179	1	102	123.77874	-275.540771	1	162	-3.432919	6.922484	1
43	455.671326	-324.21344	2	103	129.369904	-307.149567	1	163	11.680602	-45.433819	2
44	449.0177	-316.844086	1	104	-96.776924	31.937626	1	164	-8.724792	-54.045441	1
45	445.056549	-314.702423	1	105	-125.231667	50.634369	1	165	46.665546	-82.21463	1
46	499.893738	-356.686432	3	106	-115.771637	42.113338	2	166	25.193644	-90.180328	2
47	538.637329	-339.87619	1	107	-157.448212	31.111385	1	167	20.036991	-86.536087	1
48	558.31012	-322.49939	1	108	-161.476746	51.288963	2	168	34.722839	-89.868927	1
49	622.28717	-296.601807	2	109	-161.601089	55.629589	1	169	25.441877	-69.816513	2
50	57.347645	-71.413383	2	110	-194.849716	64.338493	2	170	-6.625475	-65.41201	2
51	2.151264	-111.929306	1	111	-207.764145	28.291943	2	171	0.702422	-68.972885	1
52	5.599689	-112.248154	1	112	-207.894073	27.988878	1	172	-8.789288	-59.504295	1
53	50.516811	-65.019653	3	113	-202.333511	16.012583	2	173	-19.576021	-81.199913	1
54	34.793598	-110.238449	1	114	-176.098175	7.935615	1	174	-14.344719	-84.751938	1
55	37.082726	-110.720901	1	115	-170.35733	-4.240932	1	175	-73.990807	-107.803757	1
56	20.943439	-118.594719	1	116	-171.428177	-3.914338	1	176	-112.833038	-61.57143	2
57	15.48796	-149.955872	2	117	-107.122528	17.651613	1	177	-128.24205	-66.545067	1
58	33.101562	-164.3853	1	118	-100.36393	0.472237	1	178	-109.020523	-90.583015	1
59	34.753048	-167.623901	2	119	-101.153748	3.341719	2	179	-92.693138	-166.254791	1
60	5.417118	-90.235718	2	120	-154.685638	-45.729244	2	180	-94.196594	-167.803589	1

Tabla C.61: BAL-N301-K11 (cont).

Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda	Punto	Coord X	Coord Y	Demanda
181	-26.201256	-207.445221	1	222	257.751678	41.813503	1	263	142.821976	-124.205894	3
182	33.747776	-271.973938	1	223	269.097595	39.472168	1	264	113.746124	-132.501419	2
183	-10.266159	-234.311768	1	224	150.279968	144.101913	2	265	115.789177	-139.656113	1
184	-20.013151	-250.704361	1	225	168.116119	126.130508	1	266	58.462383	-144.108688	2
185	-32.731094	-292.263428	1	226	-43.559219	26.500305	1	267	-46.484432	-98.156235	1
186	-84.887665	-291.066925	1	227	-56.205151	53.583195	2	268	2.593487	9.416504	2
187	-72.551247	-289.043732	1	228	-31.675793	35.879555	1	269	-26.057327	5.198802	2
188	-71.617691	-308.12619	1	229	-31.783621	62.860764	1	270	-32.223736	-19.603447	2
189	-87.654434	-260.671478	1	230	-103.090248	93.335205	3	271	-31.428102	-39.970787	1
190	-66.847977	-249.211395	2	231	-86.109047	87.808807	1	272	-46.984337	-127.32119	2
191	-79.466431	-273.142975	1	232	49.591042	143.808136	1	273	-62.007805	-154.964264	2
192	-50.609589	-241.367508	1	233	49.253685	139.844528	1	274	-31.566837	-192.60556	1
193	-26.932926	-204.438141	1	234	35.72274	138.207275	1	275	-32.484192	-151.883469	1
194	-51.15934	-203.634369	1	235	-52.765572	73.558189	1	276	-32.645679	-151.620071	1
195	-107.766441	-164.498672	1	236	-53.765327	65.877655	2	277	-4.904085	-194.576797	3
196	-4.564997	-11.22513	1	237	-53.378971	62.410774	1	278	-10.346602	-198.588226	3
197	-12.617526	-6.770616	1	238	-53.52832	64.762421	3	279	-18.624325	99.702362	1
198	-5.95234	-11.615528	1	239	-36.614712	48.383202	1	280	-187.837082	66.626175	2
199	-9.338068	-53.786137	1	240	-60.74081	77.957535	2	281	-173.607925	67.110535	1
200	-4.980479	-55.894566	2	241	-44.996754	79.805275	2	282	-177.784531	36.014648	2
201	5.334991	-51.570473	1	242	-67.429161	40.238258	1	283	-224.658463	84.461014	2
202	-5.453914	-27.018534	2	243	-97.657059	10.565859	1	284	-218.496872	86.011848	1
203	13.093917	-28.821327	2	244	-121.155968	38.353764	1	285	-183.329514	107.759583	2
204	74.022919	-32.853569	1	245	-178.964554	17.28924	1	286	-178.134598	96.606911	2
205	65.028809	-14.899586	1	246	-143.372467	39.168854	2	287	-194.148483	103.178612	2
206	105.0532	14.206987	1	247	-154.679596	49.409981	1	288	-211.876175	105.930283	1
207	101.260941	5.497653	1	248	-164.707748	-4.842438	2	289	-202.870041	101.622833	2
208	153.34198	2.683668	1	249	-170.018631	0.614058	1	290	-199.795624	12.906555	2
209	189.461029	94.070007	1	250	-181.245758	9.414576	1	291	-219.439377	26.844219	3
210	207.153854	111.185669	2	251	-169.576813	9.245848	2	292	-224.166977	-2.076736	2
211	343.388885	103.414291	1	252	-133.410568	-15.307627	1	293	-272.343933	3.282513	3
212	365.12561	28.049377	1	253	-161.037659	-161.244751	1	294	-214.928253	-15.091988	1
213	366.3927	27.230831	2	254	-180.684479	-86.195648	1	295	-199.0728	-51.689388	1
214	367.217834	18.240112	3	255	-73.212868	-25.153072	2	296	-355.245728	-112.074257	2
215	356.354828	-25.211708	1	256	-85.638397	21.202488	1	297	-354.958069	-114.002014	1
216	366.333496	-17.505312	1	257	-1.695717	-141.834229	1	298	-357.191864	-105.502625	1
217	355.128906	-18.010168	1	258	-1.833718	-132.745895	2	299	-294.29248	-43.370064	1
218	243.188629	31.629961	1	259	-1.085492	-150.360504	1	300	-318.86792	60.570061	1
219	243.773819	31.95002	1	260	-2.721773	-143.641403	2	301	-345.722382	42.558411	1
220	238.860474	36.474651	3	261	-19.956608	-127.173706	1	302	-341.866791	53.245518	3
221	188.05954	11.727415	1	262	98.562729	-130.829529	1				