Universidad Autónoma de Chihuahua
Facultad de Ingeniería
Secretaría de Investigación y Posgrado

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
CHIHUAHUA

ALGUNOS ASPECTOS TÉCNICOS DE DISTRITACIÓN ELECTORAL: EL CASO COLIMA

POR:
ADRIANA AIDÉ MÁRQUEZ VÁZQUEZ

TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

DIRECTORES:
DR. DAVID ROMERO VARGAS
DR. JOSÉ LUIS HERRERA AGUILAR

CHIHUAHUA, CHIH. MÉXICO
2019

Algunos aspectos técnicos de distritación electoral: El caso Colima. Tesis presentada por Adriana Aidé Márquez Vázquez como requisito parcial para obtener el grado de Maestro en Ingeniería en Computación, ha sido aprobada y aceptada por:

M.I. Javier González Cantú
Director de la Facultad de Ingeniería

Dr. Alejandro Villalobos Aragón
Secretario de Investigación y Posgrado

M.S.I. Karina Rocío Requena Yáñez
Coordinadora Académica

Dr. José Luis Herrera Aguilar
Director de Tesis

Junio 2019

Comité:
Dr. José Luis Herrera Aguilar
Dr. David Romero Vargas
Dr. Fernando Martínez Reyes
M. en C. Ana Virginia Contreras García

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
CHIHUAHUA

30 de mayo de 2019

ING. ADRIANA AIDÉ MÁRQUEZ VÁZQUEZ

Presente

En atención a su solicitud relativa al trabajo de tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería en Computación, nos es grato transcribirle el tema aprobado por esta Dirección, propuesto y dirigido por el director **Dr. José Luis Herrera Aguilar** para que lo desarrolle como tesis, con el título: **"ALGUNOS ASPECTOS TÉCNICOS DE DISTRITACIÓN ELECTORAL: EL CASO COLIMA".**

ÍNDICE

FACULTAD DE INGENIERÍA
Circuito No.1, Campus Universitario 2
Chihuahua, Chih., México. C.P. 31125
Tel. (614) 442-95-00
www.fing.uach.mx

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
CHIHUAHUA

6. Resultados

6.1. Dos Distritos

6.2. 16 Distritos

7. Conclusiones

Referencias

Solicitamos a Usted tomar nota de que el título del trabajo se imprima en lugar visible de los ejemplares de las tesis.

ATENTAMENTE
"Naturam subiecit aliis"

EL DIRECTOR

M.I. JAVIER GONZÁLEZ CANTÚ

FACULTAD DE INGENIERÍA UACH. DIRECCIÓN

EL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

DR. ALEJANDRO VILLALOBOS ARAGÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA
Circuito No.1, Campus Universitario 2
Chihuahua, Chih., México. C.P. 31125
Tel. (614) 442-95-00
www.fing.uach.mx

Dedicatoria

A mis padres, por todo el apoyo, lealtad y el amor que me dan. Gracias Hortensia y Arturo.

Agradecimientos

Agradezco enormemente a mi alma mater la Universidad Autónoma de Chihuahua, así como también agradezco a:

Mis padres por su apoyo y amor incondicional en cualquier momento y lugar.

A mis hermanos Omar y Gabriela, por siempre estar motivándome a ser mejor persona.

A mis maestros por transmitir sus conocimientos, su paciencia y dedicación para prepararme para este momento.

Gracias a mis sinodales, La M.C Ana Virginia Contreras, por su dedicación y perseverancia para explicar las dudas de una manera tan simple para comprender. Al Dr. Fernándo Martínez Reyes por su apoyo incondicional a lo largo de mis estudios.

Al Dr. José Luis Herrera Aguilar por todos los conocimientos y tiempo que dedicó para realizar el presente trabajo. Así como su exhaustiva motivación para aprender cada día.

Al Dr. David Romero Vargas por todas las veces que nos visitó con sus conferencias, por la información que nos facilitó, pero sobre todo agradezco el tiempo empleado para entender, realizar y finalizar el presente trabajo.

Resumen

El análisis de distritación va en aumento debido a que se utiliza en diversas áreas, desde transporte urbano, distritos de ventas o distritos electorales, siendo éstos últimos los más utilizados en la actualidad, los enfoques matemáticos sobre diseño territorial se aplican cada vez más. Esto es debido a su reconocida utilidad en diversas áreas, desde transporte urbano hasta distritos de ventas o electorales.

La distritación electoral juega un papel importante en la sociedad debido a que gracias a ello se obtienen los representantes del país. Lo que se busca es formar distritos lo más equilibrados posible en cuanto a población, que los distritos tengan forma cercana a un polígono regular y que no se traslapen entre ellos. Con ésto se obtienen elecciones justas sin favorecer a ningún candidato en particular.

El objetivo principal de la presente tesis se centra en analizar diferentes métodos enfocados en problemas de distritación de territorios. Se compararán los métodos entre sí y se revisarán las distintas soluciones que proponen. Los objetivos particulares son estudiar criterios para la distritación electoral, comparar los resultados de distintos modelos, analizar diferentes heurísticas y el caso práctico: Generar una distritación del estado de Colima.

Para generar la distritación electoral para el Estado de Colima, México, el cual actualmente cuenta con dos distritos federales y 16 distritos estatales se utilizaron los datos de población, coordenadas y secciones distritales de Colima. Se usó un modelo matemático que busca minimizar el equilibrio poblacional sujeto a las restricciones de que cada distrito tenga al menos una sección y obligar a

cada sección a pertenecer a un solo distrito. También se empleó el algoritmo de recocido simulado, debido a que es simple y que en un tiempo aceptable se obtienen soluciones factibles. Todo lo anterior se realizó con el lenguaje de programación Python.

Los resultados nos arrojan los valores promedios mínimos de las funciones objetivo obtenidas en cada caso para 2 y 16 distritos, así como los tiempos promedio empleados para obtener dichos resultados. Analizando el valor mínimo de la función objetivo como promedios de tiempos empleados, se muestran las gráficas que plasman el desempeño de la óptima función ojetivo alcanzada para cada caso estudiado.

Las conclusiones del presente trabajo muestran el reto que se tomó para tomar un problema real y llevarlo lo más apegado a la realidad, el estudio de la distritación y el uso de recocido simulado. Pero sobre todo se muestra la paciencia para pulir los resultados y la espera de los mísmos para llegar a las mejores conclusiones.

Índice general

Índice de figuras

CAPÍTULO: 1

Introducción

1.1. Antecedentes

A medida que la sociedad se desarrolla tanto en progreso político, social y tecnológico se generan un sin fin de problemáticas. Actualmente la población se agrupa en ciudades con necesidades que deben ser cubiertas por las mismas. Debido al crecimiento de las ciudades se generan problemas de movilidad urbana, por ejemplo incremento de la contaminación, mayores tiempos de traslados y en muchas ocasiones los servicios públicos o privados quedan alejados.

Para poder contrarrestar los problemas ocasionados debido a los cambios que genera el incremento de la población, las empresas e instituciones buscan tener un acercamiento con sus clientes de forma oportuna y que a la vez las personas tengan al alcance servicios básicos como salud y educación o servicios complementarios para su vida. Es por ello que se construyen sucursales o extensiones de servicios que permitan abastecer las nuevas necesidades a las que se encuentran. El hecho de construir nuevas sucursales, no es del todo sencillo, se tiene que hacer un análisis riguroso para optimizar los recursos financieros y de tiempo. Por ello en la actualidad se realizan análisis llamados diseños de territorios. Lo que se busca es agrupar n pequeñas unidades geográficas en m grupos geográficos más grandes llamados distritos.

Los problemas de diseño de territorios buscan cumplir con objetivos, pero tomando en cuenta algunas restricciones establecidas no solo por las empresas o instituciones interesadas sino también por las delimitaciones geográficas o los sistemas de gobierno. Debido a las restricciones consideradas y a la función objetivo estos tipos de problemas son clasificados como problemas NP-duros de optimización combinatoria. Esto quiere decir que son problemas tan complejos como NP.

Encontrar una solución factible a un problema de diseño de territorios algunas veces puede ser muy difícil y conflictivo debido a las restricciones que se deben seguir y al objetivo que se quiere alcanzar. Sin embargo, una vez que se obtienen resultados, éstos pueden resultar estratégicos y alcanzar ventajas que repercutirán directamente en la economía de las instituciones, minimizando costos y tiempos de traslado, pero sobretodo ofreciendo una mejor calidad y acercamiento a la población.

Los problemas de diseño de territorios se pueden aplicar en diferentes áreas, por ejemplo, generar distritos escolares, distritos de ventas o distritos políticos. Al generar distritos escolares se intentan administrar las escuelas que se encuentran en una zona delimitada para ofrecer a sus estudiantes salones con poblaciones satisfactorias para llevar a cabo las clases cotidianas, tomando en cuenta los límites de ciudades, la población por zona, los recorridos de traslado, entre otras restricciones [Belford RatliffBelford Ratliff1972, Franklin KoenigsbergFranklin Koenigsberg1973].

Actualmente uno de los problemas más sobresalientes y usados por las empresas son los diseños de territorios para formar distritos de ventas. Ésto debido a que hoy en día las empresas compiten precisamente por brindar el mayor bienestar a los clientes, para hacerlo se valen de recursos humanos, materiales y por supuesto económicos, sin embargo, algunas empresas e instituciones se ayudan de modelos matemáticos, para llevar a otro nivel su compromiso y acercamiento con las personas. En este caso, se toman en cuenta una serie de restricciones impuestas por la propia empresa, para obtener posibles mercados o destinos de productos. Es importante estar cerca del cliente de manera que se puedan conservar las ventas y minimizar los costos que esto deriva [Fleischmann ParaschisFleischmann Paraschis1988, SW. Hess, Weaver, Siegfeldt, Whelan ZitlauSW. Medina, Sánchez, Ruvalcaba BandiniMedina .2011, Suárez, Ríos-Mercado LópezSuárez .2005].

Los distritos políticos se realizan con el fin de delimitar zonas para fines político-electorales, este tipo de diseño de territorios, es uno de los más usados en el mundo, pues con ayuda de modelos matemáticos se pueden delimitar zonas geográficas valiendose de restricciones importantes para todo partido político y ciudadanía, como lo son distritos con similar número de población o inclusión de diversas etnias. De esta forma, lo que se quiere es que no exista favoritismo a un partido o persona en particular, haciendo las elecciones justas y transparentes en cualquier país [Garfinkel Nemhauser Garfinkel Nemhauser1970, Hojati Hojati1996, Mehrotra, Johnson Nemhauser Mehrotra .1998, Rincón Gutiérrez Rincón Gutiérrez20

Entre las principales características que se buscan en un problema de diseño de territorio se encuentran la compacidad y el equilibrio poblacional, donde la primera se refiere a que no existan traslapes entre los diferentes distritos a organizar, así como que los distritos tiendan a una forma compacta, por compacta nos referimos a que los elementos que forman la figura estén más próximos entre si para evitar formas alargadas. El equilibrio poblacional se refiere a la similitud de número de población en cada distrito.

Unos de los primeros precursores que estudiaron diseño de territorios fueron Hess y Samuels en 1971 [S. Hess Samuels S. Hess Samuels1971], propusieron una heurística iterativa que se basaba en el desarrollo de territorios equilibrados conformado por unidades de cobertura de ventas, los cuales debían ser adyacentes y tener igualdad de trabajo para los agentes de ventas, minimizando la compacidad. Luego de este trabajo, se han desarrollado otros más, tomando éste como referencia o punto de arranque debido a que se considera importante por haber sido de los primeros en proponer solución a problemas de diseño de territorios. Por ejemplo el trabajo de Fleischmann y Paraschis [Fleischmann Paraschis Fleischmann Paraschis1988] está basado en el trabajo de Hess y Samuels pero presentan un modelo que busca asignar territorios de áreas postales a un número de agentes. El trabajo lo desarrollaron para una empresa en Alemania y el objetivo era minimizar los costos de traslado y minimizar la actividad de los agentes.

Desde 1971 se han desarrollado otros trabajos que se basan en el algoritmo de Hess. Ejemplo de ello tenemos las investigaciones de Hojati [Hojati Hojati1996] y George [George, Lamar Wallace George .1997], en los cuales se plantean enfoques iterativos para hacer los distritos, así como el uso de grafos para garantizar la contigüidad entre los mismos.

Otro enfoque para el diseño de territorios es la optimización lineal, la cual es un método exacto. Los primeros autores en estudiar diseño de territorios con este enfoque fueron Garfinkel y Nemhauser [Garfinkel Nemhauser Garfinkel Nemhauser1970], luego siguieron Nygreen [Nygreen Nygreen1988] y Mehrotra [Mehrotra, Johnson Nemhauser Mehrotra .19 bajo las mismas bases de los primeros autores. Sin embargo, el usar métodos exactos solo es posible a un número pequeño de distritos para reducir el tiempo computacional.

Otros métodos para resolver los problemas de diseño de territorio son los de búsqueda local, se enfocan en problemas donde no se pueden utilizar métodos exactos. Algunas metaheurísticas usadas en estos métodos son búsqueda tabú y recocido simulado.

Ejemplos de aplicaciones de búsqueda local se encuentran en los trabajos de Borjolly [Bourjolly, Laporte RousseauBourjolly .1981] y Ricca [RiccaRicca1996], aplicados a un territorio real con distintas restricciones y haciendo comparaciones de las diversas metaheurísticas de búsqueda local. Entre los resultados por los autores, declaran a la búsqueda tabú como el método más efectivo.

En las investigaciones en torno a diseño de territorios en la ultima década, encontramos trabajos utilizando técnicas como el recocido simulado, old bachelor y algoritmos genéticos. El uso de estas técnicas han demostrado una gran mejora en la función objetivo, con mejores soluciones que surgen de tomar en cuenta el salir de un mínimo local [Bacao, Lobo PainhoBacao .2005, Bozkaya, Erkut LaporteBozkaya .2003, Forman YueForman Yue2003, Simeone, Ricca ScozzariSimeo

Una de las técnicas más recientes utilizadas es la geometría computacional, usando diagramas de Voronoi, debido a que hace más fácil tomar en cuenta la restricción de compacidad. Esta técnica, es útil de usar en los problemas de diseño de territorios dado que se toma en cuenta un gran espacio a trabajar para hacer las divisiones de distritos [Kalcsics, Nickel SchröderKalcsics .2005, Simeone, Ricca ScozzariSimeone .2008].

El trazar áreas geograficas para hacer delimitaciones en la superficie geográfica se hace con el fin de obtener distritos o áreas bien segmentadas para ejercer alguna función. Al momento de formar distritos se toman en cuenta diversas restricciones para poder conformarse. El objetivo de la distritación es formar zonas que ayuden de alguna manera a ordenar o estructurar un plan en respuesta a un problema.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Analizar diferentes métodos enfocados en problemas de distritación de territorios. Se compararán los métodos entre sí y se revisarán las distintas soluciones que proponen.

1.2.2. Objetivos Particulares

- Implementar algoritmos de agrupamiento.
- Estudiar criterios para la distritación electoral.
- Comparar los resultados de distintos modelos.
- Analizar diferentes heurísticas.
- Caso práctico: Generar una distritación del estado de Colima.

CAPÍTULO: 2

Distritación Electoral

Los países tienen una forma de elegir a sus representantes políticos, para ello se forman delimitaciones geográficas llamados distritos electorales, donde cada distrito se conforma de población que puede votar para elegir a un representante. Para poder formar dichos distritos, se consideran algunas restricciones, las cuales son impuestas por el gobierno de cada país.

En la actualidad, el hacer distritación electoral es un tema que llama la atención tanto de políticos como de especialistas en informática, matemáticas y otras disciplinas. El hecho de que este tema esté teniendo un gran auge es debido a los múltiples beneficios que arroja su estudio, dichos beneficios son de suma importancia e interés tanto para los partidos políticos como para los votantes.

Un punto muy importante y que desde hace años se ha venido trabajando con distritación electoral para eliminar, es el gerrymandering, el cual es un término que se refiere a manipular las formas de los distritos de tal manera que surja un efecto buscado sobre los resultados electorales. El término fue invento que surgió después que el gobernador de Massachusetts EUA en 1812 llamado Elbridge Gerry unificó dos distritos para formar uno solo. Lo anterior lo hizo debido a que en esos dos distritos no tenía tantos votantes para poder ganar. Al formar un solo distrito en vez de dos, se obtendrían menos asientos en la legislatura. Luego de lo ocurrido, la forma del distrito alterado tenía forma de salamandra (salamander en inglés), quedando el término conformado por gerrymandering [Rincón GutiérrezRincón Gutiérrez2009]

[Ricca, Scozzari SimeoneRicca .2013].

Para formar distritos electorales se toman en cuenta restricciones, entre las principales está el equilibrio poblacional, la compacidad y contigüidad. Con estas restricciones se forma un modelo matemático sólido que garantiza obtener resultados satisfactorios al problema buscado [D. CanekD. Canek2016].

El equilibrio poblacional establece que los distritos deben estar lo más balanceados posible. Esta restricción se forma tomando el cuenta el promedio de personas que debe haber en cada distrito dependiendo del total de personas de la zona o estado. Es imposible hacer distritos perfectamente balanceados, por ello se toma en cuenta una desviación, en México la desviación de población permitida segun el INE es de 0.15.

La compacidad establece que los distritos deben ser lo más compactos posibles. Con esto se refiere a que las formas de los distritos deben acercarse a polígonos regulares como círculos o cuadrados, evitando formas raras como plátanos o pulpos. La restricción de la compacidad es muy importante para evitar el gerrymandering.

Para que los distritos sean contiguos se debe poder viajar de un lugar a otro dentro de un distrito sin tener que tocar otro distrito.

Al hacer distritos electorales hay que tomar principalmente las restricciones mencionadas así como tener una función objetivo a cumplir. Tomar en cuenta las restricciones impuestas por cada país, así como conservar el principio de una persona, un voto.

Son muchos los datos a tomar en cuenta cuando se realiza distritación electoral, así como varias restricciones para formar un modelo matemático que ayude a solucionar el problema. Por todo ello este problema es considerado NP-duro, lo cual resulta dificil de resolver, sin embargo una vez que se obtiene la mejor solución, los resultados benefician a todos por igual, indicando elecciones justas [Duque, Ramos SuriñachDuque .2007].

Aunque en México la formación de distritos electorales por medio de modelos matemáticos es reciente, en la actualidad sigue creciendo la concientización de su uso para obtener cada vez mejores resultados. Así como también las personas interesadas en que se lleve a cabo siguen apareciendo cada vez más de diferentes disciplinas, lo cual indica que es un estudio que aun tiene mucho por descubrir y rendir frutos.

2.1. Criterios

2.1.1. Compacidad

Cuando hablamos de agrupar o delimitar zonas como en diseño de territorios, hablamos de compacidad geométrica y lo que se busca son formar grupos cuyas figuras sean convexas, lo más recomendable son formas cuadradas, círculos o triángulos. La importancia de generar formas compactas en diseño de territorios es debido a que con esta forma resulta un mejor manejo de los grupos, tanto en claridad, reducción de tiempos de traslados y una mejor comunicación entre los elementos del grupo.

En el caso de los distritos electorales, la compacidad resulta una restricción muy importante. El hecho de tener distritos electorales bien equilibrados y contiguos, no arrojan un distrito satisfactorio, debido a que puede tener una forma irregular. La compacidad, busca evitar precisamente formas raras para de esta manera prevenir favorecer a un partido político o candidato. Por ello, en los últimos años, la restricción de compacidad se empezó a tomar en cuenta junto con las restricciones ya conocidas para obtener distritos íntegros que dejen de fuera manipulaciones como el gerrymandering [Loranca .Loranca .2012].

2.2. Métodos

2.2.1. Métodos de optimización exacta

Los métodos exactos buscan una solución óptima a un problema, el cual tiene una función objetivo a maximizar o minimizar con restricciones por cumplir. Ésto se hace mediante técnicas matemáticas que utilizan procedimientos que prometen converger en una solución óptima. Entre los principales métodos exactos estan la programación lineal, divide y vencerás así como ramificación y acotamiento [Javier, Serna, Fernando, Velásquez .Javier .2014]. Actualmente, existen otros métodos exactos debido a que como ya se mencionó antes, los problema de diseño de territorios son NP-duro y al intentar resolverlo de manera exacta implica tener tiempos de búsqueda demasiado largos. .

Programación Lineal

Permite buscar optimizar la función objetivo a minimizar o maximizar, aplicando restricciones que deben cumplirse, haciendo el espacio de búsqueda más limitado. La función objetivo y las restricciones se comportan de manera lineal, por lo que los cálculos se pueden simplificar y acercarse a la realidad [Mercado, Aguilar CabreraMercado .2013].

El teorema fundamental de la Programación lineal dice que si un problema de Programación Lineal tiene un espacio de búsqueda factible no vacía y si existe una solución óptima de la función objetivo a maximizar o minimizar, dicha solución se encuentra en un punto extremo del espacio de búsqueda factible.

El modelo de la programación lineal con la función objetivo y restricciones es el siguiente:

$$Max(x) = \sum_{i=1}^{N} f_i * x_i \tag{2.1}$$

o

$$Min(x) = \sum_{i=1}^{N} f_i * x_i \tag{2.2}$$

Sujeto a:

$$A_j = \sum_{i=1}^{N} a_{i,j} * x_i \tag{2.3}$$

$$B_j \leq \sum_{i=1}^{N} b_{i,j} * x_i \tag{2.4}$$

$$C_j \geq \sum_{i=1}^{N} c_{i,j} * x_i \tag{2.5}$$

Condición de no negatividad:

$$f_i \geq 0, a_{i,j} \geq 0, b_{i,j} \geq 0, c_{i,j} \geq 0 \text{ y } x_i \geq 0 \tag{2.6}$$

Donde:

- f_i = Coeficientes = rendimiento

- x_i = Variables

- $a_{i,j}, b_{i,j}, c_{i,j}$ = Coeficientes de restricciones

- A_j, B_j, C_j = Capacidad de restricciones

Divide y vencerás

El planteamiento de divide y vencerás implica resolver un problema dificil a través de la partición del mismo en partes más simples. La solución global, se forma mediante las soluciones encontradas de las partes.

Para resolver un problema mediante el enfoque de divide y vencerás, primero se plantea un problema que se pueda descomponer en *n* subproblemas de manera recursiva, después resolver los subproblemas, los cuales han sido divididos de tal manera que sean fáciles de resolver, para que por último se obtenga la solución global al problema original, con ayuda de las soluciones que se obtuvieron de los subproblemas.

Ramificación y Acotamiento

Es un método muy popular que busca una solución óptima. Consiste de un recorrido sistemático en un árbol de soluciones que va descartando soluciones que ya no sean óptimas, sin tener que probarse, de esta manera se ahorra tiempo y recursos. Una característica importante de este método, es que relaja alguna restricción para acotar las soluciones.

El algoritmo de ramificación y acotamiento inicia con un problema lineal relajado que abarca una región la cual se considera factible para encontrar la solución óptima. Se busca la solución, la cual si es entera el algoritmo termina debido a que es la solución óptima que se buscaba. En caso contrario, la región factible se divide en regiones, a los cuales se les llaman subproblemas, a estos últimos se les aplica el algoritmo de manera recursiva. Se obtienen las mejores soluciones para cada subproblema. Se elige un subproblema a ramificar y se encuentra la mejor solución, se pueden podar los subproblemas que exceden a la mejor solución, este paso se hace con cada subproblema. Se termina cuando se han recorrido todos los subproblemas, ya sea podándolos o resolviendo. La solución óptima es que genera menos costo [ReyesReyes1999] [Garc´ iaGarc´ ia2008].

En la aplicación del diseño de territorios, uno de los retos de los métodos exactos es encontrar una forma eficiente de enfrentarse a la restricción de la contigüidad. La bibliografía revisada, indica que este método solo se utilizó para problemas con un número pequeño de zonas a distritar, ya que entre más grande el número de zonas, mayor el tiempo que tarda en correr el algoritmo [Garfinkel NemhauserGarfinkel Nemhauser1970, Mehrotra, Johnson NemhauserMehrotra .1998, NygreenNygreen1988]. La principal desventaja de este método es que sus aplicaciones se reducen a pequeños problemas debido a su gran complejidad computacional. Por tanto su aplicación es muy reducida en diseño de territorios.

2.2.2. Métodos heurísticos

Se ha mencionado que resolver problemas de diseño de distritos tiene una dificultad alta, por tanto para resolverlos se utilizan heurísticas y metaheurísticas. La primera, es un método que busca encontrar la minimización o maximización de una función objetivo, dependiendo el problema, sin emplear la probabilidad. Mientras que la segunda, es un método que en algun punto se emplea la probabilidad para decidir si se hacen o no ciertos cambios.

El objetivo principal de los métodos heurísticos consiste en encontrar buenos resultados pero en un tiempo computacional razonable. Por ello es que gracias a su simplicidad se han convertido en uno de los métodos más utilizados para este tipo de problemas.

Entre los algoritmos que encontramos en las heurísticas enfocados a diseño de territorios están el recocido simulado, búsqueda tabú, GRASP y solterón. Siendo el más utilizado el recocido simulado debido a que es el más conocido arrojando buenos resultados en numerosos problemas.

A continuación se describe la heurística de búsqueda tabú la cual tiene un buen rendimiento ya que solo visita una vez una posible solución, es decir, aprende de lo que sucedió y actúa después de ello. El algoritmo de recocido simulado se expone en el capítulo 4 debido a que es el utilizado a lo largo de la presente tesis.

Busqueda Tabú

La metaheurística de búsqueda tabú ha tenido éxito en los últimos años, debido a que arroja buenas soluciones a problemas NP-Duros. Una ventaja de la búsqueda tabú es que busca mínimos locales mediante el uso de estructuras de memoria y cuando se encuentra una solución potencial, se le llama tabú para evitar que el algoritmo vuelva a esa solución.

El algoritmo de búsqueda tabú empieza con una solución inicial y en cada iteración busca una solución que sea vecina. Para encontrar soluciones permitidas se utilizan las listas tabú. En cada iteración los nuevos elementos se añaden al final de la lista, reemplazando al elemento más viejo. Las soluciones que están en las listas quedan fuera de la búsqueda. La condición de parada se designa como criterio al principio del algoritmo, cuando este se cumple, la mejor solución es encontrada [GloverGlover1986] [Glover Melián Glover Melián2003].

CAPÍTULO: 3

Distritación Electoral en México

México cuenta con 32 estados divididos en territorios más pequeños llamados municipios, que a su vez están divididos en secciones distritales, las cuales son unidades mínimas en que se divide al país para llevar a cabo el ejercicio electoral. Las secciones conforman los 300 distritos electorales federales, los cuales se denominan distritos electorales uninominales, en donde se elige un diputado por cada distrito. Además, se eligen otros 200 diputados en los llamados distritos plurinominales que son formados de 5 circunscripciones.

Para poder formar los distritos electorales, de donde saldrán los representantes en México, se divide al territorio por secciones y los electores pertenecen a una sección conforme a su domicilio, para poder ejercer su voto. Para elegir a los representantes uninominales de cada uno de los 300 distritos, se cuentan los votos de los candidatos, resultando ganador el que obtuvo más votos. Para elegir a los representantes plurinominales, el país es dividido en 5 regiones o circunscripciones plurinominales con una lista de 40 candidatos por partido, con base en diferentes criterios, se eligen los candidatos ganadores de dicha lista.

De igual manera existen los distritos locales, los cuales dividen a las entidades preservando la equidad e igualdad. Para formar el Poder Legislativo de cada estado, los diputados son electos en cada distrito local por mayoría de votos y una minoría por representación proporcional mediante listas de circunscripción plurinominal. El número de diputados dependen de cada entidad.

3.1. Redistritaciones en México

En México después de la reforma electoral de 1977, se han realizado redistritaciones electorales, esto debido al crecimiento poblacional y las comunicaciones entre poblaciones. La distritación electoral hoy en día es más fácil gracias al avance tecnológico y al interés que representa este tema [Baños PalaciosBaños Palacios2014].

México ha llevado a cabo 3 distritaciones [LópezLópez2006] [Baños PalaciosBaños Palacios2014], en las cuales se ha tratado de optimizar los resultados, tomando cada vez en cuenta restricciones y haciendo cambios tanto en artículos constitucionales como en las delimitaciones geográficas. La primera redistritación se llevó en 1977 en la cual se delimitaron 300 distritos electorales uninominales con una población lo más cercana al promedio que resulte de dividir al total de la población entre el número de distritos electorales. Para saber el número de población, se contará con el último censo de población realizado. Además se decretó que ningun estado del país deberá tener menos de dos diputados.

En esta primera redistritación, se tomaron en cuenta factores sociales como no dividir colonias o rancherías para integrar a personas que tenían características en común. Por otro lado, se preservaron los accidentes geográficos, lo que se refiere a ríos, cascadas, entre otros, para evitar dificultades entre los distritos. Un aspecto sumamente importante de esta redistritación fueron las comunicaciones entre la cabecera municipal con los distritos.

En el año de 1996 se presentó otra redistritación, debido a la gran desactualización que presentaba la anterior, los distritos estaban muy fuera de rango en cuanto a población. Se tomaron en cuenta los siguientes criterios:

1. Los distritos uninominales no podrían comprender territorio de dos o más estados.
2. Se aplicaría la fórmula de distribución conocida como St. Laguë, para conocer el número de distritos en cada estado.
3. Modelo heurístico para delimitar los distritos en cada estado.
4. Tomar como base el equilibrio demográfico para los distritos electorales federales uninominales.

5. La distribución de los distritos se efectuaría de norte a sur y de oeste a este, respetando en lo posible accidentes geográficos y obras viales de importancia.

6. Los distritos electorales se constituirían preferentemente con municipios completos.

7. Se consideraría las vías de comunicación y los tiempos de traslado de las secciones electorales a la cabecera distrital que se estableciese.

8. Compacidad en los distritos, lo cual consiste en que el perímetro de los distritos adquiera una forma geométrica lo más cercana posible a un polígono regular.

9. Rango de margen de población del ± 15 por ciento, tratándose como casos particulares aquellos que por razones geográfico-poblacionales se alejaran del rango de variación señalado.

10. Se respetaría la distribución seccional vigente.

En 1996 se utilizó un modelo heurístico para redistritar al país. Lo cual marca un importante paso, debido a la transparencia en la delimitación del territorio.

Para 2005 se realiza otra redistritación electoral, en este año se utiliza un modelo matemático, pero además se utiliza un sistema informático, lo que permitió una redistritación mejor a las anteriores, cumpliendo estrictamente con el margen de población para todos los distritos y llevando a cabo un proceso más rápido sobre todo con la compacidad. Los criterios tomados en cuenta fueron los siguientes:

1. Los distritos se integrarán con territorio de una sola entidad federativa.

2. Para la determinación del número de distritos que habrá de comprender cada entidad federativa, se observará lo dispuesto en el Artículo 53 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.

3. Se aplicará el equilibrio demográfico en la determinación de los distritos partiendo de la premisa de que la diferencia de población de cada distrito en relación con la media poblacional estatal será lo más cercano a cero.

4. Se procurará la conformación de distritos electorales con mayoría de población indígena. En todo caso se preservará la integridad territorial de las comunidades indígenas.

5. Los distritos tendrán continuidad geográfica tomando en consideración los límites políticoadministrativos y los accidentes geográficos.

6. En la delimitación de los distritos se procurará obtener la mayor compacidad, de tal forma que el perímetro de los distritos tenga una forma geométrica lo más cercana a un polígono regular. Ningún distrito podrá rodear íntegramente a otro.

7. Para la integración de distritos se utilizará la distribución municipal y seccional vigente. La unidad de agregación mínima será la sección electoral.

8. Los distritos se constituirán preferentemente con municipios completos.

9. Para establecer las cabeceras distritales se considerarán los siguientes parámetros: mayor población, vías de comunicación y servicios públicos. En caso de existir dos o más localidades semejantes, y una de ellas sea, en la actualidad, cabecera distrital, prevalecerá esta última.

10. En la conformación de los distritos se procurarán optimizar los tiempos de traslado entre los recorridos a su interior, considerando su tamaño, su extensión y la distribución geográfica de sus localidades.

En la actualidad para hacer la distritación electoral en México, se toman en cuenta las últimas diez restricciones impuestas por el Instituto Nacional Electoral (INE).

Cuando se hace una nueva distritación electoral, se recurre a las Matemáticas y a las Ciencias Computacionales, para que con las restricciones establecidas y la distribución del territorio, se obtengan resultados eficientes y significativos. El equilibrio poblacional es una de las restricciones más cambiantes y necesarias para modificar los distritos.

Al llevarse a cabo las redistritaciones, lo que se busca es descartar favoritismos a cualquier partido político. Por ello, es importante establecer claramente cada una de las restricciones desde el principio, para tener igualdad de habitantes entre los distritos y que éstos tengan una forma aceptable para evitar las deformaciones geográficas que pudieran alterar las votaciones.

La reestructuración de las fronteras en los distritos electorales de México se deben principalmente a la dinámica poblacional y las migraciones entre estados y fuera del país. Otros puntos a tomar en cuenta para la correcta redistritación son los accidentes geográficos, los cuales pueden dificultar procesos de elecciones.

Durante el paso de los años, este tema ha sido cada vez más transparente y eficaz, debido al avance tecnológico y el empleo de heurísticas así como de modelos matemáticos. Se han ido optimizando los resultados para reducir errores y fomentar el voto seguro. En México aun es relativamente reciente la aplicación de modelos matemáticos para la redistritación, apenas en 2005 se hizo uso de ello para llevar a cabo una mejor distritación [Baños PalaciosBaños Palacios2014].

Del 2014 al 2016 se realizaron redistritaciones locales en los diferentes estados del país [INEINE2015]. Ésto se hizo debido a los desajustes que presentaban los distritos en los estados. Lo que se buscaba principalmente era la equidad de ciudadanos por distritos y respetar los derechos de los índigenas. Pero también se buscaba una mejor organización para cubrir de manera correcta toda la entidad a la hora de las elecciones.

Para esta redistritación, se comenzó el ejercicio con los estados que estaban próximos a celebrar elecciones locales, para después continuar con los que realizaban elecciones más tarde. La nueva distritación local en los estados se llevó a cabo de la siguiente manera, primero se revisaron los criterios que establece el INE para poder hacer delimitaciones geográficas, definir el modelo matemático que ayudará a realizar la redistritación, se presenta el proyecto como una primera evaluación, se hacen observaciones y comentarios para por último presentar el trabajo final.

Esta ultima vez se tomaron en cuenta características muy importantes que los estados presentaron para poder tener un modelo óptimo para la redistritación. Por ejemplo, los tiempos de traslado son importantes no solo para que las personas puedan acercarse a ejercer su voto, sino también para que los paquetes con las boletas electorales lleguen a tiempo a su destino. Así como la integridad municipal para hacer una mejor distribución de los distritos.

También se tomaron las restricciones de integridad seccional, conexidad y los enclaves, así como la función de costo con dos ponderaciones las cuales son la desviación poblacional y la compacidad. El método propuesto en esta ocasión fue el recocido simulado que produce soluciones óptimas en tiempos relativamente buenos.

CAPÍTULO: 4

Propuesta experimental

4.1. Caso Colima

A continuación se presenta la aplicación del trabajo desarrollado en esta tesis, para el caso del Estado de Colima, se tomaron en cuenta las secciones distritales del Estado de Colima, México, dicha información contiene los datos de las coordenadas en x y y de cada sección, así como las coordenadas máximas y mínimas de las mismas, la población por sección y las fronteras con las que colindan entre si. Lo que se busca en el presente trabajo es generar distritos lo más equilibrados posibles en cuanto a población, esto con ayuda del algoritmo heurístico de recocido simulado y el lenguaje de programación Python.

Colima cuenta con una extensión territorial de $5,627km^2$, una población de 650,555 habitantes, según el censo del 2010. El estado está conformado por 10 municipios, siendo la capital el municipio de Colima. El territorio está dividido en 371 secciones distritales y electoralmente cuenta con 16 distritos Estatales y 2 distritos Federales. En la figura 4.1 se puede observar la forma del estado de Colima, lo cual por ser un estado pequeño y con pocas secciones a comparación con otros estados de México, lo facilita para su estudio.

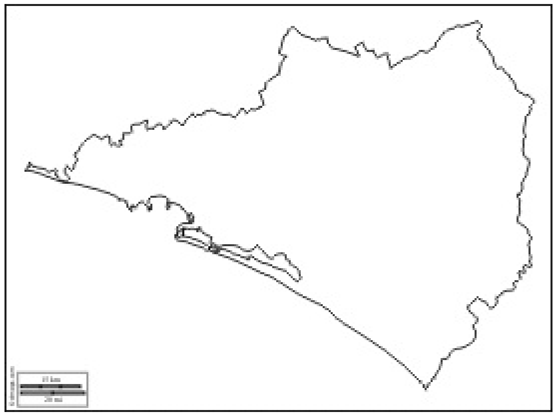

Figura 4.1: Estado de Colima

4.2. Modelo

El modelo que se presenta a continuación, incorpora la función de equilibrio poblacional, la cual se refiere a tener distritos lo más homogéneos posibles en cuanto a población.

La notación utilizada es la siguiente:

$$\{1, 2, 3, ..., 370\} \text{ Secciones distritales} \tag{4.1}$$

$$\{1, 2, 3, ...m\} \text{ Distritos que se generan} \tag{4.2}$$

$$\text{Minimizar} : C(P) = C_1(P) \tag{4.3}$$

Donde:

- P= Plan de distritación $z_1, z_2, z_3...z_m$ con m= Número de Distritos
- $C_1(P)$ = Costo de equilibrio poblacional asociado al plan de distritación P.

Para medir el equilibrio poblacional (C_1), se toma en cuenta la fórmula usada por el INE [INEINE2015].

$$C_1 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1 - I(D_i)}{0.15}\right)^2. \tag{4.4}$$

Donde:

- 0.15 es la desviación de población máxima permitida para los distritos
- m es el número de distritos
- $I(D_i)$ es el índice poblacional por distrito, el cual se obtiene por medio de la siguiente fórmula:

$$D_i = \left(\frac{P_D}{P_M}\right). \tag{4.5}$$

  Donde:

  - P_D es la población del distrito
  - P_M es la población media estatal

Por tanto, la ecuación a minimizar se presenta de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar} : C(P) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1 - I\left(D_i\right)}{0.15}\right)^2 \tag{4.6}$$

La función a minimizar está sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{is} \geq 1 \; \forall s \in R \tag{4.7}$$

Garantiza que cada distrito tenga al menos una sección.

$$\sum_{s=1}^{n} x_{is} = 1 \; \forall i \in I \tag{4.8}$$

Obliga a cada sección a pertenecer a un solo distrito.

4.3. Algoritmo de Optimización

4.3.1. Recocido simulado

Debido a que es un algoritmo simple y que en un tiempo aceptable se obtienen soluciones factibles, se estudió el recocido simulado. A continuación se describe el procedimiento y ventajas.

El recocido simulado es una analogía en el cual se simula el proceso físico del calentamiento de un material ferromagnético y luego se enfría repentinamente para variar sus moléculas a fin de que tengan menor energía cinética posible. Una característica importante de recocido simulado es que busca el óptimo global permitiendo movimientos malos para escapar de óptimos locales.

El procedimiento que realiza el recocido simulado es el siguiente: Comienza con un estado inicial el cual son las secciones agrupadas en el número de distritos solicitados. Para generar el siguiente estado, se perturba el estado inicial generando una solución vecina la cual es una solución diferente a la anterior, ésta se forma cambiando aleatoriamente una sección de alguno de los grupos a otro grupo vecino para así obtener una nueva solución, aun cuando solo lo que cambió fue una sección de un grupo a otro. Se mide la "temperatura" del estado nuevo para ver si la diferencia entre el estado actual y el inicial es menor o igual, de ser así, el nuevo estado es aceptado, de otra manera, el estado nuevo se acepta con una probabilidad.

Para encontrar soluciones a problemas de optimización, el algoritmo de recocido simulado toma una solución inicial y una temperatura inicial, esta última es un parámetro de control para aceptar o no nuevas soluciones. El siguiente paso del algoritmo es generar una solución vecina, la cual se genera en cada iteración. La solución actual y la nueva solución vecina son comparadas para determinar si la nueva solución mejora la función objetivo y remplazarla de la solución actual. En caso de que la nueva solución no mejore la función objetivo, se acepta dependiendo de una probabilidad. Para ir bajando la temperatura, se utiliza un parámetro de enfriamiento. El algoritmo finaliza cuando se obtiene la mejor solución, esto ocurre cuando la temperatura llega a su límite [INEINE2015].

Uno de los usos del recocido simulado es la distritación electoral, para ello se utiliza un proceso que busca una mejora a partir de una solución inicial dada. Al final se obtiene una solución de buena calidad en un plazo de tiempo relativamente corto.

A continuación se describe el proceso que se siguió para generar los distritos en el presente trabajo:

1. Para aplicar el algoritmo se utilizó una solución inicial dada por el algoritmo kmeans[García Gómez García Gómez 2006], utilizando los datos del Estado de Colima agrupándolos en 2 y 16 distritos, debido a que de esta manera está dividido el Estado de Colima actualmente, con 2 distritos federales electorales y 16 distritos estatales electorales. Así como se establecieron los parámetros iniciales los cuales son: la temperatura y los rangos de aceptación de soluciones.

2. Se genera una nueva solución, para ello se generó una lista con las secciones que están en frontera con otros distritos. De la lista, se seleccionó una sección aleatoria para cambiarla de distrito y así tener una solución diferente a la solución inicial. Esto se realiza cada vez que sea necesaria una nueva solución y la sección a cambiar de distrito es seleccionada aleatoriamente.

3. Las soluciones que se dan tienen que cumplir con las restricciones de las ecuaciones 4.7 4.8 dadas en el modelo para ser tomadas en cuenta.

4. Las soluciones son evaluadas en la ecuación 4.6, para después comparar la solución anterior y la nueva solución formada por las soluciones vecinas. Si el valor de la función objetivo de la nueva solución es menor o igual que el valor de la función objetivo más el valor de la temperatura, entonces se acepta la nueva solución.

5. Lo anterior se realiza con un número dado de iteraciones en cada paso de temperatura y con un decremento que ayude a bajar la temperatura hasta que llegue a su mínimo valor, que es lo que busca la función objetivo para ser óptima.

while $T_0 > T_f$ **do**
  for $l = 1$ a l_k **do**
    Generar solución vecina (Sol_{vecina})
    if Cumplen las restricciones **then**
      if f $(Sol_{vecina}) \leq$ f$(Sol0) + T_0$ **then**
        $(Sol0) = (Sol_{vecina})$

```
        end if
    else
    (Sol0)esmejor
    end if
end for
```

end while=0

Pseudocódigo Recocido Simulado

CAPÍTULO: 5

Metodología

Actualmente el Estado de Colima cuenta con dos distritaciones distintas, la Federal que consta de 2 Distritos, los cuales tienen cabecera en las Ciudades de Colima y Manzanillo y la distritación Estatal que contempla 16 Distritos. Los resultados obtenidos para la distritación de Colima se muestran a continuación.

Primero se obtuvo una distritación con el algoritmo Kmeans [García GómezGarcía Gómez2006] para obtener una solución inicial tanto para dos distritos como para 16 en el Estado de Colima. Para llegar a este resultado, se tomaron en cuenta datos del Estado de Colima, como lo son las secciones distritales, las coordenadas donde se encuentran dichas secciones, así como su respectiva población.

Para obtener la solución final, se dividió el ejercicio en dos partes, las cuales se describen a continuación:

En la parte **A** se tomó en cuenta el algoritmo de recocido simulado expuesto en el capítulo 4, los datos de las secciones distritales del Estado de Colima y el modelo expuesto con las restricciones tomadas en cuenta en las ecuaciones 4.4, 4.6 4.7 y 4.8 , así como el uso del lenguaje de programación Python. Se hizo un ejercicio, donde los parámetros a variar fueron:

1. Temperatura inicial de $T_0 = 0.01$, se escogió esta temperatura debido a que con una temperatura muy alta el algoritmo tarda mucho en converger y con una temperatura muy baja, el algoritmo puede quedar atrapado en

mínimos locales y no alcanzar un mímino global.

2. Tres distintos rangos de aceptación de soluciones, los cuales son: 85 %-90 %, 90 %-93 % y 93 %-95 %. Por lo que se obtienen tres combinaciones distintas:

   - $0.01 - 85\,\% - 90\,\%$
   - $0.01 - 90\,\% - 93\,\%$
   - $0.01 - 93\,\% - 95\,\%$

3. Equilibrio dinámico, el cual se utiliza para buscar mejoras en el proceso luego de cierto número de iteraciones. En este caso lo que se hace es aumentar la temperatura cuando el programa esté aceptando pocas soluciones o bajar la temperatura cuando el programa esté aceptando muchas soluciones, esto se realiza hasta llegar a una temperatura ideal.

Con una temperatura inicial y tres rangos de aceptación se hacen 20 corridas para cada una de las 3 combinaciones que resultan, con ello se obtienen 3 temperaturas las cuales llamamos temperaturas iniciales ideales y con las que empezaremos la siguiente parte del programa.

La parte **B** del programa ejecuta tres ejercicios distintos utilizando el mismo algoritmo de recocido simulado expuesto en el capítulo 4, los datos de las secciones distritales del Estado de Colima y el modelo expuesto con las restricciones tomadas en cuenta 4.4, 4.6 4.7 y 4.8. Además para iniciar con esta parte, también se utiliza la solución inicial de distritación que se obtuvo con el algoritmo kmeans [García Gómez García Gómez2006], cabe señalar que debido a que la primera solución se forma con kmeans la función objetivo inicial resulta alta en un principio debido a que es una distritación que aun no está optimizada. Los siguientes parámetros son utilizados en esta sección:

1. Las temperaturas iniciales ideales que se obtiene de la parte **A**.

2. Los factores de descenso de temperaturas, son 0.85, 0.90, 0.95, 0.98. Los cuales son valores que se multiplican por la temperatura actual para ir modificando esta misma.

3. El tamaño de lote, que es un parámetro que va variando, son de 20, 30, 40 y 50, se utilizan para decidir si se acepta o rechaza un bloque de soluciones, esto se hace comparando las funciones objetivo, de ser aceptado, la temperatura se debe bajar. Los bloques están fijos por que son de tamaño 20 y promedian el valor de la función objetivo para comparar dos bloques.

4. La condición de paro del algoritmo es alcanzar una temperatura de 0.000000001 o realizar 3000 iteraciones.

Con los parámetros anteriores se obtienen 48 combinaciones distintas tanto para las temperaturas iniciales ideales de 2 distritos como para 16 distritos, las cuales se corren 20 veces cada una para obtener un menor sesgo en cuanto a los resultados.

Como se había indicado en el capítulo 4, el modelo con el que trabajamos para el caso de la Distritación en el Estado de Colima toma en cuenta la función de equilibrio poblacional, así como lo que buscamos minimizar es la función objetivo del costo del equilibrio poblacional de los distritos del Estado de Colima, tomando en cuenta la desviación permitida por el INE así como el número de distritos que buscamos hacer.

Recordando que la función objetivo a minimizar es:

$$\text{Minimizar}: C(P) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1 - I\left(D_i\right)}{0.15} \right)^2 \right) \tag{5.1}$$

Sin embargo, para poder hacer lo anterior, se toman en cuenta varias restricciones:

- Garantizar que cada distrito tenga al menos una sección.
- Obligar a cada sección a pertenecer a solo un distrito.
- También comprueba que los distritos no sean discontinuos, es decir, que las secciones de cada distrito estén conectadas entre si.

CAPÍTULO: 6

Resultados

El presente capítulo muestra los resultados obtenidos para el caso Colima. Se ha separado la información en dos secciones, resultados obtenidos con dos distritos y resultados obtenidos para 16 distritos.

6.1. Dos Distritos

En esta sección presentamos los resultados obtenidos para el caso de dos distritos. En la parte a del ejercicio obtuvimos las siguientes temperaturas iniciales ideales:

1. 0.039500
2. 0.067250
3. 0.128016

Las anteriores temperaturas se combinan individualmente con cuatro diferentes lotes y cuatro diferentes factores de descenso de la temperatura, que junto con las 20 corridas que se hacen para cada combinación, se obtienen 320 resultados distintos. Sin embargo, se hace un promedio con las corridas para obtener solo 16 resultados para cada combinación y así obtener la óptima función objetivo de cada temperatura, las cuales se muestran en los cuadros 6.1, 6.3 y 6.5, los números en negritas representan la mínima función objetivo promedio para cada caso:

6.1.1. Caso 1

Con una temperatura inicial de $t = 0.039500$ con cuatro diferentes lotes y cuatro diferentes factores de descenso de la temperatura:

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	9.8e-6	5.8e-6	5.8e-6	6.8e-6
0.95	3.8e-6	4.8e-6	4.8e-6	2.8e-6
0.90	**1.8e-6**	**1.8e-6**	**1.8e-6**	**1.8e-6**
0.85	2.8e-6	**1.8e-6**	**1.8e-6**	**1.8e-6**

Cuadro 6.1: Resultados de promediar la Función objetivo con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50. En este caso se tiene un empate con distintas combinaciones, pero se decide elegir solo una con los tiempos promedio que se utilizaron para encontrar la función objetivo.

En el cuadro 6.1 podemos ver el valor mínimo del promedio de la función objetivo se encuentra en varias combinaciones, por lo que recurrimos a la tabla 6.2 de tiempos de cómputo para decidir con base al menor tiempo, cual es el mejor grupo de soluciones.

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	199.3416488	190.9331118	170.5510128	179.2666968
0.95	187.8358208	193.8610548	185.8805478	181.9065718
0.90	188.6924208	180.6585948	**179.6984478**	191.1023258
0.85	181.5069098	195.6940378	183.5899348	186.0864078

Cuadro 6.2: Resultados de tiempos promedio para cada combinación con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

Una vez que se revisa la tabla de tiempos 6.2 , podemos escoger como la mínima función objetivo la combinación de factor 0.90 y lote de 40 para el caso 1.

Con base en lo anterior, se muestra la gráfica de la mínima función objetivo obtenida de las corridas que se hicieron para esta temperatura. Para la elección de esta gráfica se revisaron las 20 corridas y se eligió la que llega a la función objetivo promedio más pequeña. En la figura 6.1 se observa la función objetivo contra las iteraciones para la corrida con parámetros de lote: 40 y factor de descenso de temperatura: 0.90. La función objetivo alcanzada en esta corrida es 0.0000007.

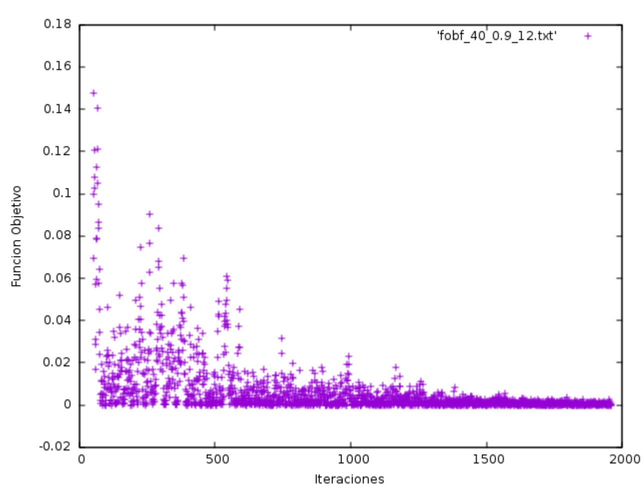

Figura 6.1: Gráfica con temperatura inicial t= 0.039500, alcanzando la función objetivo mínima en 7 e-7

6.1.2. Caso 2

Con una temperatura inicial ideal de $t = 0.067250$ con cuatro diferentes lotes y cuatro diferentes factores de descenso de la temperatura:

En la tabla 6.3 podemos ver que la mínima función objetivo resulta de la combinación de Factor 0.90 y Lote 50. A continuación se muestra la tabla 6.4de los tiempos que tomó hacer cada combinación y se resalta en negritas el tiempo que le tomó a la menor función objetivo.

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	8.8e-6	8.8e-6	6.8e-6	5.8e-6
0.95	2.8e-6	2.8e-6	2.8e-6	3.8e-6
0.90	1.8e-6	1.8e-6	1.8e-6	**8e-7**
0.85	2.8e-6	3.8e-6	1.8e-6	1.8e-6

Cuadro 6.3: Resultados de promediar la Función objetivo con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	187.3142598	186.9443358	187.5168528	178.4904738
0.95	180.6080608	185.9276948	189.4407168	196.8612138
0.90	188.7502888	186.5238028	170.2470588	**183.9091448**
0.85	186.5683878	190.5757898	189.7893618	192.1645748

Cuadro 6.4: Resultados de tiempos promedio para cada combinación con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

Para mostrar el progreso del promedio de la función objetivo en este caso se muestra la figura 6.2, con lote: 50 y factor de descenso de temperatura: 0.90. Donde la función objetivo mínima es 0.0000017. Para la elección de esta gráfica se revisaron las 20 corridas y se eligió la que llega a la función objetivo promedio más pequeña.

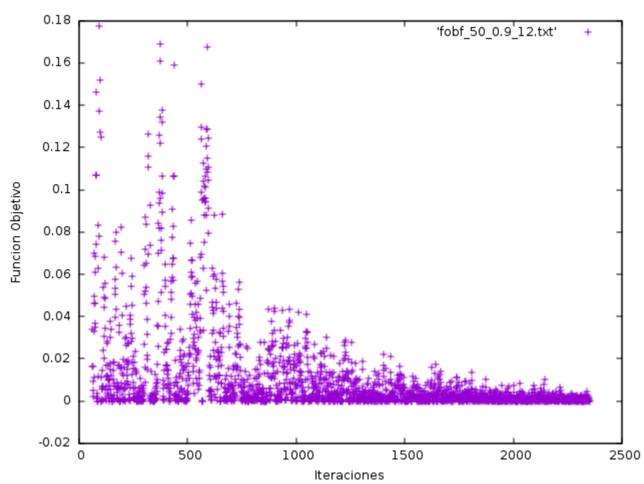

Figura 6.2: Gráfica con temperatura inicial t=0.067250 , alcanzando la función objetivo mínima en 0.0000017

6.1.3. Caso 3

Con una temperatura inicial ideal de $t = 0.128016$ con cuatro diferentes lotes y cuatro diferentes factores de descenso de la temperatura, se muestran los resultados en la tabla 6.5:

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	1.28e-5	8.8e-6	1.98e-5	8.8e-6
0.95	2.8e-6	7.8e-6	3.8e-6	1.88e-5
0.90	2.8e-6	**1.8e-6**	2.8e-6	2.8e-6
0.85	**1.8e-6**	**1.8e-6**	**1.8e-6**	2.8e-6

Cuadro 6.5: Resultados de promediar la Función objetivo con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

En la tabla 6.6 podemos ver que el valor promedio de la función objetivo mínima se encuentra en varias combinaciones, por lo que recurrimos a la tabla 6.6 de tiempos de cómputo para decidir con base al menor tiempo, cual es la mejor combinación.

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	192.4400998	188.1573638	196.5029948	190.0880038
0.95	184.5583058	190.5033458	195.5640648	191.0656248
0.90	180.5536848	182.6682368	189.6263738	191.3679898
0.85	186.7102468	**172.3917368**	182.3379898	185.8261018

Cuadro 6.6: Resultados de promediar la Función objetivo con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

En la tabla de tiempos se elige el menor utilizado, con lo que se obtiene que la mínima función objetivo es la combinación de lote 30 y factor 0.85.

Para el caso 3, se muestra la figura 6.3. Los parámetros que se manejan son: lote: 30, factor de descenso de la temperatura: 0.85. La función objetivo mínima que llega es de 0.0000057. Para la elección de esta gráfica se revisaron las 20 corridas y se eligió la que llega a la función objetivo promedio más pequeña.

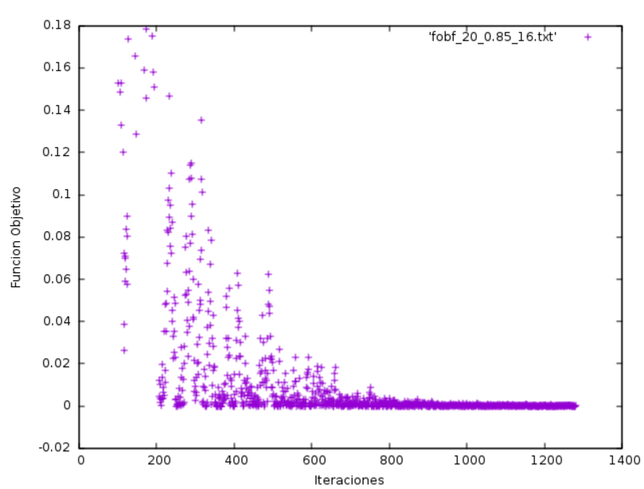

Figura 6.3: Gráfica con temperatura inicial t=0.128016 , alcanzando la función objetivo mínima en 0.0000057

6.2. 16 Distritos

En esta sección presentamos los resultados obtenidos para el caso de 16 Distritos. En la parte **A** del ejercicio obtuvimos las siguientes temperaturas iniciales ideales:

1. 0.332
2. 0.538
3. 0.714

Las anteriores temperaturas se combinan individualmente con cuatro diferentes lotes y cuatro diferentes factores de descenso de la temperatura, que junto con las 20 corridas que se hacen para cada combinación, se obtienen 320 resultados distintos. Sin embargo, se hace un promedio con las corridas para obtener solo 16 resultados para cada combinación y así obtener la óptima función objetivo de cada temperatura, las cuales se muestran en las tablas 6.7, 6.9 y 6.11 , los números en negritas representan la mínima función objetivo promedio para cada caso:

6.2.1. Caso 1

Con una temperatura inicial de $t = 0.332$ con cuatro diferentes lotes y 4 diferentes factores de descenso de la temperatura:

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	3.0741758	4.0547028	4.7333668	5.4014918
0.95	1.3971668	2.2377408	2.8061518	3.5491388
0.90	0.9124828	1.4252548	1.8554368	2.0542418
0.85	**0.8893508**	1.0871248	1.6558548	1.7545668

Cuadro 6.7: Resultados de promediar la Función objetivo con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

De la tabla anterior podemos ver que la mínima función objetivo promedio está en la combinación de Factor 0.85 y lote: 20. Enseguida se muestra la gráfica de la corrida que tiene la función objetivo más pequeña de una de las 20 corridas que se hicieron con esta temperatura. En la gráfica 6.4 se observa la función objetivo contra las iteraciones con parámetros de lote: 20 y factor de descenso de temperatura: 0.85. La función objetivo alcanzada en esta corrida es 0.0207257.

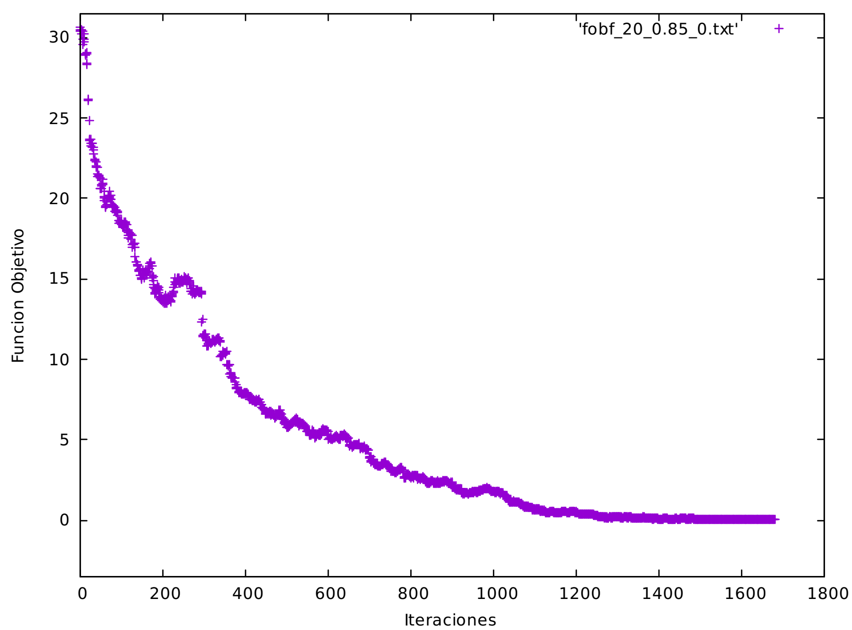

Figura 6.4: Gráfica con temperatura inicial t= 0.0003, alcanzando la función objetivo mínima en 0.0207257

Para tomar en cuenta el tiempo de cómputo en cada caso se muestra la siguiente tabla 6.8, la cual en caso de empate con la mínima función objetivo nos ayudará en la decisión de tomar el óptimo resultado.

6.2.2. Caso 2

Con una temperatura inicial ideal de $t = 0.538$ con cuatro diferentes lotes y 4 diferentes factores de descenso de la temperatura podemos ver los resultados

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	2912.9309688	6051.9786848	9452.5049408	12397.1942508
0.95	3106.4664688	5998.0450598	8959.7414318	12272.8257518
0.90	2901.1008318	5872.9694798	8820.5706558	11972.1044328
0.85	3127.0670328	6039.0548508	9164.9630788	12103.7337168

Cuadro 6.8: Resultados de promedio de tiempos con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

en la tabla 6.9:

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	4.6766788	6.2311968	7.4983768	7.8729928
0.95	1.9305688	2.5315788	4.2984238	4.5049948
0.90	0.9983118	1.6434168	2.6026758	3.0076158
0.85	**0.9026778**	1.5561028	1.9493068	2.8031938

Cuadro 6.9: Resultados de promediar la Función objetivo con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

Para mostrar el progreso de la función objetivo en este caso se muestra la gráfica 6.5, con lote: 20 y factor de descenso de temperatura: 0.85. Donde la función objetivo mínima es 0.0475887.Para la elección de esta gráfica se revisaron las 20 corridas y se eligió la que llega a la función objetivo promedio más pequeña. Los resultados del tiempo empleado para cada combinación se muestra en la tabla 6.10.

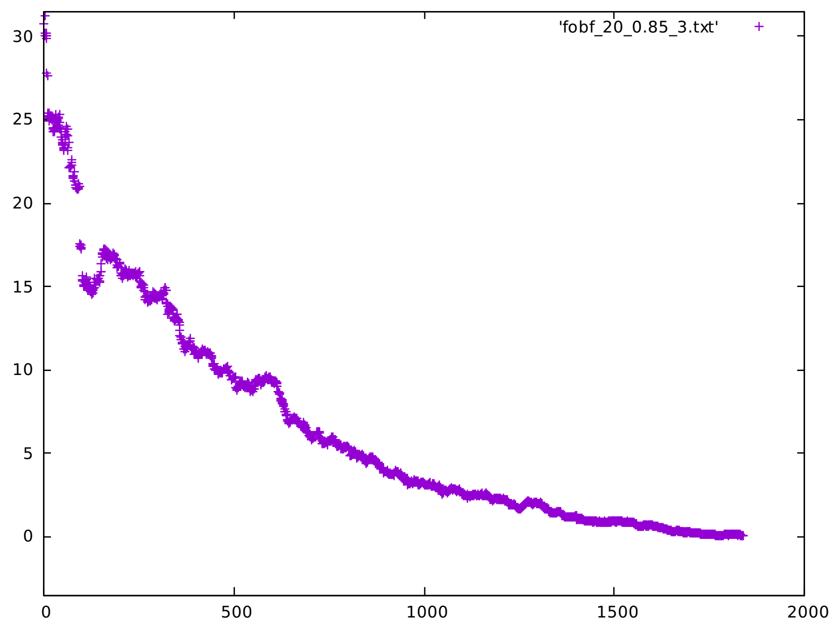

Figura 6.5: Gráfica con temperatura inicial t= 0.0007, alcanzando la función objetivo mínima en 0.0475887

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	3155.8266708	6124.5487398	9381.2287598	12427.2785208
0.95	3181.2134068	6266.9232368	9277.4966258	12372.0039508
0.90	2927.0030228	5971.7529698	8847.3201168	11839.3706918
0.85	2921.2208648	5832.0500358	8838.7218848	11878.9503928

Cuadro 6.10: Resultados de promedio de tiempos con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

6.2.3. Caso 3

Con una temperatura inicial ideal de $t = 0.714$ con cuatro diferentes lotes y 4 diferentes factores de descenso de la temperatura se muestran los resultados en la tabla 6.11

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	5.0384348	7.8941288	9.5757518	11.2807848
0.95	2.4933538	3.0461138	5.0948468	6.6312528
0.90	1.4887118	2.4769908	2.7657768	3.8111578
0.85	**0.9790928**	1.8572628	1.8097388	3.2674828

Cuadro 6.11: Resultados de promediar la Función objetivo con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

Para el caso 3, se muestra la gráfica 6.6. Los parámetros que se manejan con base en los resultados de la tabla 6.11 son: lote: 20, factor de descenso de la temperatura: 0.85. Llegando a la función objetivo mínima de 0.0256417.Para la elección de esta gráfica se revisaron las 20 corridas y se eligió la que llega a la función objetivo promedio más pequeña. Los tiempos empleados en este caso se muestran en la tabla 6.12.

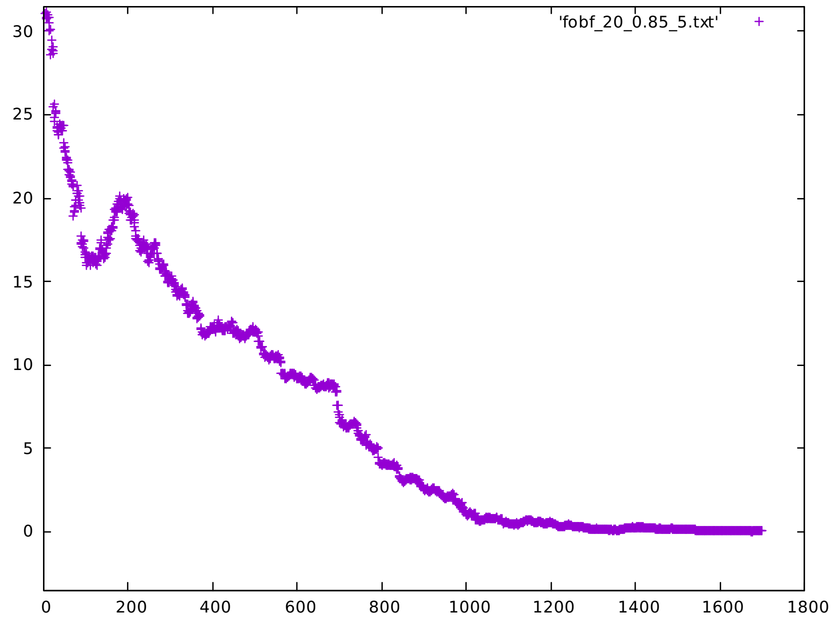

Figura 6.6: Gráfica con temperatura inicial t= 0.001796, alcanzando la función objetivo mínima en 0.0256417

Factor/Lote	20	30	40	50
0.98	3321.6492338	6520.0282508	9553.9855208	12627.3243108
0.95	2898.7506258	5979.2580688	9104.5521078	12292.0335188
0.90	3046.6469238	5920.7433808	8946.6520918	11974.8782488
0.85	3029.4449568	5820.5460878	8807.5652988	11902.6288158

Cuadro 6.12: Resultados de promedio de tiempos con factores de temperatura 0.98, 0.95, 0.90 y 0.85. Tamaño de Lote de 20, 30, 40 y 50.

Como se puede observar, es muy marcada la diferencia en cuanto a promedios de función objetivo como en promedios de tiempos para dos y 16 distritos. En cada caso observamos que en dos distritos, la función objetivo es muy pequeña, incluso son decimales en comparación con los casos de 16 distritos. Los promedios de tiempo de computo son muy grandes en los casos de 16 distritos, esto se entiende debido a que se tarda más en agrupar las secciones en un número mayor de distritos.

También las gráficas en cada caso nos muestran que para dos distritos se estabiliza más rápido que para 16. Se ve como va bajando la función objetivo hasta llegar a estabilizarse.

En cada caso visto, el comportamiento de la función objetivo depende de la temperatura con la que empieza y el número de distritos a hacer. De ésta manera se obtienen los resultados tardando más o menos, dependiendo los párametros empleados. Sin embargo, el procedimiento es el mismo y logran acercarse al óptimo resultado.

CAPÍTULO: 7

Conclusiones

Las aplicaciones de la distritación pueden ser muy variadas no solo en México sino también en otros países, donde se analizan distintos problemas, desde rutas de transporte urbanas, rutas de comercios, distritos escolares y por supuesto lo más utilizado, distritación electoral para la política. Llama la atención que el uso de un modelo matemático ayude en la decisión de algo tan importante para un país como lo es la elección de gobernantes.

La experiencia de este trabajo nos deja un gran conocimiento principalmente de las aplicaciones de modelos matemáticos bajo la ayuda de un algoritmo como el recocido simulado. Con lo anterior se pudo aproximar a una solución óptima tomando diferentes variables y rangos en cuenta para el caso Colima que se describe en este trabajo.

El esfuerzo para hacer la presente tesis, va desde los conocimientos de programación, los cuales a través del tiempo que se llevó a cabo este trabajo fueron mejorando e implementándose nuevos códigos para hacerlo más eficiente. Entender el proceso del recocido simulado, las miles de corridas que se desarrollaron para poder encontrar los mejores resultados, así como los cambios que se hacían constantemente para poder obtener mejores interpretaciones de los resultados o acercarse al resultado óptimo.

La calidad de las soluciones que se presentan en este trabajo son resultados de muchos detalles que se cuidaron cada vez que se obtenían diferentes resultados, todo esto para llegar a obtener las mejores conclusiones que describieran de la mejor manera el experimento realizado.

Entre los puntos malos que percibimos dentro de este ejercicio fue el tiempo que tardaba en realizar todo el proceso computacional, en 2 distritos duraba al rededor de 15 horas y para 16 distritos duraba alrededor de 30 horas, por lo que era preciso esperar más de un día para obtener los resultados y escribir conclusiones o hacer cambios para tener mejoras.

Se rescata con este trabajo los conocimientos adquiridos, desde conocer como adaptar el ejercicio a un problema real como es la distritación en el Estado de Colima, que aun cuando es un Estado pequeño con poca población fue interesante escogerlo como ejercicio. Se conoció también el algoritmo de recocido simulado y como aplicar el tema de distritación tomando cuenta no todos los factores que utiliza el INE, pero si apegándose todo lo posible a un ejercicio real.

En conclusión podemos decir que fue un gran reto tomar los datos reales de un Estado de la República Mexicana, analizarlos, leer acerca de la distritación en México, conocer lo que el INE toma en cuenta a la hora de hacer distritación, conocer el recocido simulado y una vez entendidio todo lo anterior, llevar a cabo una distritación lo más apegada a la realidad al Estado de Colima, que aun cuando su tamaño y población es pequeña comparada con otros estados, tomó tiempo llegar a las conclusiones mejores.

Estamos agradecidos con el Dr. David Romero, quien proporcionó todos los datos del Estado de Colima para poder realizar el trabajo de la mejor manera.

Bibliografía

[Bacao, Lobo PainhoBacao .2005] bacao2005Bacao, F., Lobo, V. Painho, M. 2005. Applying genetic algorithms to zone design Applying genetic algorithms to zone design. Soft Computing95341–348.

[Baños PalaciosBaños Palacios2014] martinez2014evolucionBaños, M. Palacios, C. 2014. Evolución territorial de los distritos electorales federales uninominales, 1977-2010 Evolución territorial de los distritos electorales federales uninominales, 1977-2010. Investigaciones Geográficas, Bolet´ in del Instituto de Geograf´ ia20148481–95.

[Belford RatliffBelford Ratliff1972] belfordBelford, P. Ratliff, H. 1972. A network-flow model for racially balancing schools A network-flow model for racially balancing schools. Operations Research203619-628.

[Bourjolly, Laporte RousseauBourjolly .1981] bourjollyBourjolly, J., Laporte, G. Rousseau, J. 1981. Decoupage Electoral Automatise: Application A LíLle De Montreal Decoupage electoral automatise: Application a lílle de montreal. INFOR: Information Systems and Operational Research192113–124.

[Bozkaya, Erkut LaporteBozkaya .2003] bozkaya2003Bozkaya, B., Erkut, E. Laporte, G. 2003. A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting. European Journal of Operational Research144112–26.

[D. CanekD. Canek2016] DavidkanekD., R. Canek, P. 2016. Advances on a combinatorial optimization approach for political districting in Mexico Advances on a combinatorial optimization approach for political districting in mexico. Actas de la XVII Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial,399–408.

[Duque, Ramos SuriñachDuque .2007] duqueDuque, J., Ramos, R. Suriñach, J. 2007. Supervised regionalization methods: A survey Supervised regionalization methods: A survey. International Regional Science Review303195–220.

[Fleischmann ParaschisFleischmann Paraschis1988] flechaFleischmann, B. Paraschis, J. 1988. Solving a large scale districting problem: a case report Solving a large scale districting problem: a case report. Computers & Operations Research156521–533.

[Forman YueForman Yue2003] forman2003Forman, S. Yue, Y. 2003. Congressional districting using a TSP based genetic algorithm Congressional districting using a tsp based genetic algorithm. Genetic and Evolutionary Computation Conference Genetic and evolutionary computation conference (2072–2083).

[Franklin KoenigsbergFranklin Koenigsberg1973] franklinFranklin, A. Koenigsberg, E. 1973. Computed school assignments in a large district Computed school assignments in a large district. Operations Research212413–426.

[García GómezGarcía Gómez2006] cambronero2006algoritmosGarcía, C. Gómez, I. 2006. Algoritmos de aprendizaje: knn and kmeans Algoritmos de aprendizaje: knn and kmeans. Inteligencia en Redes de Comunicación, Universidad Carlos III de Madrid.

[Garc´ iaGarc´ ia2008] garcia2008evaluacionGarc´ ia, N. 2008. Evaluación de la Calidad de Métodos de Optimización Exacta para Modelos de Diseño Territorial Evaluación de la calidad de métodos de optimización exacta para modelos de diseño territorial . Tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias Fısico-Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, NL, México.

[Garfinkel NemhauserGarfinkel Nemhauser1970] garfinkelGarfinkel, R. Nemhauser, G. 1970. Optimal political districting by implicit enumeration techniques Optimal political districting by implicit enumeration techniques. Management Science168B–495.

[George, Lamar WallaceGeorge .1997] georgeGeorge, J., Lamar, B. Wallace, C. 1997. Political district determination using large-scale network optimization

Political district determination using large-scale network optimization. Socio-Economic Planning Sciences31111–28.

[GloverGlover1986] glover1986futureGlover, F. 1986. Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. Computers & Operations Research135533–549.

[Glover MeliánGlover Melián2003] glover2003busquedaGlover, F. Melián, M. 2003. Búsqueda Tabú Búsqueda tabú. Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial71929–48.

[S. Hess SamuelsS. Hess Samuels1971] hessHess, S. Samuels, S. 1971. Experiences with a sales districting model: criteria and implementation Experiences with a sales districting model: criteria and implementation. Management Science184-part-iiP–41.

[SW. Hess, Weaver, Siegfeldt, Whelan ZitlauSW. Hess .1965] hess1965Hess, SW., Weaver, J., Siegfeldt, H., Whelan, J. Zitlau, P. 1965. Nonpartisan political redistricting by computer Nonpartisan political redistricting by computer. Operations Research136998–1006.

[HojatiHojati1996] hojatiHojati, M. 1996. Optimal Political Districting Optimal political districting. Computers & Operations Research23121147–1161.

[INEINE2015] INEEINE. 2015. Trabajos de Distritación Electoral 2016-2017. Trabajos de distritación electoral 2016-2017. urlhttp://portalanterior.ine.mx/archivos3/portal/historico/contenido/interiores/Menu-Principal-id-Mesas-Distritaciones-Electorales/.

[Javier, Serna, Fernando, Velásquez .Javier .2014] javier2014metodologiasJavier, F., Serna, D., Fernando, L., Velásquez, M. . 2014. Metodologías Analíticas y Heurísticas para la Solución del Problema de Programación de Tareas con Recursos Restringidos (RCPSP): una revisión Parte 1 Metodologías analíticas y heurísticas para la solución del problema de programación de tareas con recursos restringidos (rcpsp): una revisión parte 1.

[Kalcsics, Nickel SchröderKalcsics .2005] kalcsicsKalcsics, J., Nickel, S. Schröder, M. 2005. Towards a unified territorial design approach. Applications, algorithms and GIS integration Towards a unified territorial design approach. applications, algorithms and gis integration. Top1311–56.

[LópezLópez2006] lopez2006redistritacionLópez, L. 2006. Redistritación electoral en México: logros pasados y retos futuros Redistritación electoral en méxico: logros pasados y retos futuros. Investigaciones geográficas6199–113.

[Loranca .Loranca .2012] lorancaLoranca, M., Avendaño, D., Flores, M., Benitez, E., Vanoye, J., Gonzalez, R. Flores, J. 2012. El Problema de Homogeneidad y compacidad en Diseño Territorial El problema de homogeneidad y compacidad en diseño territorial.

[Medina, Sánchez, Ruvalcaba BandiniMedina .2011] medinaMedina, J., Sánchez, Ruvalcaba, MLG. Bandini, AF. 2011. Realineación de territorios de venta utilizando estadística multivariante Realineación de territorios de venta utilizando estadística multivariante. Investigación y Ciencia195322–28.

[Mehrotra, Johnson NemhauserMehrotra .1998] mehrotraMehrotra, A., Johnson, E. Nemhauser, G. 1998. An optimization based heuristic for political districting An optimization based heuristic for political districting. Management Science4481100–1114.

[Mercado, Aguilar CabreraMercado .2013] mercado2013Mercado, R., Aguilar, M. Cabrera, M. 2013. Formulaciones y Técnicas Exactas de Solución para el Diseño Óptimo de Territorios Comerciales Formulaciones y técnicas exactas de solución para el diseño óptimo de territorios comerciales. Ciencia UANL166246–55.

[NygreenNygreen1988] nygreenNygreen, B. 1988. European assembly constituencies for wales-comparing of methods for solving a political districting problem European assembly constituencies for wales-comparing of methods for solving a political districting problem. Mathematical Programming421159–169.

[ReyesReyes1999] reyes1999automatizacionReyes, L. 1999. Automatización del diseño de la fragmentación vertical y ubicación en bases de datos distribuidas usando métodos heur´ isticos y exactos Automatización del diseño de la fragmentación vertical y ubicación en bases de datos distribuidas usando métodos heur´ isticos y exactos . Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.

[RiccaRicca1996] riccafrancesRicca, F. 1996. Algoritmi di ricerca locale per la distrettizzazione elettorale Algoritmi di ricerca locale per la distrettizzazione elettorale. Atti Giorante AIRO634637.

[Ricca, Scozzari SimeoneRicca .2013] ricca2013politicalRicca, F., Scozzari, A. Simeone, B. 2013. Political districting: from classical models to recent approaches Political districting: from classical models to recent approaches. Annals of Operations Research2041271–299.

[Rincón GutiérrezRincón Gutiérrez2009] erikRincón, E. Gutiérrez, M. 2009. Compacidad en celdas aplicada al diseño de zonas electorales Compacidad en celdas aplicada al diseño de zonas electorales. EconoQuantum5273–96.

[Simeone, Ricca ScozzariSimeone .2008] ricca2008Simeone, B., Ricca, F. Scozzari, A. 2008. Weighted Voronoi Region Algorithms for Political Districting Weighted voronoi region algorithms for political districting. Dagstuhl Seminar Proceedings. Dagstuhl seminar proceedings.

[Suárez, Ríos-Mercado LópezSuárez .2005] riosSuárez, L., Ríos-Mercado, R. López, F. 2005. Usando GRASP para resolver un problema de definición de territorios de atención comercial Usando grasp para resolver un problema de definición de territorios de atención comercial. Proceedings of the IV Spanish Conference on Metaheuristics, in: Evolutionary and Bioinspired Algorithms Proceedings of the iv spanish conference on metaheuristics, in: Evolutionary and bioinspired algorithms (2).