

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

---



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
**CHIHUAHUA**

**El modelo de votantes inducido en una topología en redes sociales**

POR:

**Ing. Enrique Montes Wong**

**TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL  
GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS BÁSICAS**

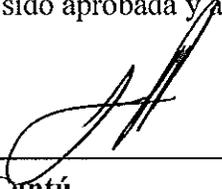
Director:

**Dr. José Luis Herrera Aguilar**

**CHIHUAHUA, CHIH. MÉXICO  
Enero 2020**

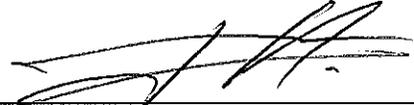


El modelo de votantes inducido en una topología en redes sociales. Tesis presentada por Enrique Montes Wong como requisito parcial para obtener el grado de Maestro en Ciencias Básicas, ha sido aprobada y aceptada por:

  
\_\_\_\_\_  
**M.I. Javier González Cantú**  
Director de la Facultad de Ingeniería

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Alejandro Villalobos Aragón**  
Secretario de Investigación y Posgrado

  
\_\_\_\_\_  
**M.S.I. Karina Rocío Requena Yáñez**  
Coordinador(a) Académico

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. José Luis Herrera Aguilar**  
Director(a) de Tesis

\_\_\_\_\_  
Enero de 2020

Comité:

**Dr. José Luis Herrera Aguilar**  
**M.C. Ana Virginia Contreras García**  
**Dr. Cornelio Álvarez Herrera**  
**Dr. Octavio Raúl Hinojosa de la Garza**

© Derechos Reservados

**Enrique Montes Wong**  
Circuito No. 1 Campus  
Universitario 2, Chihuahua, Chih.

ENERO 2020



**ING. ENRIQUE MONTES WONG**

Presente

En atención a su solicitud relativa al trabajo de tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias Básicas, nos es grato transcribirle el tema aprobado por esta Dirección, propuesto y dirigido por el director **Dr. Dr. José Luis Herrera Aguilar** para que lo desarrolle como tesis, con el título: **EL MODELO DE VOTANTES INDUCIDO EN UNA TOPOLOGÍA EN REDES SOCIALES.**

**Índice**

**Agradecimientos**

**1. Introducción**

**2. Antecedentes**

- 2.1. Teoría de grafos
- 2.2. Twitter
- 2.3. Tweepy
- 2.4. Networkx
- 2.5. Redes complejas
- 2.6. El modelo de votantes (M.V.)

**3. Estructura de la red Twitter de los candidatos a la presidencia de México**

- 3.1. Datos de la red
- 3.2. Distribución de grado de nodo (DGN)
- 3.3. Distribución de probabilidad empírica (DPE)

**4. El modelo de votantes inducido en la red social Twitter**

- 4.1. M. V. inducido en la red artificial
- 4.2. M. V. inducido en la red Twitter
- 4.3. Comparación de resultados



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
CHIHUAHUA

## 5. Conclusiones

Referencias

Índice de figuras

Solicitamos a Usted tomar nota de que el título del trabajo se imprima en lugar visible de los ejemplares de las tesis.

**ATENTAMENTE**  
*"Naturam subiecit aliis"*

EL DIRECTOR

M.I. JAVIER GONZÁLEZ CANTÚ

FACULTAD DE  
INGENIERÍA  
U.A.CH.



DIRECCIÓN

EL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN  
Y POSGRADO

DR. ALEJANDRO MILLALOBOS ARAGÓN



---

## *Dedicatoria*

---

Siempre me he sentido maravillado por la linda familia que tengo, se han preocupado de mí desde el momento en que llegué a este mundo, me han formado para saber cómo luchar y salir victorioso ante las adversidades de la vida. Muchos años después, sus enseñanzas no cesan, y aquí estoy, con un nuevo logro exitosamente conseguido, mi proyecto de tesis.

A mis padres Enrique Montes Páramo y María Elena Wong de Montes, a mi esposa Rocío del Carmen Martínez de Montes y a mi hija Karla Rocío Estrada Martínez quiero agradecerles por todo, no me alcanzan las palabras para expresar el orgullo y lo bien que me siento por tener una familia tan asombrosa.



---

## ***Agradecimientos***

---

Al finalizar este trabajo quiero utilizar este espacio para agradecer a mis padres Enrique Montes Páramo y María Elena Wong de Montes que han sabido darme su ejemplo de trabajo y honradez, a mi esposa Rocío del Carmen Martínez de Montes por ser mi soporte y mi faro en todos los momentos de esta investigación, y a mis hermanas María Elena Montes Wong y Luisa Fernanda Montes Wong por haberme acompañado durante este camino

De igual manera quiero agradecer a mi director de tesis Dr. José Luis Herrera Aguilar y a la M. en C. Ana Virginia Contreras García por todo su apoyo incondicional, sus enseñanzas y dedicación para lograr este trabajo.

A mi gran amigo José Luis Domínguez Pérez, por haberme convencido de tomar la decisión de estudiar la Maestría en Ciencias Básicas. A mi maestro Ing. Fawaz Beder Safa por su apoyo y recomendación para ingresar a la MCB.

Al profesor Dante Chialvo y al profesor Daniel Martín por darme la oportunidad de ampliar mis conocimientos en sistemas complejos durante mi estancia en Argentina. A mis amigos argentinos Matías Castilla y Marian Madera por haberme dado hospedaje y por sus excelentes charlas donde tuvimos la oportunidad de compartir diferentes puntos de vista.



---

## *Resumen*

---

La investigación se realizó durante el periodo electoral del año 2018 en México. La elección, en que se basó la investigación, tuvo la finalidad de elegir al presidente de la república para el periodo 2018-2024. El objetivo de la investigación es: Determinar si el modelo de votantes (M.V.) puede ser o no inducido en una topología en redes sociales. Para lograr el objetivo, se aplicará el modelo de votantes en una red de influencias generada a partir de la red social *Twitter* como, hasta el momento, se ha aplicado el M. V. en redes de influencia artificiales y comparar ambos resultados. De la comparación de ambos resultados se podrá deducir si el modelo de votantes, que se usa actualmente, puede ser o no inducido en una topología en redes sociales. En la investigación se obtuvo: la topología formal de la red de influencias, tomada de la red *Twitter*, y los resultados del modelo de votantes, al inducirse en una red de influencias artificial y al inducirse en la red *Twitter*; finalmente se determinó si el M.V. puede ser o no inducido en una topología en redes sociales.

**Palabras clave:** México, elección, modelo de votantes, topología, redes sociales, *Twitter*



---

## ***Abstract***

---

The investigation was carried out during the electoral period of 2018 in Mexico. The election, on which the investigation was based, had the objective to elect the president of the republic for the 2018-2024 period. The objective of the research is: To determine if the voter model (V. M.) can be induced or not in a social network topology. To achieve the objective, the voter model will be applied in a network of influences generated from the social network *Twitter* as, so far, the V. M. has been applied in artificial influence networks and compare both results. From the comparison of both results, it can be deduced whether the voter model, which is currently used, may or may not be induced in a social network topology. In the investigation was obtained: the formal topology of the influence network, taken from *Twitter* network, and the results of the voter model, when it was induced in an artificial influence network and when it was induced in the *Twitter* network; finally it was determined if the V. M. may or may not be induced in a social media topology.

**Keywords:** Mexico, election, voter model, topology, social media, *Twitter*



---

## ***Índice general***

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Antecedentes</b>	<b>3</b>
2.1. Teoría de grafos . . . . .	3
2.2. Twitter . . . . .	6
2.3. Tweepy . . . . .	6
2.4. Networkx . . . . .	7
2.5. Redes complejas . . . . .	7
2.6. El modelo de votantes (M.V.) . . . . .	11
2.6.1. Red de influencias . . . . .	11
2.6.2. Condición inicial y regla dinámica del modelo . . . . .	12
2.6.3. Resultados del M. V. . . . .	17
<b>3. Estructura de la red <i>Twitter</i> de los candidatos a la Presidencia de México</b>	<b>21</b>

3.1. Datos de la red . . . . .	21
3.2. Distribución de grado de nodo (DGN) . . . . .	22
3.3. Distribución de probabilidad empírica (DPE) . . . . .	23
3.3.1. Grado de correlación lineal de la DPE . . . . .	25
3.3.2. Leyes de potencia en las redes de los candidatos . . . . .	26
3.3.3. Parámetro ( $\gamma$ ) de la DLP . . . . .	28
<b>4. El modelo de votantes inducido en la red social <i>Twitter</i></b>	<b>29</b>
4.1. M. V. inducido en la red artificial . . . . .	29
4.2. M. V. inducido en la red <i>Twitter</i> . . . . .	32
4.3. Comparación de resultados . . . . .	35
<b>5. Conclusiones</b>	<b>41</b>
<b>Referencias</b>	<b>43</b>

---

## *Índice de figuras*

---

2.1. Ejemplo de un grafo . . . . .	4
2.2. Grafo con distribución input . . . . .	5
2.3. Grafo con distribución output . . . . .	5
2.4. Distribución Poisson en redes aleatorias . . . . .	9
2.5. Distribución de Leyes de potencia en redes aleatorias . . . . .	10
2.6. Red de influencias en el modelo de votantes . . . . .	12
2.7. Red con distribución input del modelo de votantes . . . . .	13
2.8. Red con distribución output del modelo de votantes . . . . .	13
2.9. Dinámica del modelo de votantes . . . . .	15
2.10. Región $1 - \eta$ en la dinámica del modelo de votantes . . . . .	16
2.11. Región $\eta$ en la dinámica del modelo de votantes . . . . .	16
2.12. Parámetro de orden $(\psi(\eta, t))$ en red con distribución input . . . . .	18
2.13. Parámetro de orden $(\psi(\eta))$ en red con distribución input . . . . .	19
2.14. Parámetro de orden $(\psi(\eta))$ en red con distribución output . . . . .	19
3.1. Segmento de la red <i>Twitter</i> de Meade . . . . .	22

3.2. DPE de la red <i>Twitter</i> de AMLO . . . . .	24
3.3. DLP de los candidatos (red <i>Twitter</i> ) . . . . .	27
4.1. DGN de los candidatos (red artificial) . . . . .	30
4.2. $\psi(\eta)$ en red artificial con distribución input y output, de los candidatos . . . . .	32
4.3. DGN de los candidatos (red <i>Twitter</i> ) . . . . .	33
4.4. $\psi(\eta)$ en red <i>Twitter</i> con distribución input y output, de los candidatos . . . . .	34
4.5. $\psi(\eta)$ en red artificial y red <i>Twitter</i> de los candidatos con distribución input . . . . .	36
4.6. $\psi(\eta)$ en red artificial y red <i>Twitter</i> de los candidatos con distribución output . . . . .	37
4.7. DGN de los candidatos ( <i>Twitter</i> y artificial) . . . . .	38

# ***CAPÍTULO: 1***

---

## ***Introducción***

---

Desde el punto de vista de la teoría general de sistemas (TGS), una sociedad puede definirse como un sistema, en donde las personas de la sociedad son los elementos del sistema; la comunicación y la influencia entre las personas son las relaciones entre los elementos del sistema y finalmente, la supervivencia de la raza humana es el objetivo del sistema. Una de las características que tienen los sistemas sociales, es que evolucionan en el tiempo, es decir, los sistemas sociales son sistemas dinámicos; por ejemplo la cultura, las modas, los movimientos sociales, las formas de gobierno, etc. cambian a través del tiempo ver: (Van Gigch, 1987) y (Scheel Mayenberger, 2008). Recientemente se ha descubierto que los sistemas sociales presentan ciertas características de *complejidad*, como son: la auto regulación y la auto organización; por lo tanto los hace sistemas complejos (Bak, Tang, y Wiesenfeld, 1987) y (Bak, 2013). Esta última característica ha llamado la atención de matemáticos para realizar el análisis y comprensión de los sistemas sociales; quienes han diseñado diversos modelos que emulan los diferentes sistemas sociales, con la finalidad de comprender y analizar mejor los sistemas sociales.

El sistema social que se analizará, en esta investigación, es el sistema de influencias para la elección de un candidato a la presidencia de la República Mexicana. El análisis de este sistema social se hará por medio de un modelo matemático denominado: Modelo de votantes. El modelo de votantes ( M.V.) emula las influencias que existen entre las personas de una sociedad para decidir



por cual candidato hay que votar. Para llevar a cabo las simulaciones del modelo de votantes, como se verá más adelante, se requiere de una red de influencias; la cual, hasta el momento, es generada de manera artificial. El modelo de votantes no ha comprobado su aplicación al inducirse en una red de influencias que sea generada de forma natural, como son las redes sociales electrónicas. Por lo tanto, el objetivo de esta investigación es: Determinar si el modelo de votantes puede ser o no inducido en una topología en redes sociales. Para lograr el objetivo, se aplicará el modelo de votantes en una red de influencias generada a partir de la red social *Twitter* ; así como también el M. V. se aplicará en redes de influencia artificiales y se realizará la comparación de ambos resultados. De ello se podrá deducir si el modelo de votantes, que se usa actualmente, puede ser o no inducido en una topología en redes sociales.

A lo largo de la tesis se desglosará la metodología utilizada para analizar la estructura de la red social *Twitter* de los candidatos a la presidencia de México. De igual manera, se desglosará la metodología utilizada para realizar la inducción del modelo de votantes en una red de influencias artificial, con características semejantes a la red *Twitter*; se desglosará la metodología utilizada para realizar la inducción del modelo de votantes en la red *Twitter*, de los candidatos a la presidencia de México. Por último, se obtendrán y se compararán los resultados del modelo de votantes, al inducirse en la red artificial y en la red *Twitter*; de la comparación de resultados se podrá deducir si el modelo de votantes puede ser o no inducido en una red social electrónica.

## ***CAPÍTULO: 2***

---

### ***Antecedentes***

---

#### **2.1. Teoría de grafos**

La teoría de grafos es una rama de las matemáticas que coadyuva en el análisis de los sistemas dinámicos y los complejos, entre otros, ya que permite representar dichos sistemas por medio de diagramas llamados grafos. Los grafos se definen como un conjunto de vértices (también llamados nodos) y aristas que conectan a los nodos. Los nodos representan los elementos del sistema y las aristas representan la relación que existe entre los nodos (Gibbons, 1985), (Ross, Wright, y de la Luz De Teresa de Oteyza, 1990) y (Sayama, 2015).

En la figura 2.1 se aprecia el diagrama de un grafo, en donde los nodos, representados por los círculos azules, se encuentran relacionados por medio de las aristas, que son las líneas que unen a los nodos. Como se puede observar en la figura 2.1, cada nodo tiene un cierto número de conexiones. Se define como **grado de nodo** al número de conexiones que tiene cada nodo (Gibbons, 1985) y (Ross y cols., 1990). De acuerdo al ejemplo, todos los nodos de grafo son de grado 3. Los grados de los nodos pueden variar dentro de un grafo y permiten analizar su estructura de manera formal.

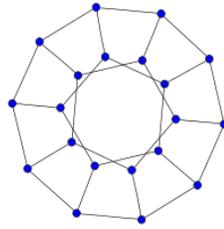


Figura 2.1: Ejemplo de un grafo

Al obtener los grados de los nodos, se pueden agrupar y contabilizar los nodos que tengan un grado en común. De esta manera, se puede crear una distribución de grado de nodo. La distribución de grado de nodo muestra por medio de una gráfica como varía la cantidad de nodos de la red en función del grado.

Existen diferentes maneras de representar la estructura, o la topología de un grafo. Por ejemplo, un grafo se puede representar por medio de nodos y aristas (ver figura 2.1), una matriz de adyacencia (que indica las aristas que unen a los nodos del grafo), la distribución de grado de nodo, etc. Los grafos pueden tener diversas estructuras como son: árboles, redes, grafos bipartitos, etc. De acuerdo al tipo de estructura del grafo, al que se le aplique un modelo matemático, será el tipo de resultados que se obtenga de una simulación; es decir, si se aplica un modelo matemático a un grafo con topología de árbol y a un grafo con topología de red; los resultados obtenidos en la simulación serán diferentes, debido a la topología del grafo. En cambio, si se aplica un modelo matemático a dos grafos con la misma topología; pero su representación pictográfica y/o matriz de adyacencia es diferente, entonces los resultados obtenidos en la simulación serán los mismos (Gibbons, 1985).

Existen grafos con topología de red aleatoria, es decir, la distribución de grado de nodo de la red se ajusta a una distribución de probabilidad (Sayama, 2015). En un principio, se consideraba que las redes aleatorias seguían una distribución de probabilidad Poisson; pero recientes estudios, han determinado que las redes aleatorias que contienen una gran cantidad de nodos, se ajustan a una distribución de probabilidad de Leyes de Potencia, dando pie a las redes con estructura de libre de escala (Barabási y Bonabeau, 2003). Los doctores Barabási y Bonabeau han hecho éste descubrimiento en la internet, específicamente en la red que se genera en los buscadores de páginas web y las cuentas de correo electrónico.

Los grafos pueden tener aristas dirigidas, que pueden indicar la influencia de

un nodo sobre otro o el flujo de información que existen entre los nodos, etc. Como cada nodo dentro de la red cuenta con nodos vecinos, se le llamará red con distribución *input* cuando la dirección de las aristas sea de los nodos vecinos hacia el nodo que se está analizando (ver fig. 2.2). En cambio se le llamará red con distribución *output* cuando la dirección de las aristas parte del nodo a analizar hacia los nodos vecinos (ver fig.2.3) (Rodríguez, 2012).

Las redes sociales electrónicas como *Facebook*, *Instagram*, *Tweeter*, etc. pueden ser representadas por medio de grafos; en donde los nodos son los usuarios de la red y las aristas representan el flujo de información y/o la influencia entre los usuarios (Sayama, 2015). En la investigación, se aplicará la teoría de grafos para analizar la topología de la red de *Twitter* de los candidatos a la presidencia de México.

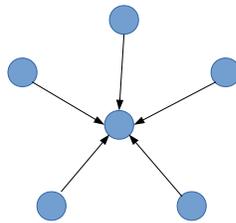


Figura 2.2: Grafo con distribución input

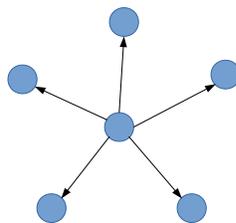


Figura 2.3: Grafo con distribución output



## 2.2. Twitter

*Twitter* es una red social y servicio de mensajería electrónica de carácter gratuito, que permite a sus usuarios leer y responder *posts* conformados por texto (con un límite de 140 caracteres), imágenes y video. A los *posts* se les conocen informalmente como *tweets*, que son enviados (*tweeteados*) por los usuarios registrados en la plataforma. Los usuarios pueden enviar *tweets* (*tweetear*) desde cualquier navegador, a través de una computadora personal o desde una gran variedad de dispositivos que cuenten con internet; ya que *Twitter* ofrece una plataforma *online* flexible para todo tipo de público (Catalán, 2015).

La variedad de usuarios del servicio y sus interacciones han hecho que *Twitter* sirva para diversos fines. Algunos usuarios usan la plataforma de *Twitter* para conversar y opinar sobre diversos temas, otros lo usan como una plataforma de noticias y también están quienes usan este servicio con fines publicitarios y políticos. Debido a sus atributos y su creciente popularidad, *Twitter* se ha vuelto una red social atractiva para reconocidos líderes de opinión y medios informativos, los cuales han creado cuentas en el sistema y participan activamente en este servicio (Catalán, 2015).

La red social *Twitter* tiene una topología, que está definida a partir del flujo de información entre los usuarios. El flujo de información es dirigida, es decir, la información que envíe un *usuario emisor* solo podrá ser recibida por aquellos *usuarios receptores* con los que, el *usuario emisor*, esté conectado dentro de la red. En la red social de *Twitter* se define como *Seguidores (Followers)*, a aquellos *usuarios receptores* que reciben información del *usuario emisor*. Por lo tanto, cuando se emite un *tweet*, por el *usuario emisor*, sus *Followers* son los primeros *usuarios receptores* en recibir la información (Huberman, Romero, y Wu, 2008).

## 2.3. Tweepy

*Tweepy* es una librería de *Python*, que en conjunto con *Twitter*, permite obtener datos, de manera legal y supervisada por *Twitter*, acerca de las cuentas de los usuarios de *Twitter* (Roesslein, 2009). La información que *Tweepy* permite obtener es con respecto a los *tweets* y con respecto a la *cuenta del usuario*; a

continuación se desglosará la información que se puede obtener con *Tweepy*.

- Con respecto a los *tweets*:
  - Crear una base de datos con los *tweets* generados por el usuario.
  - Clasificar los *tweets* por fecha, número de *likes*, número de *retweets*, etc.
- Con respecto a la *cuenta del usuario*:
  - Generar una lista de los *Followers* del usuario.

## 2.4. Networkx

*Networkx* es una librería de *Python* que permite crear y analizar los grafos (Hagberg, Swart, y S Chult, 2008). Además, puede realizar las siguientes actividades (Sayama, 2015):

- Crear grafos aleatorios como de libre de escala, mundo pequeño, etc.
- Crear grafos a partir de una lista de adyacencia, en donde se indica los nodos vecinos a cada nodo de la red.
- Representar un grafo por medio de nodos y aristas.
- Representar un grafo por medio de una matriz de adyacencia.
- Obtener el número de conexiones (grado) de cada nodo que conforma el grafo.

## 2.5. Redes complejas

Los sistemas complejos son un conjunto de elementos que, al interactuar unos con otros, presentan un comportamiento complejo, como son: auto regulación, auto organización, presencia de fractales, etc. Por otro lado, una red compleja es



un conjunto de elementos que se encuentran interconectados; que al aplicar un modelo matemático a la red, se obtiene un comportamiento complejo. Desde el punto de vista matemático, las redes complejas pueden representarse por medio de grafos; en donde los nodos representan los elementos de la red y las aristas representan la conexión entre los elementos de la red (Bak y cols., 1987) y (Bak, 2013).

Para definir la topología de una red compleja, es necesario (Barabási y Bonabeau, 2003):

1. Obtener la distribución estadística del grado de los nodos que la conforman.
2. Determinar a que función, determinista o probabilística, se ajusta mejor la distribución de grado de nodo de la red.
3. Definir la topología de la red compleja; en base a la función que se ajusta mejor, a la distribución de grado de nodo de la red.

En un principio, se consideraba que las redes complejas tenían una distribución de grado de nodo ajustada a una distribución de probabilidad Poisson (Barabási y Bonabeau, 2003).

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!},$$

en donde:

- $P(k)$  es la probabilidad de que un nodo tenga  $k$  conexiones con otros nodos.
- $\lambda$  es el grado promedio de los nodos de la red.
- $k$  es el grado del nodo de la red.

De acuerdo con esta distribución de probabilidad, la mayoría de los nodos tienen un grado muy cercano al promedio ( $\lambda$ ). Conforme el grado de los nodos aumentaba o disminuía con respecto a la media, la cantidad de nodos con ese grado disminuía (ver fig.2.4).

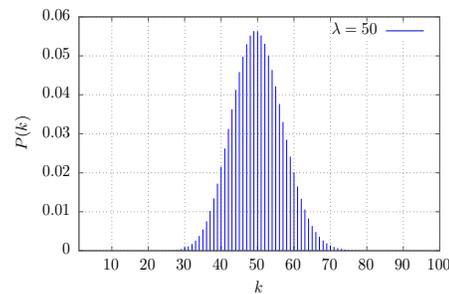


Figura 2.4: Red aleatoria con distribución de grado de nodo Poisson,  $\lambda = 50$ . En donde  $k$  indica el grado de los nodos de la red y  $P(k)$  la probabilidad de que los nodos cuenten con el grado  $k$

Con el desarrollo de la computación en los últimos años y con el surgimiento de nuevos métodos de análisis de datos en gran escala (*Data Mining*) se ha podido comprender mejor la estructura de las redes complejas. En Mayo del 2003 el Dr. Barabási y el Dr. Bonabeau publicaron un artículo en el que indican que la Internet tiene una estructura de *libre de escala* (Barabási y Bonabeau, 2003).

Las redes con estructura *libre de escala* cuentan con las siguientes características (Barabási y Bonabeau, 2003):

- Son redes complejas; ya que presentan características de auto organización.
- Son redes aleatorias, es decir, su estructura sigue una distribución de probabilidad.
- Se les conoce de libre de escala, ya que la mayoría de los nodos de la red no se concentra alrededor de un grado de nodo promedio, como es el caso de la distribución Poisson.
- Conforme el grado de los nodos va aumentando, el número de nodos con ese grado disminuye.
- Existen nodos llamados *hubs* que están conectados con la gran mayoría de los elementos de la red.

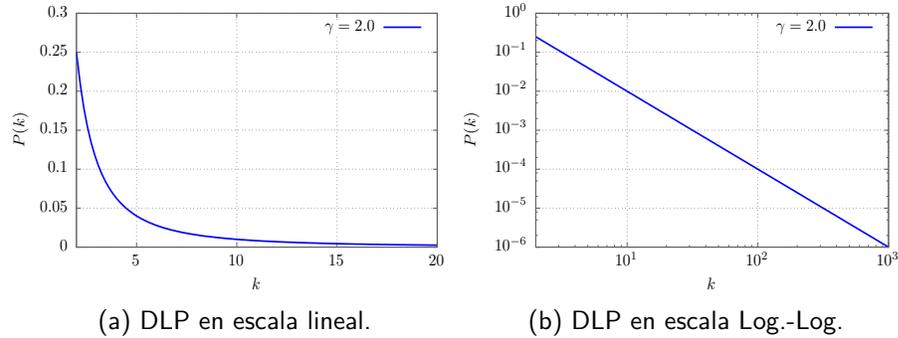


Figura 2.5: Distribución de Leyes de potencia (DLP),  $P(k) = k^{-\gamma}$  con  $\gamma = 2.00$ ; en donde  $k$  indica el grado de los nodos de la red y  $P(k)$  la probabilidad de que los nodos cuenten con el grado  $k$ .

La distribución de grado de nodo se ajusta a una *distribución de probabilidad de leyes de potencia (DLP)* (Barabási y Bonabeau, 2003):

$$P(k) = k^{-\gamma}, \quad (2.1)$$

en donde:

- $P(k)$  Es la probabilidad de que un nodo tenga  $k$  conexiones con otros nodos.
- $k$  Es el grado del nodo (Cantidad de conexiones del nodo con otros nodos).
- $\gamma$  Es el exponente de la ley de potencias.

En una escala lineal, la gráfica de la distribución de grado de nodo, de una red con topología libre de escala, será semejante a la figura 2.5(a). En cambio, en una escala Log.-Log., la gráfica de la distribución de grado de nodo, de una red con topología libre de escala, será semejante a la figura 2.5(b) (Sayama, 2015) y (Barabási y Bonabeau, 2003).



## 2.6. El modelo de votantes (M.V.)

El modelo de votantes (M.V.) permite simular la forma en que los individuos de una sociedad influyen unos sobre otros a favor de un candidato. Además, permite observar como se genera una auto regulación y una auto organización (consenso) entre los miembros de una sociedad. El modelo de votantes cuenta con los siguientes elementos: red de influencias, condición inicial, dinámica del modelo y resultados del modelo (Rodríguez, 2012).

### 2.6.1. Red de influencias

El modelo debe contar con una red social, o red de influencias, en donde los individuos de una sociedad se encuentran conectados por las relaciones de influjo, que existen entre ellos (ver fig. 2.6). La red de influencias puede ser representada por medio de un grafo; en donde los nodos son los individuos de la red y la influencia que existe entre los individuos de la red, es representada por las aristas y sus características son las siguientes (Rodríguez, 2012):

- La red de influencias está compuesta por  $N$  nodos. Cada nodo cuenta con un estado, denotado por las variables:  $\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ . Los estados pueden tomar los valores: +1 (opinión a favor de un candidato) ó -1 (opinión en contra de un candidato).
- Cada nodo de la red debe estar conectado a un conjunto de nodos vecinos (*inputs*):  $I_n = \{v_{n_1}, v_{n_2}, \dots, v_{n_k}\}$ .

Debido a que el M. V. considera la influencia entre los miembros de una sociedad, la red de influencias puede representarse como un grafo dirigido. En donde la dirección de la arista indica la influencia de un nodo sobre sus vecinos y viceversa. De esta forma, la red de influencias tiene dos estructuras diferentes, que son: *distribución input* y *distribución output*. La red con distribución input será aquella en que los nodos vecinos influyan sobre un nodo (ver fig. 2.7). En cambio en la red con distribución output, el nodo influirá sobre los nodos vecinos (ver fig.2.8).

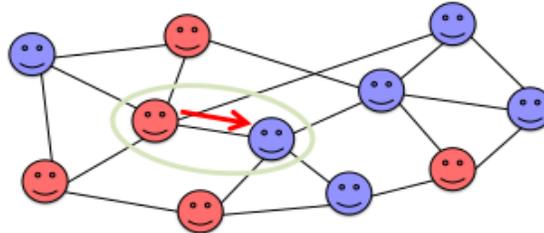


Figura 2.6: La red está compuesta por los nodos, que representan a los individuos de una sociedad, y las aristas, que representan la influencia que tiene un nodo sobre otro. El color del nodo representa el estado: azul, si está a favor de candidato y rojo, si está en contra (Sayama, 2015).

### 2.6.2. Condición inicial y regla dinámica del modelo

Como condición inicial, el M. V. parte del escenario en que los miembros de una sociedad tienen opiniones aleatorias a favor y en contra de los candidatos a elección. Por lo tanto, cada nodo de la red de influencias,  $\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ , tendrá un estado aleatorio a favor (+1) o en contra (-1) de una candidato (Rodríguez, 2012).

En cada paso de tiempo discreto ( $t$ ), el modelo de votantes sigue una regla dinámica:

- Cada elemento del sistema considera la opinión de sus vecinos y en base a ello asigna un nuevo valor a su opinión (a favor o en contra de un candidato).
- El estado de cada nodo,  $v_n$  de la red de influencias, en el lapso de tiempo siguiente ( $v_n(t+1)$ ) está en función del conjunto de estados de sus  $k$  nodos vecinos, *inputs*:  $I_n = \{v_{n_1}, v_{n_2}, \dots, v_{n_k}\}$ , y que son obtenidos a partir de la red de influencias.
- En el paso de tiempo discreto siguiente ( $t+1$ ) cada miembro del sistema  $v_n$  recibe una señal, +1 ó -1, de su conjunto  $I_n$ . La señal que recibe el

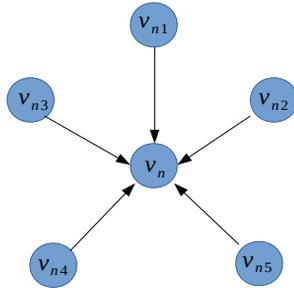


Figura 2.7: Segmento de la red de influencias con distribución input. La dirección de las aristas indica la influencia de los nodos vecinos ( $v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5}$ ) hacia el nodo ( $v_n$ )

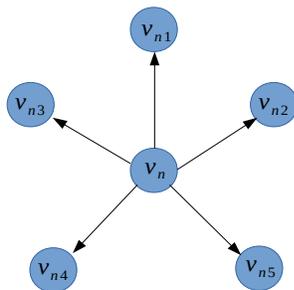


Figura 2.8: Segmento de la red de influencias con distribución output. La dirección de las aristas indica la influencia del nodo ( $v_n$ ) hacia los nodos vecinos ( $v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5}$ )



nodo  $v_n$ , del conjunto  $I_n$ , está determinada por el estado mayoritario de los nodos vecinos:  $\{v_{n_1}, v_{n_2}, \dots, v_{n_k}\}$  (ver fig. 2.9).

El M.V. repite su regla dinámica en un intervalo de tiempo discreto  $1 \leq t \leq T$ ; en la investigación se utilizará un valor de  $T = 500$ . Desde el punto de vista matemático, la regla dinámica del M. V. es la siguiente (Aldana y Larralde, 2004) y (Rodríguez, 2012):

$$v_n(t+1) = \begin{cases} Sgn \left[ \sum_{j=1}^K \omega_{n_j} v_{n_j}(t) \right] & \text{con probabilidad } 1 - \eta \\ -Sgn \left[ \sum_{j=1}^K \omega_{n_j} v_{n_j}(t) \right] & \text{con probabilidad } \eta \end{cases} \quad (2.2)$$

El *peso sináptico* ( $\omega_{n_j}$ ), representa el nivel de influencia que tienen el nodo  $j$  sobre el nodo  $n$ .  $\omega_{n_j}$  es una variable aleatoria con una distribución de probabilidad (uniforme, normal, etc.)  $P_\omega(x)$ ; el valor de  $\omega_{n_j}$  se mantendrá fijo en cada tiempo ( $t$ ) de la simulación. En la investigación se utilizará, por conveniencia, un valor de  $\omega_{n_j} = 1$ . En la ecuación (2.2) se define como señal de entrada, a la suma ponderada:

$$Sgn \left[ \sum_{j=1}^K \omega_{n_j} v_{n_j}(t) \right] \quad (2.3)$$

En caso de que la señal de entrada (2.3) sea mayor o igual a 0, la función  $Sgn(x)$  devuelve un valor de +1; en caso de que la señal de entrada (2.3) sea menor a 0 la función  $Sgn(x)$  devuelve un valor de -1. De esta manera, la ecuación (2.2) hace que el nodo  $v_n(t+1)$  tenga el mismo estado que sus nodos vecinos  $I_n$ , siguiendo la regla dinámica del modelo de votantes. Cuando  $t \rightarrow T$ , todos los nodos  $v_n$ , de la red de influencias, tendrán el mismo estado (a favor o en contra de un candidato), logrando una polarización en toda la red de influencias (Rodríguez, 2012) y (Aldana y Larralde, 2004).

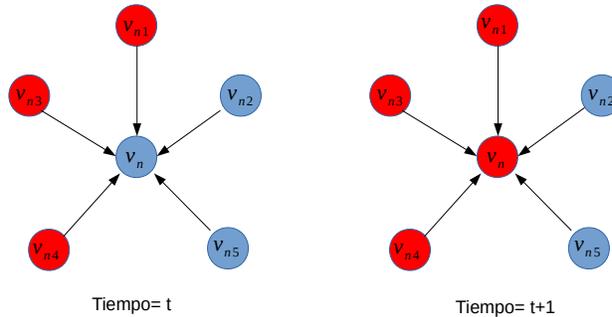


Figura 2.9: El color azul representa que el nodo está a favor del candidato y, el color rojo, representa que está en contra. En el tiempo  $t$ , el nodo ( $v_n$ ) recibe la influencia de los nodos vecinos ( $v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5}$ ), de acuerdo a la dirección de las aristas. En el tiempo  $t + 1$ , debido a que la mayoría de los nodos vecinos ( $v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5}$ ) están en contra del candidato (color rojo), el nodo ( $v_n$ ) cambia su estado en contra del candidato (color rojo).

El modelo de votantes, en su regla dinámica, considera el libre albedrío de las personas en su decisión del voto. El nivel de ruido ( $\eta$ ) se define como la probabilidad de que un nodo  $v_n$  tome un estado contrario al estado mayoritario de sus nodos vecinos  $I_n$  (libre albedrío). De acuerdo al modelo matemático del M. V. (ver ecuación (2.2)) (Rodríguez, 2012) y (Aldana y Larralde, 2004):

- Si la variable aleatoria del ruido ( $\eta_0$ ) está en la región  $1 - \eta$ ; el estado del nodo  $v_n(t + 1)$  mantiene el estado que tengan la mayoría de sus nodos vecinos  $I_n$  (ver fig.2.10).
- Si la variable aleatoria del ruido ( $\eta_0$ ) está en la región de  $\eta$ ; el estado del nodo  $v_n(t + 1)$  será contrario al estado mayoritario que tengan sus nodos vecinos  $I_n$  (ver fig. 2.11).

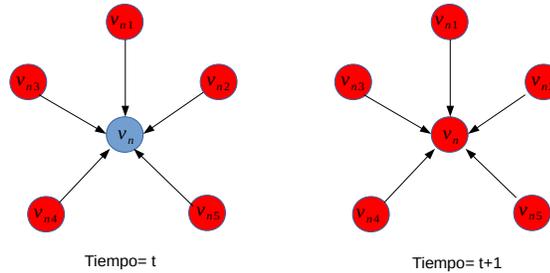


Figura 2.10: El color azul representa que el nodo está a favor del candidato y, el color rojo, representa que está en contra. En el tiempo  $t$ , el nodo  $(v_n)$  recibe la influencia de los nodos vecinos  $(v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5})$ , de acuerdo a la dirección de las aristas. En el tiempo  $t + 1$ , debido a que todos los nodos vecinos  $(v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5})$  están en contra del candidato (color rojo) y la variable aleatoria del ruido  $(\eta_0)$  está en la región  $1 - \eta$ ; el nodo  $(v_n)$  cambia su estado en contra del candidato (color rojo).

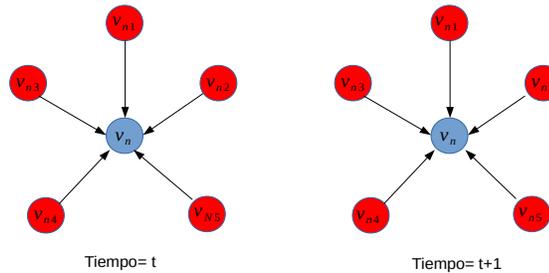


Figura 2.11: El color azul representa que el nodo está a favor del candidato y, el color rojo, representa que está en contra. En el tiempo  $t$ , el nodo  $(v_n)$  recibe la influencia de los nodos vecinos  $(v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5})$ , de acuerdo a la dirección de las aristas. En el tiempo  $t + 1$ , debido a que todos los nodos vecinos  $(v_{n1}, v_{n2}, v_{n3}, v_{n4}, v_{n5})$  están en contra del candidato (color rojo) y la variable aleatoria del ruido  $(\eta_0)$  está en la región  $\eta$ ; el nodo  $(v_n)$  mantiene su estado a favor del candidato (color azul).



### 2.6.3. Resultados del M. V.

El parámetro de orden del sistema  $\psi(\eta, t)$  (ver ecuación (2.4)) indica el nivel de consenso que existe entre los elementos de la red en cada etapa de tiempo  $t$ . El parámetro de orden  $\psi(\eta, t)$  puede tomar valores entre 0 y 1 (Aldana y Larralde, 2004) y (Rodríguez, 2012).

- Si  $\psi(\eta, t) \approx 0$ , el sistema cuenta con el mismo número de nodos a favor de un candidato que en contra; por lo tanto, no hay consenso en la red de influencias (Rodríguez, 2012).
- Si  $\psi(\eta, t) \approx 1$ , todos los nodos, de la red de influencias, pueden tener un estado a favor o en contra de un candidato; por lo tanto existe un consenso en toda la red de influencias (Rodríguez, 2012).

La ecuación del parámetro de orden del sistema  $\psi(\eta, t)$  es (Aldana y Larralde, 2004) y (Rodríguez, 2012):

$$\psi(\eta, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N v_n(t), \quad (2.4)$$

en donde:

- $\psi(\eta, t)$ : Es el parámetro de orden en función del tiempo ( $t$ ) y del nivel de ruido ( $\eta$ ).
- $N$ : Es el total de nodos de la red.
- $v_n(t)$ : Es el estado del nodo ( $v_n$ ) en función del tiempo ( $t$ ).

El parámetro de orden  $\psi(t)$  siempre obtiene un nivel estacionario, después de un tiempo transitorio. La figura 2.12 muestra que al incrementar el nivel de ruido  $\eta$ , el parámetro de orden  $\psi(t)$  disminuye; pero  $\psi(t)$  siempre obtiene un nivel estacionario. El nivel estacionario de  $\psi(t)$  se debe a las particularidades del modelo de votantes, que lo hacen un *sistema complejo*; ya que los nodos de la red presentan un comportamiento de auto regulación ante el incremento del nivel de ruido  $\eta$ . En la realidad, este nivel de consenso se logra, entre los miembros de una sociedad, al acercarse el día de la elección; ya que, en ese momento,

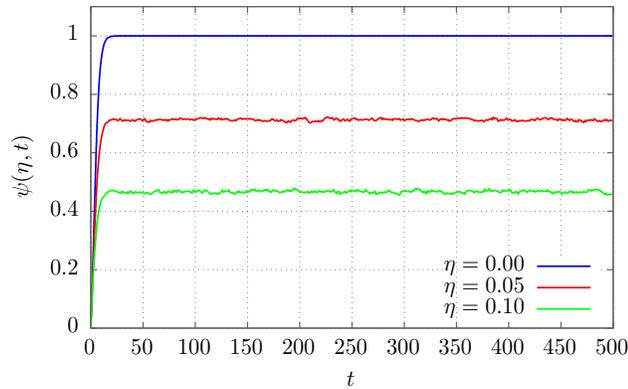


Figura 2.12: Parámetro de orden ( $\psi(\eta, t)$ ). En el eje horizontal se indica la variable tiempo ( $t$ ) y en el vertical el parámetro de orden ( $\psi(\eta, t)$ ). En la figura se observa que el parámetro de orden  $\psi(\eta, t)$  se mantiene estacionario ante diferentes valores de  $\eta$ . Para obtener los resultados de ( $\psi(\eta, t)$ ) se utilizó una red de influencias con: estructura libre de escala, distribución input:  $P(k) = k^{-(\gamma-1)} - (k+1)^{-(\gamma-1)}$ ,  $\gamma = 2.00$   $N = 100,000$  nodos; para la simulación del M. V., se utilizó la ecuación (2.2) con  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$  y  $T = 500$

existen varias personas que por más influencia reciban de sus conexiones directas (amigos, familiares, medios de comunicación, redes sociales, etc.) no cambiarán su intención del voto (Rodríguez, 2012).

Las figuras 2.13 y 2.14 muestran la variación del parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ), en una red de influencias con topología de libre escala y con distribución input y output. En las figuras 2.13 y 2.14 se aprecian los cambios de fase de segundo orden (cambios de fase discontinuos) que presenta el parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ) ante diferentes valores del nivel de ruido  $\eta$ . La figura 2.13 muestra que en una red de influencias, con distribución input, el parámetro de orden  $\psi(\eta)$  presenta cambios de fase más sensibles al incrementar el valor de  $\gamma$ , en la topología de la red de influencias. El comportamiento anterior se presenta, de igual forma, en una red de influencias con distribución output (ver figura 2.14) (Rodríguez, 2012).

En conclusión, los elementos más relevantes para el análisis de los resultados del M. V. son: el nivel de ruido ( $\eta$ ), el parámetro de orden en el sistema ( $\psi$ ), el número de elementos de la red ( $N$ ) y la estructura de la red de influencias (Aldana y Larralde, 2004). Cabe destacar que las redes de influencias, utilizadas

actualmente en el modelo de votantes, son teóricas, es decir, la estructura de la red de influencias se crea de manera artificial.

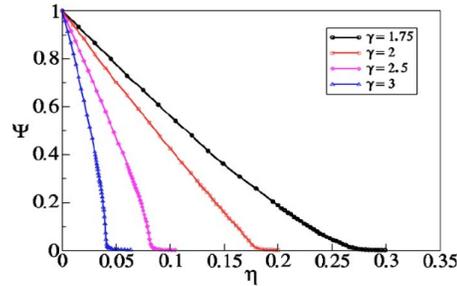


Figura 2.13: Parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ) en red con distribución input. En el eje horizontal, se encuentra la variable nivel de ruido ( $\eta$ ) y en el vertical el parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ). Para obtener los resultados de la gráfica se utilizó: una red de influencias con estructura libre de escala, con distribución de probabilidad input:  $P(k) = k^{-(\gamma-1)} - (k+1)^{-(\gamma-1)}$ ,  $N = 100,000$  nodos,  $\gamma = 1.75, 2, 2.5, 3$ ; para el M. V. se utilizó la ecuación (2.2),  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$  y  $T = 500$  (Rodríguez, 2012).

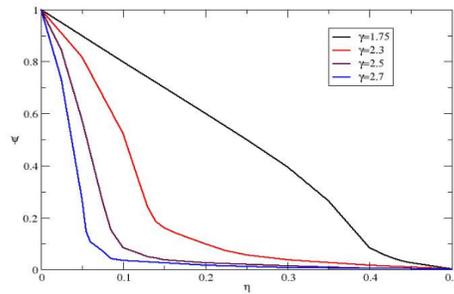


Figura 2.14: Parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ) en red con distribución output. En el eje horizontal, se encuentra la variable nivel de ruido ( $\eta$ ) y en el vertical el parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ). Para obtener los resultados de la gráfica se utilizó: una red de influencias con estructura libre de escala, con distribución de probabilidad output:  $P(k) = k^{-(\gamma-1)} - (k+1)^{-(\gamma-1)}$ ,  $N = 100,000$  nodos,  $\gamma = 1.75, 2.3, 2.5, 2.7$ ; para el M. V. se utilizó la ecuación (2.2),  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$  y  $T = 500$  (Rodríguez, 2012).



## **CAPÍTULO: 3**

---

### ***Estructura de la red Twitter de los candidatos a la Presidencia de México***

---

#### **3.1. Datos de la red**

En el capítulo de antecedentes se mencionó que el modelo de votantes, para realizar su regla dinámica, requiere de una red de influencias. En esta investigación se utilizará la red social de *Twitter*, de los candidatos a la presidencia de México, como red de influencias. Se utilizó la plataforma de *Twitter* ya que nos permite obtener los datos requeridos de una forma sencilla y gratuita.

En la investigación se utilizó la librería de Python: *Tweepy*; para obtener los datos necesarios en la construcción de la red de influencias, a partir de las cuentas de *Twitter* de los candidatos. La metodología que se utilizó, para obtener los datos, fue la siguiente:

1. Por medio de la librería *Tweepy* se generó una lista, con los nombres de los usuarios, que son *Followers* directos de los candidatos a la presidencia de México. A estos *Followers* se les define como *Followers primarios*, ya que son los primeros en recibir la información que emita el candidato.
2. De igual manera, se generó una lista, con los nombres de los usuarios, que son *Followers* directos de cada *Follower primario*. A estos *Followers*

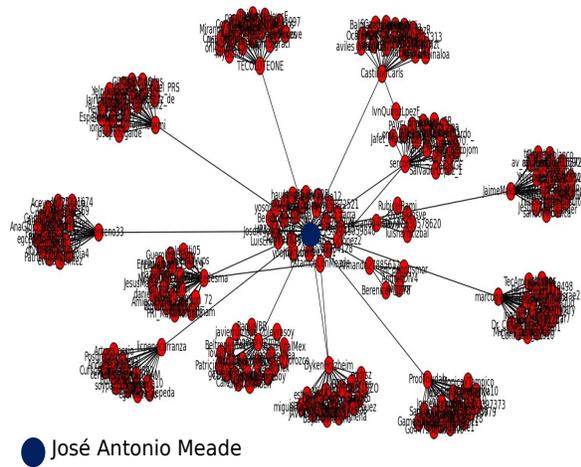


Figura 3.1: Sección de la red *Twitter* del candidato José Antonio Meade Kuri-breña. La red fue generada por medio de la librería *Networkx*, de *Python*

se les define como *Followers secundarios*, ya que reciben la información del candidato sólo si los *Followers primarios retwitean* (retransmiten) la información.

3. Los datos obtenidos fueron almacenados en archivos, para generar la distribución de grado de nodo.

Por medio de la librería *Networkx*, de *Python*, se generó un grafo de una sección de la red de *Twitter*, del candidato Meade (ver fig. 3.1). En la figura 3.1 se aprecian a los *Followers primarios*, que son los nodos que están conectados directamente con el candidato; también, se aprecian a los *Followers secundarios*, que son los nodos que están conectados directamente con los *Followers primarios*.

## 3.2. Distribución de grado de nodo (DGN)

Una vez que se obtuvo la lista de *Followers primarios* y *Followers secundarios*, de cada cuenta de *Twitter* de los candidatos, se agruparon ambas listas en una lista de adyacencia. La lista de adyacencia indica con que usuarios y con cuantos



está conectado cada elemento de la red; por ejemplo, al analizar el nodo de José Antonio Meade Kuribreña, la lista de adyacencia indica con cuales usuarios y con cuantos está conectado el nodo de Meade en la red de *Twitter*.

Por medio de la librería *Networkx* se obtuvo, a través de la lista de adyacencia, la distribución de grado de nodo, de cada una de las redes de *Twitter* de los candidatos. La distribución de grado de nodo (DGN) correlaciona el grado del nodo (número de conexiones) con la frecuencia de nodos que tengan ese grado. La distribución de grado de nodo se utiliza para definir, de manera formal, la topología de la red que se está analizando. Las figuras 4.3(a), (b), (c) y (d) muestran la distribución de grado de nodo de la red de los candidatos AMLO, Anaya, Bronco y Meade, respectivamente, en escala Log.-Log. Se utiliza la escala Log.-Log, porque permite apreciar de mejor manera la distribución de grado de nodo. Por ejemplo, en la figura 4.3(a) se aprecia, en una sección de la distribución de grado de nodo, que al incrementar el grado del nodo disminuye la frecuencia de nodos con ese grado. Este tipo de comportamientos, observados en la distribución de grado de nodo, indican la topología que tiene una red.

### 3.3. Distribución de probabilidad empírica (DPE)

Para definir formalmente la topología de la red, se convirtieron las distribuciones de grado de nodo, obtenidas en el punto anterior, a una distribución de probabilidad empírica (DPE). Para obtener la DPE, de cada red de los candidatos, se utilizó la siguiente fórmula:

$$P(k) = n/N, \quad (3.1)$$

donde:

- $P(k)$  es la probabilidad de tener un grado ( $k$ ) en la red.
- $k$  el grado del nodo (variable aleatoria).
- $n$  es la cantidad de nodos que tienen un grado ( $k$ ).
- $N$  es la cantidad total de nodos en la red.

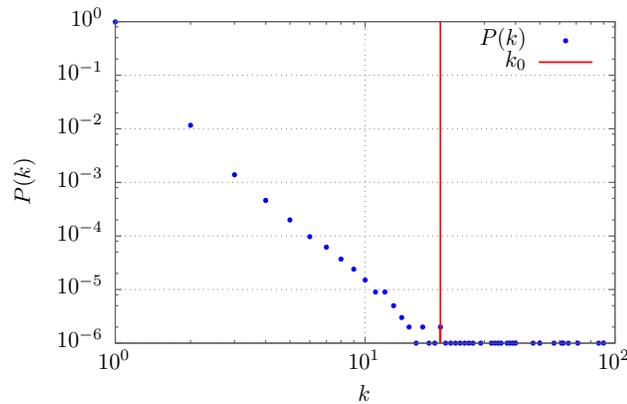


Figura 3.2: DPE de la red *Twitter* de Andrés Manuel López Obrador en escala Log-Log. En el eje horizontal se presenta el grado de nodo  $k$  y, en el eje vertical, la probabilidad  $P(k)$  de que un nodo tenga el grado  $k$ . La gráfica cuenta con dos secciones; ambas secciones se encuentran separadas por el punto  $k_0 \approx 20$ .

La figura 3.2, muestra la DPE de la red *Twitter* del candidato Andrés Manuel López Obrador (AMLO), en escala Log.-Log; ya que permite visualizar mejor la DPE. Las DPE, obtenidas a partir de las cuentas de *Twitter* de los candidatos, cuentan con dos secciones (ver fig. 3.2):

- La primera sección es aquella en donde la probabilidad  $P(k)$  disminuye, conforme el grado de nodo  $k$  se incrementa.
- La segunda sección es aquella en donde la probabilidad  $P(k)$  se mantiene fija, dentro de una región, al incrementarse el grado de nodo  $k$ .

Se definirá como  $k_0$  al grado de nodo  $k$  que divide las dos secciones, antes mencionadas, en las DPE de los candidatos. Se encontró un valor de  $k_0 \approx 20$  para las redes de los candidatos de: Andrés Manuel López Obrador (AMLO), Ricardo Anaya Cortés y Jaime Rodríguez Calderón (Bronco) y,  $k_0 \approx 11$ , para la red del candidato José Antonio Meade Kuribreña. Además, se detectó que los nodos, con un grado  $k > k_0$ , corresponden a usuarios que pueden ser *bots* (cuentas falsas), medios de comunicación masivos (cuentas de televisoras, periódicos, etc.), *influencers*, etc. En la red de *Twitter*, a diferencia de otras redes sociales, el proceso para contar con *Followers* suele ser más selectivo. Por lo tanto, se decidió descartar del análisis todos los nodos que tuvieran grado  $k > k_0$ ; ya que se consideró

poco probable que un usuario común tuviera un gran número de *Followers*. Este filtrado se utilizó solamente para el cálculo del grado de correlación lineal y del parámetro ( $\gamma$ ).

### 3.3.1. Grado de correlación lineal de la DPE

Una vez que se obtuvo la distribución de probabilidad empírica (DPE), de cada red de los candidatos, se procede a determinar a que distribución de probabilidad se ajusta. En la investigación se proponen las siguientes distribuciones de probabilidad:

- Distribución de probabilidad Poisson (DP) (ver fig. 2.4).
- Distribución de probabilidad de Leyes de Potencia (DLP) (ver fig. 2.5).

Para determinar a que distribución de probabilidad se ajustan más las DPE de los candidatos, se utilizará: **el grado de correlación lineal**. Dado que las DPE, en escala normal, no se ajustan a una línea recta; se tuvo que realizar un tratamiento a las DPE, con la finalidad de obtener un mayor ajuste del grado de correlación lineal. Los tratamientos realizados a las DPE, fueron los siguientes:

- Para la distribución de probabilidad Poisson (DP), el tratamiento consistió en aplicar el logaritmo solo al valor de la variable aleatoria, es decir, el grado de los nodos ( $k$ ).
- En el caso de la distribución de probabilidad de Leyes de Potencia (DLP), el tratamiento consistió en aplicar el logaritmo a ambos valores, es decir, el grado de los nodos ( $k$ ) y la probabilidad ( $P(k)$ ).

Al aplicar los tratamientos, antes mencionados, a la DP y DLP cambian sus gráficas de una línea curva a una línea recta; permitiendo de esta manera, que pueda ser aplicado el grado de correlación lineal. El cuadro 3.1 muestra que las DPE de los candidatos tuvieron un mayor grado de ajuste con la distribución de probabilidad de Leyes de Potencia (DLP). Por consiguiente, en base a lo establecido por el Dr. Barabási y el Dr. Bonabeau (Barabási y Bonabeau, 2003); las redes de *Twitter* de los candidatos a la presidencia de México tienen una



estructura de *libre de escala*. Esta información es muy importante; ya que al realizar la inducción del modelo de votantes (M. V.) en la red de influencias, se utilizarán redes con topología de *libre de escala*.

Candidato	DP	DLP
José Antonio Meade Kuribreña	0.5218	0.9624
Ricardo Anaya Cortés	0.3916	0.9549
Jaime Rodríguez Calderón (Bronco)	0.3916	0.9220
Andrés Manuel López Obrador (AMLO)	0.3830	0.9829

Cuadro 3.1: Grado de correlación lineal de la red de los candidatos ajustado a una distribución de probabilidad Poisson y leyes de potencia.

### 3.3.2. Leyes de potencia en las redes de los candidatos

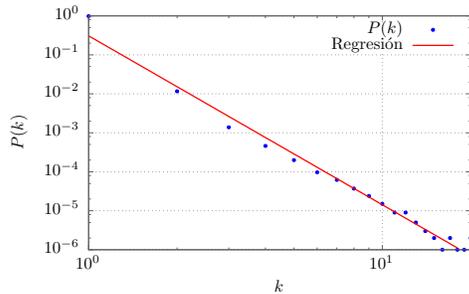
Las figuras que se muestran en esta sección corresponden a la distribución de leyes de potencia (DLP) que cuentan las redes de *Twitter* de los candidatos a la presidencia de México. En cada una de ellas se podrá apreciar con la leyenda  $P(k)$ , la probabilidad del grado de nodo que se obtuvo de la red; también se podrá observar, con la leyenda *Regresión*, la recta de regresión que se obtuvo al aplicar el ajuste de los datos de la red de los candidatos a la distribución de leyes de potencia. La escala que se utilizó, para las gráficas, fue Log.-Log., ya que permite visualizar de mejor forma la distribución de leyes de potencia. El nivel de ajuste de la recta de regresión es el grado de correlación lineal de la DLP (ver cuadro 3.1).

La figura 3.3(a) muestra la distribución de leyes de potencia (DLP) de la red de *Twitter* de Andrés Manuel López Obrador (AMLO). La distribución se obtuvo aplicando la ecuación (3.1) a la distribución de grado de nodo obtenida de la red de AMLO. La ecuación de la recta de regresión es:  $P(k) = -4.34k - 1.18$  con un nivel de ajuste del 98.3%.

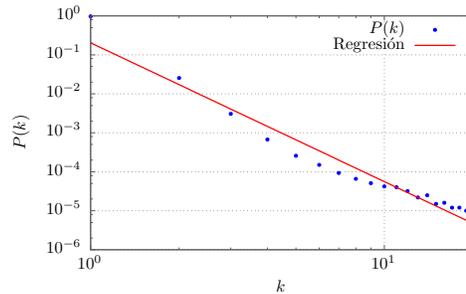
La figura 3.3(b) muestra la distribución de leyes de potencia (DLP) de la red de *Twitter* de Ricardo Anaya Cortés. La distribución se obtuvo aplicando la ecuación (3.1) a la distribución de grado de nodo obtenida de la red de Ricardo Anaya Cortés. La ecuación de la recta de regresión es:  $P(k) = -3.56k - 1.59$  con un nivel de ajuste del 95.5%.

La figura 3.3(c) muestra la distribución de leyes de potencia (DLP) de la red de *Twitter* de Jaime Rodríguez Calderón (Bronco). La distribución se obtuvo aplicando la ecuación (3.1) a la distribución de grado de nodo obtenida de la red del Bronco. La ecuación de la recta de regresión es:  $P(k) = -3.66k - 1.98$  con un nivel de ajuste del 92.2%.

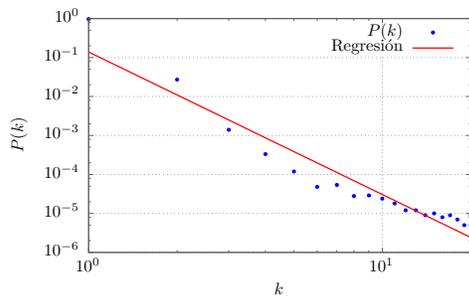
La figura 3.3(d) muestra la distribución de leyes de potencia (DLP) de la red de *Twitter* de José Antonio Meade Kuribreña. La distribución se obtuvo aplicando la ecuación (3.1) a la distribución de grado de nodo obtenida de la red de José Antonio Meade Kuribreña. La ecuación de la recta de regresión es:  $P(k) = -5.00k - 0.68$  con un nivel de ajuste del 96.3%.



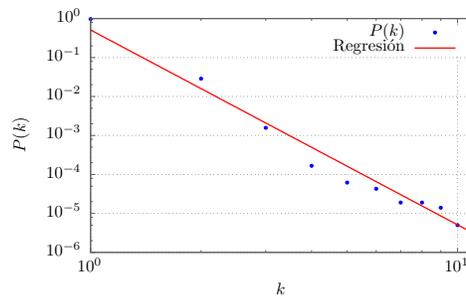
(a) DLP de AMLO.  $P(k) = -4.34k - 1.18$ ; nivel de ajuste: 98.3%



(b) DLP de Anaya.  $P(k) = -3.56k - 1.59$ ; nivel de ajuste del 95.5%.



(c) DLP de Bronco.  $P(k) = -3.66k - 1.98$ ; nivel de ajuste del 92.2%.



(d) DLP de Meade.  $P(k) = -5.00k - 0.68$ ; nivel de ajuste del 96.3%.

Figura 3.3: Distribución de probabilidad de leyes de potencia (DLP) de los candidatos, en red *Twitter*) y en escala Log-Log. En el eje horizontal se presenta el grado de nodo  $k$  y en el eje vertical la probabilidad ( $P(k)$ ) de que un nodo tenga el grado  $k$ . La ecuación  $P(k)$  representa la ecuación de la recta de regresión.



### 3.3.3. Parámetro ( $\gamma$ ) de la DLP

El parámetro ( $\gamma$ ) se define como el exponente de la distribución de leyes de potencia (ver ecuación (2.1)). Para obtener el valor del parámetro ( $\gamma$ ), es necesario aplicar el logaritmo a ambos lados de la ecuación (2.1); de esta manera se obtiene:

$$\log(P(k)) = -(\gamma)(\log(k)) \quad (3.2)$$

De acuerdo a la figura 2.5, la DLP se transforma en una línea recta, cuando se le aplica el logaritmo. Por lo tanto, al aplicar el logaritmo a una DLP y de acuerdo a la ecuación (3.2); el parámetro ( $\gamma$ ) se define como: la pendiente de la recta de regresión, que se ajusta a una DLP (Solares, 2017). Los valores del parámetro ( $\gamma$ ), de las redes de *Twitter* de los candidatos, (ver cuadro 3.2) se obtuvieron de la pendiente de las líneas de regresión, de las DLP de las redes de los candidatos (ver figuras: 3.3(a), (b), (c) y (d)).

Candidato	$\gamma$
José Antonio Meade Kuribreña	5.00
Ricardo Anaya Cortés	3.56
Jaime Rodríguez Calderón (Bronco)	3.66
Andrés Manuel López Obrador (AMLO)	4.34

Cuadro 3.2: Parámetro ( $\gamma$ ) de la distribución de leyes de potencia (DLP), de las redes de *Twitter* de los candidatos a la presidencia de México.

El parámetro ( $\gamma$ ) obtenido de las redes de *Twitter* de los candidatos, es mayor al intervalo de  $2 \leq \gamma \leq 3$  (ver cuadro 3.2), que indican los doctores Barabási y Bonabeu, para una red libre de escala (Barabási y Bonabeau, 2003). Esto se debe, principalmente, a la presencia de un gran número de nodos con grado alto,  $k > k_0$ , que modifican la estructura de la red. Por esta razón, se realizó un filtrado de la red que permitiera un mejor ajuste de la DPE a la distribución de leyes de potencia, como se mencionó en la sección: Distribución de probabilidad empírica (DPE); pero se tuvo, como consecuencia, un incremento en el valor del parámetro ( $\gamma$ ).

## **CAPÍTULO: 4**

---

### ***El modelo de votantes inducido en la red social Twitter***

---

#### **4.1. M. V. inducido en la red artificial**

En base a lo establecido por el Dr. Larralde y el Dr. Aldana, las redes artificiales con estructura libre de escala deben tener la siguiente distribución de probabilidad de grado de nodo (Aldana y Larralde, 2004):

$$P(k) = k^{-(\gamma-1)} - (k+1)^{-(\gamma-1)}, \quad (4.1)$$

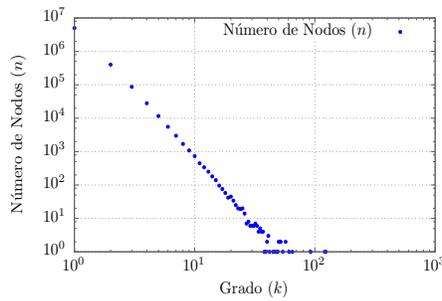
en donde:

- $P(k)$ : es la probabilidad de que el nodo cuente con un grado  $k$ .
- $k$ : es el grado del nodo.
- $\gamma$ : es el parámetro de la distribución de leyes de potencia.

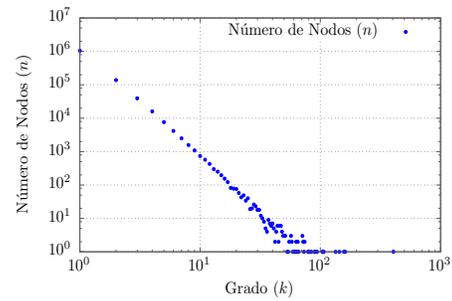
En base a la ecuación (4.1) se generaron las redes artificiales con estructura libre de escala de los candidatos, tomando el parámetro ( $\gamma$ ) de cada una de las redes de los candidatos (ver cuadro 3.2). Las figuras 4.1(a), (b), (c) y (d) muestran la distribución de grado de nodo (DGN) de las redes artificiales de los



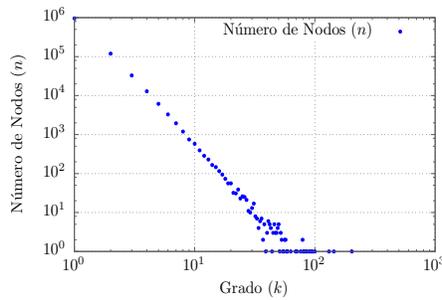
candidatos. Las figuras anteriores muestran que se ajustan a una distribución de probabilidad de leyes de potencia, ya que, en la escala Log.-Log., se observa que la gráfica dibuja una línea recta con pendiente negativa, que es la característica principal de este tipo de distribución de probabilidad (ver fig. 2.5(b)). Otra de las características de estas redes artificiales, es que se puede observar que existen muy pocos nodos con un grado alto,  $k > 10^2$ ; esta peculiaridad será muy importante, como se verá más adelante, al inducir el modelo de votantes en estas redes artificiales.



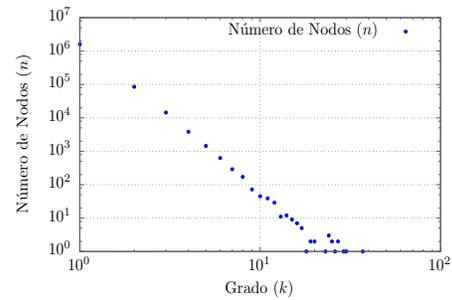
(a) DGN de AMLO.  $\gamma = 4.34$   
N=5,521,157



(b) DGN de Anaya.  $\gamma = 3.56$   
N=1,263,420



(c) DGN de Bronco.  $\gamma = 3.66$ ,  
N=1,139,152



(d) DGN de Meade.  $\gamma = 5.00$ ,  
N=1,699,430

Figura 4.1: Distribución de grado de nodo de los candidatos (red artificial), en escala Log-Log. Se utilizó la distribución de probabilidad de grado de nodo:  $P(k) = k^{-(\gamma-1)} - (k+1)^{-(\gamma-1)}$ .

Una vez realizado el paso anterior, se llevaron a cabo las simulaciones del modelo de votantes, utilizando las redes artificiales de los candidatos y siguiendo la regla dinámica del modelo de votantes (ver ecuación (2.2)). Cabe mencionar,

que la red generada puede seguir una distribución input (ver figura 2.7) o una distribución output (ver figura 2.8). Como se mencionó en la sección del modelo de votantes, la red con distribución input será aquella en que los nodos vecinos influyan sobre un nodo y en la red con distribución output, el nodo influirá sobre los nodos vecinos. En todas las simulaciones con el modelo de votantes, tanto en la inducción en las redes artificiales como en las redes de *Twitter* de los candidatos, se utilizó un peso sináptico  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$  y el total de iteraciones fue de  $T = 500$ .

La gráficas 4.2(a) y (b) muestran los resultados del parámetro de orden ( $\psi$ ) en función del nivel de ruido ( $\eta$ ) en las redes artificiales de los candidatos, con distribución input o distribución output, respectivamente. Las figuras muestran que el parámetro de orden ( $\psi$ ) va disminuyendo conforme el nivel de ruido ( $\eta$ ) se va incrementando; lo cual está de acuerdo con lo encontrado por el Dr. Maximino Aldana y el Dr. Hernán Larralde, al inducir el modelo de votantes en una red libre de escala artificial (ver figuras 2.13 y 2.14) (Aldana y Larralde, 2004). Las figuras 4.2(a) y (b) no muestran un cambio de fase discontinuo, a diferencia de las figuras 2.13 y 2.14 obtenidas en el artículo: (Aldana y Larralde, 2004); en donde se observa que ante pequeños incrementos de  $\eta$  el parámetro de orden  $\psi$  disminuye rápidamente a cero y cambia abruptamente la pendiente. De hecho se muestra que el parámetro de orden ( $\psi$ ), en las redes artificiales de los candidatos, se ajusta suavemente a los incrementos del nivel de ruido ( $\eta$ ).

La gráfica 4.2(a) muestra que, en una red con distribución input, el parámetro de orden ( $\psi$ ), al aumentar el valor de  $\gamma$ , es más sensible al incremento del nivel de ruido ( $\eta$ ). En cambio la red con distribución output, figura 4.2(b), muestra que el comportamiento del parámetro de orden ( $\psi$ ), en función del nivel de ruido ( $\eta$ ), es el mismo para todas las redes artificiales, independientemente del valor de  $\gamma$  en la red.

Durante la investigación se detectó que, estos comportamientos antes mencionados del parámetro de orden ( $\psi(\eta, \gamma)$ ), se deben principalmente a la cantidad de nodos que conforman la red. Ya que las redes obtenidas de *Twitter*, de los candidatos, cuentan con un rango de nodos de  $1,000,000 < n < 6,000,000$  y las redes obtenidas por el Dr. Maximino Aldana y el Dr. Hernán Larralde son de  $n = 100,000$  nodos. Por lo tanto, se puede establecer que al incrementar la cantidad de nodos de la red, los cambios de fase se hacen más suaves conforme aumente el nivel de ruido ( $\eta$ ).

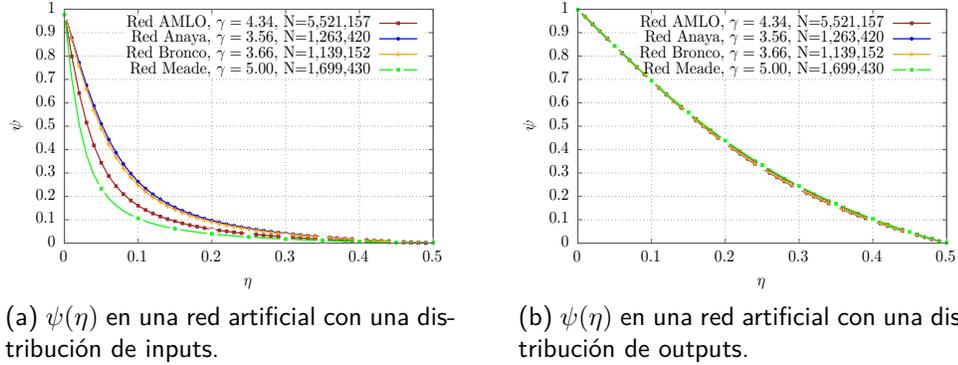
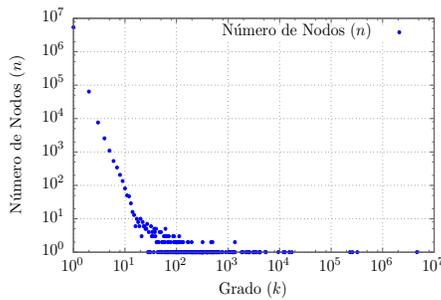


Figura 4.2: Gráfica  $\psi(\eta)$  en red de influencias artificial, de los candidatos, con distribución input y output (ver ecuación (4.1)); para el M. V. se utilizó la ecuación (2.2),  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$ ,  $T = 500$ . En el eje horizontal se presenta el parámetro de orden  $\psi$  y, en el eje vertical, el nivel de ruido  $\eta$ . La figura 4.2(a) muestra que al aumentar el valor de  $\gamma$ , es más sensible al incremento del nivel de ruido ( $\eta$ ). La figura 4.2(b), muestra que el comportamiento del parámetro de orden ( $\psi$ ), en función del nivel de ruido ( $\eta$ ), es el mismo para todas las redes artificiales, independientemente del valor de  $\gamma$  en la red.

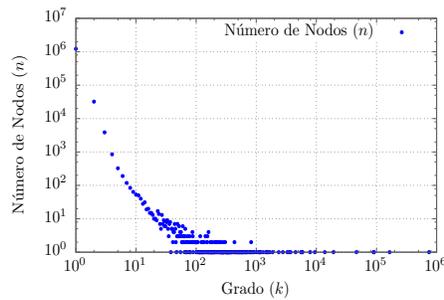
## 4.2. M. V. inducido en la red *Twitter*

Para obtener los resultados del modelo de votantes en la red de *Twitter* de los candidatos, primero se generó la red de influencias del modelo, en base a la distribución de grado de nodo que se obtuvo de cada una de las cuentas de *Twitter* de los candidatos. Las figuras 4.3 (a), (b), (c) y (d) muestran la distribución de grado de nodo de cada una de las redes de los candidatos obtenidas de *Twitter*, en escala Log.-Log. Todas las gráficas cuentan con dos secciones: la primera sección que corresponde a la zona en donde la cantidad de nodos  $n$ , con grado  $k$ , disminuye conforme se incrementa el grado de nodo  $k$ . Esta sección tiene un comportamiento lineal en la escala Log.-Log., que se ajusta a una distribución de leyes de potencia y por lo tanto, cuenta con una estructura libre de escala. La segunda sección corresponde a la zona en donde la cantidad de nodos  $n$ , con grado  $k$ , se mantiene constante al incrementar el grado  $k$ . Esta sección corresponde a nodos con grado alto,  $k > 10^2$ ; los cuales generan una gran cola

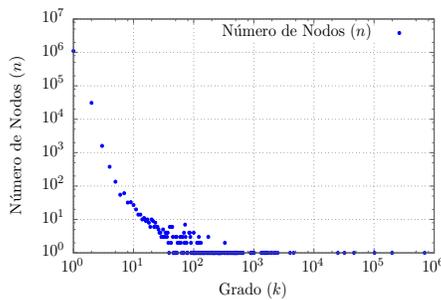
que, como se verá más adelante, modifican la estructura de la red y los resultados del modelo de votantes. Después de un análisis minucioso se detectó que estos nodos corresponden a cuentas de: *bots* (cuentas falsas), *influencers* y medios de comunicación masivos, como compañías de televisión, periódicos, agencias de noticias, etc.



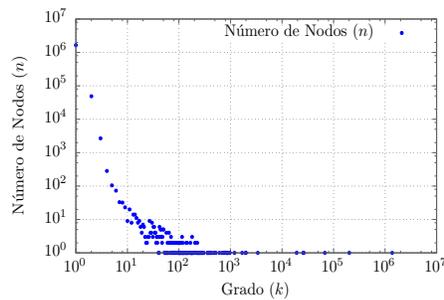
(a) DGN de AMLO.  $\gamma = 4.34$   
N=5,521,157



(b) DGN de Anaya.  $\gamma = 3.56$   
N=1,263,420



(c) DGN de Bronco.  $\gamma = 3.66$ ,  
N=1,139,152



(d) DGN de Meade.  $\gamma = 5.00$ ,  
N=1,699,430

Figura 4.3: Distribución de grado de nodo de los candidatos (red *Twitter*), en escala Log-Log.

Una vez realizado el paso anterior, se llevaron a cabo las simulaciones del modelo de votantes, utilizando las redes de *Twitter* de los candidatos y siguiendo la regla dinámica del modelo de votantes (ver ecuación (2.2)). Al igual que se estableció en la sección anterior, la red generada puede seguir una distribución input (ver figura 2.7) o una distribución output (ver figura 2.8).

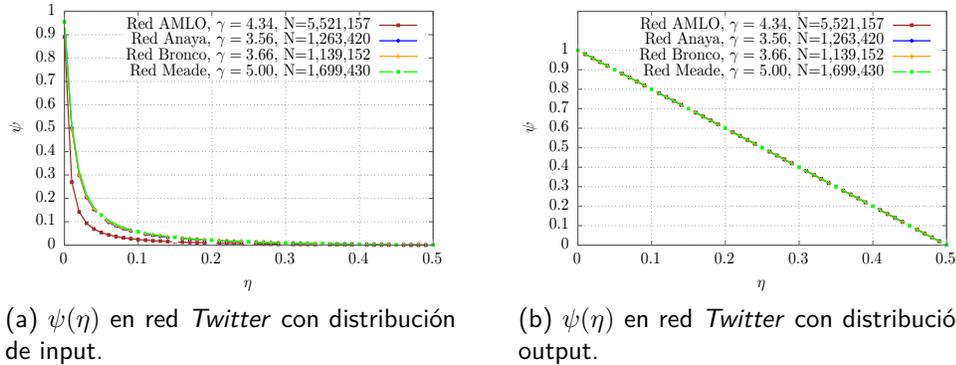


Figura 4.4: Gráfica  $\psi(\eta)$  en red de influencias de *Twitter*, de los candidatos, con distribución input y output (ver ecuación (4.1)); para el M. V. se utilizó la ecuación (2.2),  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$ ,  $T = 500$ . En el eje horizontal se presenta el parámetro de orden  $\psi$  y en el eje vertical el nivel de ruido  $\eta$ . La figura 4.4(a) muestra que al aumentar el número de nodos de la red, el parámetro de orden ( $\psi$ ) es más sensible al incremento del nivel de ruido ( $\eta$ ). La figura 4.4(b), muestra que el comportamiento del parámetro de orden ( $\psi$ ), en función del nivel de ruido ( $\eta$ ), es el mismo para todas las redes artificiales, independientemente del valor de  $\gamma$  y el número de nodos en la red.

Las figuras 4.4(a) y (b) muestran los resultados del parámetro de orden ( $\psi$ ) en función en función del nivel de ruido ( $\eta$ ) en las redes de *Twitter* de los candidatos, con distribución input o distribución output, respectivamente. Las figuras muestran que el parámetro de orden ( $\psi$ ) va disminuyendo conforme el nivel de ruido ( $\eta$ ) se va incrementando. Lo cual, está de acuerdo con lo encontrado por el Dr. Maximino Aldana y el Dr. Hernán Larralde, al inducir el modelo de votantes en una red libre de escala artificial (ver figuras 2.13 y 2.14) (Aldana y Larralde, 2004). Las figuras 4.4(a) y (b) no muestran un cambio de fase discontinuo, a diferencia de las figuras 2.13 y 2.14 obtenidas por el Dr. Maximino Aldana y el Dr. Hernán Larralde (Aldana y Larralde, 2004). De hecho se muestra que el parámetro de orden ( $\psi$ ), en las redes de *Twitter* de los candidatos, se ajusta suavemente a los incrementos del nivel de ruido ( $\eta$ ) como se vio en la sección anterior; esto se debe a la gran cantidad de nodos que conforman la red de *Twitter* de los candidatos.

La gráfica 4.4(a) muestra que en una red con distribución input, el parámetro

de orden ( $\psi$ ) es más sensible al incremento del nivel de ruido ( $\eta$ ), conforme aumenta el número de nodos de la red. En cambio la figura 4.4(b) con distribución output, muestra que el comportamiento del parámetro de orden ( $\psi$ ) en función en función del nivel de ruido ( $\eta$ ), es el mismo para todas las redes artificiales, independientemente del valor de  $\gamma$  y el número de nodos en la red.

En conclusión, al comparar los resultados del parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ), entre las redes artificiales y las redes de *Twitter* de los candidatos, con distribución input (ver figuras 4.2(a) y 4.4(a)), se podrá apreciar que son semejantes. De igual forma, al comparar los resultados del parámetro de orden ( $\psi(\eta)$ ), entre las redes artificiales y las redes de de *Twitter* de los candidatos, con distribución output (ver figuras 4.2(b) y 4.4(b)), se podrá apreciar que también son semejantes entre ellas. Por lo tanto, se puede asegurar que el modelo de votantes sí puede ser inducido en una topología en redes sociales y que los resultados obtenidos son confiables.

### 4.3. Comparación de resultados

Al comparar los resultados del M.V. ( $\psi(\eta)$ ), entre las redes artificiales y las de *Twitter*, con una distribución input (ver figuras 4.2(a) y 4.4(a)); de igual manera al comparar, las figuras 4.2(b) y 4.4(b), con una distribución output; se llegó a la conclusión de que las gráficas son cualitativamente semejantes entre ellas. Esto significa, como se mencionó en la sección anterior, que el M.V. sí puede ser inducido en una topología en redes sociales. Sin embargo, existen variaciones cuantitativas entre ellas. Las figuras 4.5(a), (b), (c) y (d) muestran las diferencias de los valores de  $\psi(\eta)$  entre las redes, artificiales y de *Twitter* de los candidatos, con distribución input; también, las figuras 4.6(a), (b), (c) y (d) muestran las diferencias de los valores de  $\psi(\eta)$  entre las redes, artificiales y de *Twitter* de los candidatos, con distribución output.

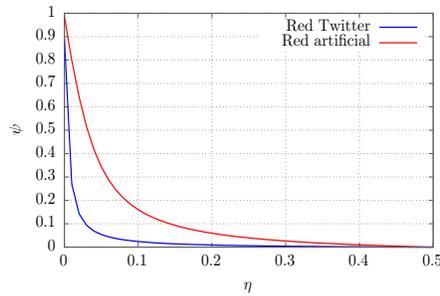
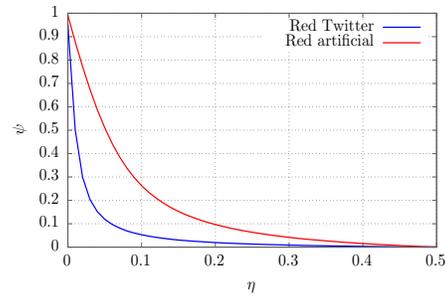
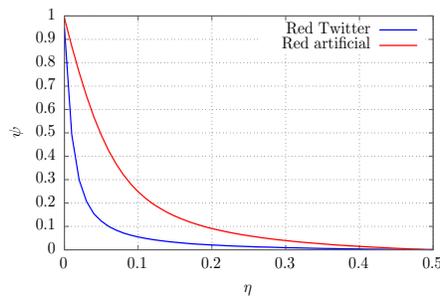
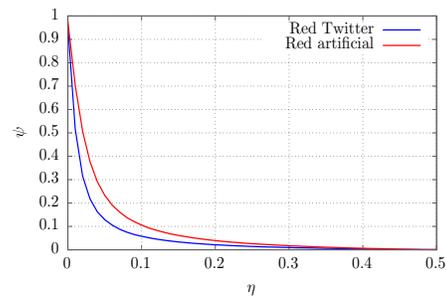
(a)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de AMLO.(b)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de Anaya.(c)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de Bronco.(d)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de Meade.

Figura 4.5:  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de los candidatos con distribución input. Para el M. V. se utilizó la ecuación (2.2),  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$ ,  $T = 500$ . En el eje horizontal se presenta el parámetro de orden  $\psi$  y en el eje vertical el nivel de ruido  $\eta$ . En la red de *Twitter* de los candidatos se observa que ante pequeñas variaciones del nivel de ruido  $\eta$ , el parámetro de orden ( $\psi$ ) disminuye mucho más rápido que en la red artificial.

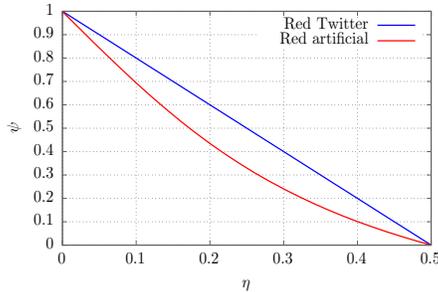
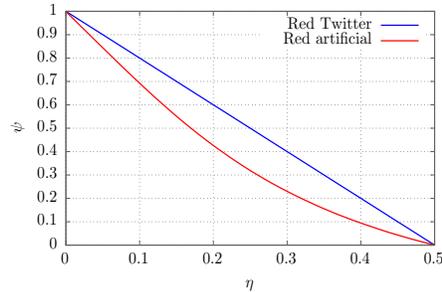
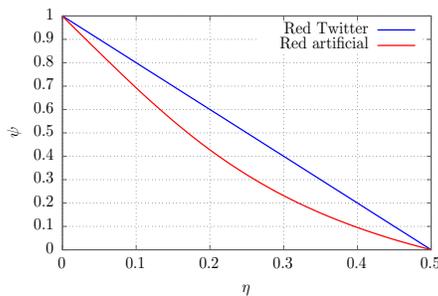
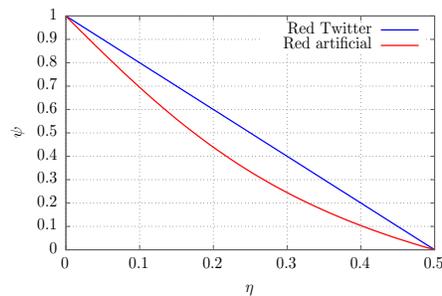
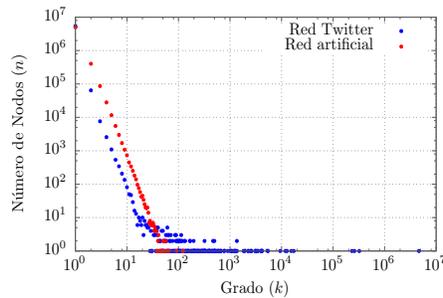
(a)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de AMLO.(b)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de Anaya.(c)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de Bronco.(d)  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de Meade.

Figura 4.6:  $\psi(\eta)$  en red artificial y red *Twitter* de los candidatos con distribución output. Para el M. V. se utilizó la ecuación (2.2),  $\omega_{n_j} = 1 \forall n_j$ ,  $T = 500$ . En el eje horizontal se presenta el parámetro de orden  $\psi$  y en el eje vertical el nivel de ruido  $\eta$ . En la red de *Twitter* de los candidatos, con distribución output, se observa que el parámetro de orden ( $\psi$ ) tiene un nivel más alto que en la red artificial, para un mismo nivel de ruido  $\eta$ .

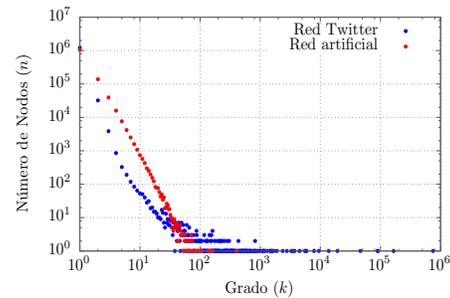
Las figuras 4.7 (a), (b), (c) y (d) muestran la diferencia que existe, en cuanto a la distribución de grado de nodo, entre la red de *Twitter* y la red artificial. Las figuras anteriores muestran que la distribución de grado de nodo, de las redes artificiales, se ajustan a una distribución de probabilidad de leyes de potencia, ya que, en la escala Log.-Log., se observa que la gráfica dibuja una línea recta con pendiente negativa, que es la característica principal de este tipo de distribución de probabilidad (ver fig. 2.5 (b)). En cambio, la distribución de grado de nodo de las redes de *Twitter* de los candidatos muestran dos secciones, como se mencionó



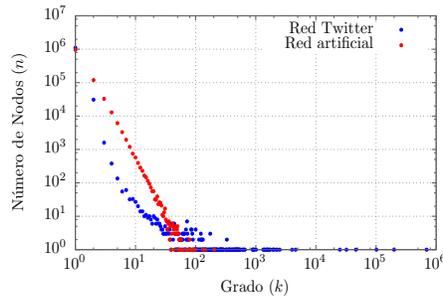
en el capítulo 2. La primera sección es semejante a la distribución de leyes de potencia; pero la segunda sección son nodos con un alto grado ( $k > 10^2$ ) que forman una cola horizontal. Es precisamente, la presencia de nodos de grado alto ( $k > 10^2$ ), en la red de *Twitter*, los que ocasionan una alteración en la topología de la red, provocando una variación en los resultados del M.V.



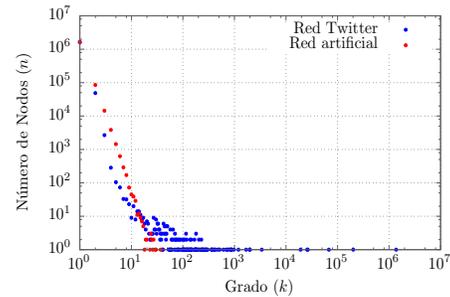
(a) DGN de AMLO.  $\gamma = 4.34$   
N=5,521,157



(b) DGN de Anaya.  $\gamma = 3.56$   
N=1,263,420



(c) DGN de Bronco.  $\gamma = 3.66$ ,  
N=1,139,152



(d) DGN de Meade.  $\gamma = 5.00$ ,  
N=1,699,430

Figura 4.7: Distribución de grado de nodo de los candidatos (red *Twitter* y artificial), en escala Log-Log. Para la red artificial se utilizó la distribución de probabilidad de grado de nodo:  $P(k) = k^{-(\gamma-1)} - (k+1)^{-(\gamma-1)}$ . La DGN de la red *Twitter* (puntos azules) cuenta con un mayor número de nodos con grado  $k > 10^2$ , que la red artificial (puntos rojos).

En la red de *Twitter* de los candidatos, con distribución input, se observa que ante pequeñas variaciones del nivel de ruido  $\eta$ , el parámetro de orden,  $\psi$ , disminuye mucho más rápido que en la red artificial; por efecto de la presencia de un mayor número de nodos de grado alto,  $k > 10^2$ , en la red de *Twitter* de



los candidatos (ver figuras: 4.5(a), (b), (c) y (d)). Esto se debe a que, en una distribución input (ver fig. 2.7), son los nodos vecinos quienes tienen el control sobre el parámetro de orden; en el caso de la red de *Twitter* existen muchos más nodos vecinos que en la red artificial, favoreciendo el desorden en la red ante cualquier pequeño cambio en el nivel de ruido.

Por su parte en la red de *Twitter* de los candidatos, con distribución output, se observa que el parámetro de orden ( $\psi$ ) tiene un nivel más alto que en la red artificial, para un mismo nivel de ruido  $\eta$  (ver figuras 4.6(a), (b), (c) y (d)). Esto se debe al efecto del número de nodos con grado alto,  $k > 10^2$ , que al haber más en la red de *Twitter* que en la artificial, mantienen más ordenada la red; ya que en una distribución output (ver fig. 2.8), son los nodos con alto grado,  $k > 10^2$ , quienes tienen el control del orden de la red. Por lo tanto, la presencia de un mayor número de nodos de alto grado en una red de influencias, favorece el nivel orden de la red ( $\psi$ ) ante el incremento del nivel de ruido ( $\eta$ ).



## CAPÍTULO: 5

---

### Conclusiones

---

Al comparar los resultados ( $\psi(\eta)$ ) del M.V., inducido en una red artificial y aplicado en la red *Twitter*, se puede concluir que tienen el mismo comportamiento cualitativo; ya que, en ambos casos, el valor del parámetro de orden ( $\psi$ ) decrece al aumentar el nivel de ruido ( $\eta$ ); también, en ambos resultados, se obtienen cambios de fase continuos, debido al gran número de nodos con las que cuentan las redes propuestas (ver fig. 4.2(a) y 4.4(a) red input; fig. 4.2(b) y 4.4(b) red output). Por lo tanto, se puede concluir que el modelo de votantes sí puede ser inducido a una topología en redes sociales, específicamente de la red *Twitter*. Sin embargo, existen diferencias cuantitativas entre los resultados del M.V., al ser inducido en una red artificial y en la red *Twitter*. Estas variaciones se deben, como se mencionó anteriormente, a la diferencia entre la topología de la red artificial y la red *Twitter*.

En cuanto a la topología de la red *Twitter*, de los candidatos a la presidencia de México, se obtuvo que su distribución de grado de nodo se ajusta a una distribución de leyes de potencia, con un grado de correlación mayor al 90%; Por lo tanto, se concluye que la red *Twitter*, de los candidatos a la presidencia de México, cuenta con una estructura *libre de escala*. Sin embargo, se ha observado también, que las redes obtenidas de *Twitter* de los candidatos cuentan con un mayor número de nodos con grado alto,  $k > 10^2$  que las redes artificiales (ver figuras 4.7(a),(b), (c) y (d)); además, el rango del parámetro  $\gamma$  obtenido en las redes de *Twitter*,  $3.0 < \gamma \leq 5.0$ , está por encima del rango establecido por



el Dr. Barabási y el Dr. Bonabeau de  $2.0 \leq \gamma \leq 3.0$  (Barabási y Bonabeau, 2003). Tanto la presencia de nodos de alto grado como los valores de  $\gamma$  fuera del rango común, ocasionan una alteración en la topología de la red. De acuerdo al artículo, "*Scale-free networks are rare*", las redes que cuentan con las alteraciones, antes mencionadas, siguen clasificándose como redes con topología libre escala, pero en una sub-clasificación denominada: "*red con topología libre de escala débil*" (Broido y Clauset, 2019).

En conclusión, en esta investigación se descubrió que el modelo de votantes se puede inducir a una red social electrónica, como es el caso de la red *Twitter* con la metodología descrita en esta tesis. También se descubrió que, el M. V. proporciona información sobre los efectos que tienen las alteraciones en la red de influencias sobre el parámetro de orden  $\psi(\eta)$ , ocasionadas por la presencia de un gran número de nodos con grado alto. Cabe destacar, que las redes sociales electrónicas siguen una distribución output; por lo tanto, el modelo de votantes puede detectar el efecto que tiene la presencia de nodos de grado alto, en la red de influencias, sobre el parámetro de orden  $\psi$ . Este efecto consiste en que se favorece un mayor orden en la red ( $\psi$ ) al incrementarse el nivel de ruido ( $\eta$ ); por ejemplo, en la fig. 4.6(b) se puede observar que el parámetro de orden ( $\psi$ ) es más alto para un mismo nivel de ruido ( $\eta$ ), en una red output con pocos nodos de grado alto (artificial) que en una red output con gran cantidad de nodos de grado alto (red *Twitter*). Los nodos con grado alto, generalmente, son: medios de comunicación masivos (cuentas de televisoras, periódicos, etc.), *influencers* y *bots*. Por esa razón es que son tan valorados, para las campañas publicitarias y electorales; ya que favorecen que la red de influencias se mantenga más ordenada (parámetro de orden  $\psi$ ) ante la presencia de un mayor número de miembros de la red con libre albedrío (nivel de ruido  $\eta$ ).

Para finalizar, se recomienda continuar investigando la aplicación del modelo de votantes en otras redes sociales con alta popularidad, como son: *Facebook*, *Instagram*, etc. También se recomienda seguir investigando sobre la topología que tienen otras redes sociales y compararla con la topología de *Twitter*, que se determinó en esta investigación. De igual manera, se recomienda investigar sobre los efectos de las alteraciones en la red *Twitter*, aquí encontradas, en las decisiones de compra de productos y servicios, por medio de campañas publicitarias, y en la intención del voto, por medio de las campañas electorales.

---

## Referencias

---

- Aldana, M., y Larralde, H. (2004). Phase transitions in scale-free neural networks: Departure from the standard mean-field universality class. *Physical Review E*, 70(6), 066130.
- Bak, P. (2013). *How nature works: the science of self-organized criticality*. Springer Science & Business Media.
- Bak, P., Tang, C., y Wiesenfeld, K. (1987). Self-organized criticality: An explanation of the  $1/f$  noise. *Physical review letters*, 59(4), 381.
- Barabási, A.-L., y Bonabeau, E. (2003). Scale-free networks. *Scientific american*, 288(5), 60–69.
- Broido, A. D., y Clauset, A. (2019). Scale-free networks are rare. *Nature communications*, 10(1), 1017.
- Catalán, D. D. (2015). *Recopilación de tweets y medición de la relevancia basada en la topología* (Tesis Doctoral no publicada). Escola Técnica superior D'Enginyeria Informàtica, Universitat Politècnica de València.
- Gibbons, A. (1985). *Algorithmic graph theory*. Cambridge university press.
- Hagberg, A., Swart, P., y S Chult, D. (2008). *Exploring network structure, dynamics, and function using networkx* (Inf. Téc.). Los Alamos National Lab.(LANL), Los Alamos, NM (United States).
- Huberman, B. A., Romero, D. M., y Wu, F. (2008). Social networks that matter: Twitter under the microscope. *arXiv preprint arXiv:0812.1045*.
- Rodríguez, B. V. (2012). *Condiciones para la emergencia de orden colectivo en el modelo de votantes* (Tesis Doctoral no publicada). Instituto de Ciencias Físicas, Posgrado en Ciencias Físicas. Universidad Nacional Autónoma de México.



- Roesslein, J. (2009). tweepy documentation. *Online*] <http://tweepy.readthedocs.io/en/v3>, 5.
- Ross, K. A., Wright, C. R., y de la Luz De Teresa de Oteyza, M. (1990). *Matemáticas discretas*. Prentice-Hall Hispanoamericana.
- Sayama, H. (2015). *Introduction to the modeling and analysis of complex systems*. Open SUNY Textbooks.
- Scheel Mayenberger, C. (2008). *Dinamica de ecosistemas industriales*. Universidad Virtual, Mexico (Mexico). Instituto Tecnológico y de Estudios ?
- Solares, P. A. (2017). Redes aleatorias, de pequeño mundo y libres de escala. , 67. Descargado de <http://www.it.uc3m.es/jvillena/irc/practicas/09-10/13mem.pdf>
- Van Gigch, J. P. (1987). *Teoría general de sistemas*. Trillas,.