Universidad Autónoma de Chihuahua
Facultad de Ingeniería
Secretaría de Investigación y Posgrado

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
CHIHUAHUA

COMPLEJIDAD EN EL MERCADO FINANCIERO

POR:
ING. BERNARDO DE LA ROCHA PÉREZ

**TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS BÁSICAS**

Director:
Dr. José Luis Herrera Aguilar

**CHIHUAHUA, CHIH. MÉXICO
ABRIL 2019**

Complejidad en el Mercado Financiero. Tesis presentada por Bernardo de la Rocha Pérez como requisito parcial para obtener el grado de Maestro en Ciencias Básicas, ha sido aprobado y aceptado por:

M.I. Javier González Cantú
Director de la Facultad de Ingeniería

Dr. Alejandro Villalobos Aragón
Secretario de Investigación y Posgrado

M.I. Luis Carlos Quiñonez Baca
Coordinador(a) Académico

Dr. José Luis Herrera Aguilar
Director(a) de Tesis

ABRIL 2019

Fecha

Comité:

Dr. José Luis Herrera Aguilar
Dr. Cornelio Álvarez Herrera
M.C. Ana Virginia Contreras García
M.C. Erick Nadir Grijalva Reyna

© Derechos Reservados
Bernardo de la Rocha Pérez
Facultad de Ingeniería, Circuito Universitario Campus II
Chihuahua, Chih. México

Abril 2019

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
CHIHUAHUA

1 de Abril de 2019

ING. BERNARDO DE LA ROCHA PÉREZ

Presente

En atención a su solicitud relativa a la Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias Básicas, nos es grato transcribirle el tema aprobado por esta Dirección, propuesto y dirigido por el director **Dr. José Luis Herrera Aguilar** para que lo desarrolle como Tesis, con el título: **"COMPLEJIDAD EN EL MERCADO FINANCIERO".**

ÍNDICE

Dedicatoria
Agradecimientos
Resumen
Índice General
Índice de Figuras
Capítulo 1. Introducción
1.1. Antecedentes
1.2. Justificación
1.3. Objetivos
1.4. Hipótesis
Capítulo 2. Marco Teórico
2.1. Propiedades de los Sistemas Complejos
2.2. Mercado Financiero
2.3. Coeficientes y Matrices de Correlación
2.4. Desdoblamiento de Eigenvalores
2.5. Distribución de Brody
2.6. Índice de Participación
2.7. Transformada de Wavelets

FACULTAD DE INGENIERÍA
Circuito No.1, Campus Universitario 2
Chihuahua, Chih., México. C.P. 31125
Tel. (614) 442-95-00
www.fing.uach.mx

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
CHIHUAHUA

Capítulo 3. Metodología

3.1. Datos Utilizados

3.2. Comportamiento colectivo

3.3. Invarianza de escala y criticalidad

Capítulo 4. Resultados

4.1. Verificación del comportamiento colectivo

4.2. Verificación de invarianza y criticalidad

Capítulo 5. Conclusiones

Referencias

Curriculum Vitae

Solicitamos a Usted tomar nota de que el título del trabajo se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis.

A T E N T A M E N T E
"Naturam subiecit aliis"

EL DIRECTOR

M.I. JAVIER GONZÁLEZ CANTÚ

FACULTAD DE INGENIERÍA U.A.CH. CHIHUAHUA DIRECCIÓN

EL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

DR. ALEJANDRO VILLALOBOS ARAGÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA
Circuito No.1, Campus Universitario 2
Chihuahua, Chih., México. C.P. 31125
Tel. (614) 442-95-00
www.fing.uach.mx

Dedicatoria

A mis papás.

Agradecimientos

Gracias a mis asesores el Dr. José Luis Herrera y la M.C Ana Virginia Contreras por su esfuerzo y dedicación en resolver mis dudas y guiarme en la dirección correcta, este trabajo no habría sido posible sin ellos.

Gracias a mis padres, hermanos y amigos que siempre han estado para mi en cada momento.

"A learning experience is one of those things that says, 'You know that thing you just did? Don't do that'."

Douglas Adams, The Salmon of Doubt

Resumen

Se habla de complejidad como la capacidad de un sistema a presentar eventos emergentes, es decir, un sistema complejo es aquel que posee un gran número de elementos que interactuan entre sí; en ellos surgen eventos que a simple vista pueden parecer aleatorios y que además pueden presentar algunas propiedades como lo son comportamiento colectivo, auto-organización, invarianza de escala y criticalidad auto-organizada. Conocer si un sistema posee alguna de estas propiedades puede hacer más sencillo comprender y predecir su comportamiento.

En este trabajo se verifica la complejidad del mercado financiero al analizar las bolsas de valores de Estados Unidos de América, Europa y Japón en busca de dichas propiedades. Para esto se tomarón los valores históricos de las acciones pertenecientes a las 1000 empresas con mayor capitalización (precio total por unidades en el mercado) del mercado de Estados Unidos y del índice NASDAQ durante el periodo del 28 de Septiembre de 2015 al 27 de Julio del 2017, además de los valores históricos de los índices S&P500, NASDAQ100 (ambos EUA), DAX30 (Alemania) y NIKKEI225 (Japón). El análisis consiste en el uso del coeficiente de correlación de Pearson, la teoría de matrices aleatorias y el índice de participación para encontrar que existen fuertes correlaciones entre las acciones y una fuerza que afecta a cerca del 70 % de las acciones llamado factor de mercado, posiblemente ocasionado por el grupo de acciones con la mayor capitalización. Además, mediante la transformada de wavelets y un análisis de los eventos abruptos dentro de los índices se determina que el mercado se encuentra en un estado cercano a la criticalidad auto-organizada, pero que no se puede catalogar como tal.

Índice general

Dedicatoria v

Agradecimientos vii

Resumen ix

Índice general xi

Índice de figuras xv

1. Introducción **1**

1.1. Antecedentes 1

1.2. Justificación 4

1.3. Objetivos 4

1.3.1. Objetivos Generales 4

1.3.2. Objetivos Particulares 5

1.4. Hipótesis 5

2. Marco Teoríco **7**

2.1. Propiedades de los Sistemas Complejos 9

2.2. Mercado Financiero 13

2.3. Coeficientes y Matrices de Correlación 14

2.3.1. Ensamble de Wishart 15

2.4. Desdoblamiento de Eigenvalores 16

2.5. Distribución de Brody 17

2.6. Índice de Participación 18

2.7. Transformada de Wavelets 18

3. Metodología **21**

3.1. Datos Utilizados 21

3.1.1. Plataforma Quantopian 22

3.2. Comportamiento Colectivo 22

3.2.1. Coeficientes y Matrices de Correlación 22

3.2.2. Análisis de Eigenvalores 23

3.3. Invarianza de Escala y Criticalidad 24

4. Resultados **27**

4.1. Verificación del Comportamiento Colectivo 27

4.1.1. Análisis de Correlaciones 28

4.1.2. Análisis de Eigenvalores 30

4.2. Verificación de Invarianza y Criticalidad 39

5. Conclusiones **47**

Referencias **49**

Curriculum Vitae **53**

Índice de figuras

2.1. Aves en vuelo organizado 9

2.2. Valores históricos de Apple, J&J y Cisco 11

2.3. Invarianza de escala presente en el triángulo de Sierpiński. 11

2.4. Sistema de la pila de arena 12

2.5. Distribución de Brody 17

4.1. Distribuciones de probabilidad de las correlaciones 28

4.2. Ajuste gaussiano de 33 acciones de EUA 29

4.3. Distribuciones de los eigenvalores y el ensamble de Wishart . . . 31

4.4. Distribución de los eigenvalores de 1000 acciones de NASDAQ . . 32

4.5. Distribución acumulada de eigenvalores esperados para 1000 acciones 33

4.6. Distribuciones de los vecinos cercanos 34

4.7. Distribución de los vecinos cercanos para las acciones de NASDAQ (2003-2005) 35

4.8. Distribuciones de los siguientes vecinos cercanos 36

4.9. Índices de participación 38

4.10. Resultados de la transformada de wavelets. 40
4.11. Avalanchas y su duración. 41
4.12. Distribución de probabilidad de las avalanchas. 43
4.13. Distribución de probabilidad de la duración de las avalanchas. . . 44
4.14. Distribución de probabilidad de los periodos de inactividad. . . . 45

CAPÍTULO: 1

Introducción

1.1. Antecedentes

El mercado financiero es un sistema compuesto por un gran número de elementos cuyo principal objetivo es el generar capital mediante transacciones, las cuales varian desde la compra y venta de bienes de consumo como granos o petróleo hasta la compra y venta de divisas. A todos los productos intercambiados en el mercado financiero se les conoce como instrumentos, valores o bienes. Día con día los inversionistas realizan transacciones basandose en su mayoría en su miedo a perder y en su deseo de ganar (Breda, 2013), aunque también es posible utilizar diferentes tipos de análisis que respalden estas transacciones.

Los análisis más utilizados en el mercado financiero son el fundamental y el técnico. En el fundamental se lleva a cabo un estudio del entorno global, es decir, de todo lo que sucede en el mundo en cuanto a factores macroeconómicos, como eventos políticos, y factores microeconómicos como cambios en la estructura de una empresa y se desarrollan pronósticos de acuerdo a los factores que puedan afectar en la transacción a realizar (Abarbanell y Bushee, 1997); por su parte en el técnico, se analiza cada instrumento de manera individual utilizando diferentes indicadores calculados a partir de valores históricos con la finalidad de hacer predicciones del comportamiento de dicho instrumento (Murphy, 1999).

El problema aquí es que cualquier análisis o incluso la combinación de ambos, solo logra hacer un pronóstico del comportamiento del instrumento, el cual no siempre es acertado. Esto se debe al gran número de factores que intervienen en el comportamiento de cada instrumento, los cuales a su vez se ven afectados por las relaciones que hay entre ellos. Además, ya que los inversionistas son los que tienen la última palabra con respecto a sus transacciones, sus desiciones pueden verse afectadas por sus emociones y en ocasiones pueden llegar a afectar el comportamiento del mercado. Todo esto genera que el mercado financiero no se comporte de manera ordenada y se asemeje a un sistema complejo, debido a esto se realiza un análisis que verifique la existencia de ciertas propiedades de los sistemas complejos en el mercado financiero con la finalidad de tener un mejor entendimiento acerca del comportamiento del mercado financiero. A continuación se describe la definición de un sistema complejo utilizada en este trabajo y como es que se relacionan sus propiedades con el mercado financiero.

Los sistemas complejos se definen como aquellos sistemas compuestos por un gran número de elementos que interactúan de forma no lineal y que presentan eventos emergentes. Además pueden modificar su estructura interna mediante intercambios de energía o información con el ambiente. Aunque existe una gran cantidad de sistemas complejos, cada uno con diferente morfología, componentes y distinto comportamiento, se han observado algunas características y propiedades similares en varios de estos sistemas. Entre las propiedades observadas se encuentran la *auto-organización*, *comportamiento colectivo*, *invarianza de escala* y *criticalidad auto-organizada*, son estas propiedades las que se buscan dentro del mercado financiero.

Existen varios trabajos en donde se ha analizado el mercado financiero en busca de propiedades de sistema complejo, variando el periodo de valores históricos analizados y los métodos utilizados para dicho análisis. Una de las propiedades más analizadas es el comportamiento colectivo en donde se calculan las correlaciones entre los precios de los bienes y se analizan los eigenvalores en busca de un factor de mercado que mueva a todo el sistema (Plerou y cols., 2002; Müller, López, Rummel, y Baier, 2006; Pan y Sinha, 2007; Kwapien y Drozdz, 2012). Por lo general se opta por el uso del *coeficiente de Pearson* para el cálculo de las correlaciones y el *ensamble de Wishart* junto con la teoría de matrices aleatorias para el análisis de eigenvalores. También existen trabajos como (Wang, Xie, Chen, Yang, y Yang, 2013) en donde los resultados obtenidos mediante el coeficiente de Pearson se comparan con los calculados mediante un coefficiente de correlación sin tendencia (DCCA) y se llega a resultados similares.

Otra práctica común en el análisis de sistemas complejos es la aplicación de técnicas desarrolladas para un sistema diferente en donde se buscan similitudes que ayuden a comprobar la existencia de alguna de las propiedades mencionadas anteriormente. Tal es el caso de los trabajos (Bartolozzi, Leinweber, y Thomas, 2005) y (Bartolozzi, Leinweber, y Thomas, 2006), donde se utiliza la *transformada de Wavelets* y el análisis de avalanchas desarrollados para problemas de mecánica de fluidos y geofísica (Farge, 1992; Kumar y Foufoula-Georgiou, s.f.) con la finalidad de encontrar criticalidad auto-organizada en la bolsa de valores; otro caso donde ésto ocurre es en (Molina, 2001) donde se utiliza nuevamente el coeficiente de Pearson y el análisis de RMT en sistemas hamiltonianos para la descripción del caos cuántico.

Por último, existen trabajos más recientes en donde se recopilan los métodos utilizados para la comprobación de varias propiedades de sistemas complejos y se aplican a diferentes sistemas, tal es el caso de (Kwapien y Drozdz, 2012) en el cual se analiza el mercado financiero, el sistema de lenguaje natural y el comportamiento cerebral para verificar la existencia de varias propiedades, incluidas entre ellas las mencionadas en esta sección.

El problema que existe y que se tratara en este trabajo, es el hecho de que los trabajos existentes sobre el mercado financiero como sistema complejo utilizan datos históricos de alrededor de hace 20 años o más antiguos; sabiendo que el mercado financiero ha evolucionado mucho en los últimos años, se cree que es necesario realizar un análisis utilizando datos recientes y comparar los resultados con los obtenidos por los trabajos mencionados anteriormente.

1.2. Justificación

El mercado financiero es uno de los sistemas más importantes en la actualidad. Es un sistema globalizado que está activo prácticamente todo el tiempo, en donde puede observarse el poder económico de cada país, empresa y producto; y que se ve afectado por un gran número de factores, desde eventos políticos y desastres naturales hasta eventos particulares dentro de cada instrumento y las emociones de los inversionistas. Debido a esto, el encontrar propiedades que describan y ayuden a predecir el comportamiento del sistema de una manera más sencilla y precisa es de gran importancia para tener un mejor conocimiento sobre el comportamiento de la economía global.

Teniendo en cuenta que los dos análisis más utilizados (fundamental y técnico) ignoran gran parte de lo que sucede en el sistema, se opta por utilizar el análisis de sistemas complejos con la finalidad de observar el funcionamiento del sistema como un todo en busca de propiedades que permitan una mejor descripción del mismo. Además, se ha observado que existen partes del mercado financiero, como la bolsa de valores (mercado de acciones), que son capaces de presentar comportamiento colectivo en algunas partes del sistema (Kwapien y Drozdz, 2012); sabiendo esto, es posible hacer predicciones sobre el desempeño de un instrumento en base al resto de ellos. Es necesario verificar si este comportamiento es característico de la bolsa de valores y aún más del mercado financiero o si solo se presenta en ciertas partes del sistema.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivos Generales

Analizar el mercado financiero y verificar que presenta propiedades y comportamientos de sistema complejo.

1.3.2. Objetivos Particulares

Analizar las acciones de las empresas de Estados Unidos de América en busca de:

- Comportamiento Colectivo.
- Invarianza de Escala.
- Criticalidad Auto-organizada.

1.4. Hipótesis

> Aunque el desarrollo de la economía global y el desarrollo de tecnologías que facilitan la toma de decisiones han ocasionado cambios dentro del mercado financiero, al ser éste un sistema complejo, ha cambiado su estructura interna pero sigue conservando todas sus propiedades.

Este trabajo presenta los resultados obtenidos del análisis realizado a la bolsa de valores de Estados Unidos de América con la finalidad de verificar la existencia de propiedades de sistemas complejos. En el siguiente capítulo se comienza por presentar los conceptos más importantes, luego en el capítulo 3 se describe la metodología utilizada seguida por los resultados obtenidos en el capítulo 4 y por último las conclusiones en el capítulo 5.

CAPÍTULO: 2

Marco Teoríco

Dependiendo del contexto o perspectiva, existe una gran cantidad de definiciones o nociones de lo que es la complejidad. Al no existir una definición universal de complejidad es difícil clasificar a un sistema como complejo o no complejo, es por esto que se opta por describir la complejidad mediante un ejemplo sencillo de lo que es el mercado financiero, para luego definir lo que es un sistema complejo en base a ciertas características observadas.

Se comienza por describir un elemento del mercado aislado, donde este elemento es cualquier instrumento o bien de valor. Para este ejemplo tomaremos una acción, el precio de esta acción aislada solo depende del desempeño de la empresa que representa; si ahora se consideran un par de acciones más que compitan entre sí, entonces el precio de cada una se verá afectado por el desempeño de la empresa misma y de todas las demás. Ahora consideramos más elementos como acciones del mismo sector pero en diferentes paises, debido a que el mercado es globalizado el precio de las acciones en otros paises se ve afectado por el desempeño de cada una de ellas. De igual manera, si consideramos accciones de otros sectores, éstas afectaran el precio del mercado debido a que existen relaciones más alla de la competencia entre las empresas, como el uso de tecnología que alguna otra empresa desarrolla, o la publicidad que ofrece una empresa a otra.

Llevando lo anterior un paso más lejos, si se consideran los diferentes mercados, como lo son el mercado de divisas y materias primas, se pueden observar relaciones entre el crecimiento de una divisa y el crecimiento del mercado en donde se utiliza dicha divisa. El precio de las divisas se ve afectado a su vez por factores políticos y sociales que asustan o atraen a los inversionistas. Por último, considerando el mercado financiero en su totalidad, se tiene un gran número de factores que afectan su comportamiento, desde horas de apertura y cierre de mercados que dan lugar a periodos de alta actividad e incertidumbre ya que los inversionistas están ansiosos por comenzar la compra/venta, hasta las relaciones exteriores entre los países o empresas individuales, en donde un ámbito que tiende a la guerra puede ocasionar cambios en la economía de los países involucrados; mientras que el fallecimiento o retiro del lider de una empresa puede fortalecer a su competencia. De esta manera se observa, grosso modo, a lo que se refiere con complejidad, existe una gran dificultan en considerar el gran número de factores no lineales que afectan al sistema y a cada elemento del mismo, junto con las relaciones que existen dentro del sistema y todos los eventos que puedan surgir de las mismas para desarrollar modelos que describan por completo el comportamiento del sistema.

Al analizar distintos sistemas compuestos de manera similar a lo descrito anteriormente, como sistemas que presentan flujo turbulento, la dinámica de poblaciones, los organismos multicelulares, el internet, el tránsito vehicular, el lenguaje o las transacciones monetarias, es posible observar que todos tienen una propiedad en común, presentan comportamiento emergente, es decir, el gran número de interacciones en el sistema ocasiona que surjan eventos que a simple vista parecen aleatorios.

Utilizando dicha propiedad es posible formular una definición de sistema complejo, la cual establece que un sistema complejo es aquel sistema compuesto por un gran número de elementos que interactúan entre sí de manera no lineal, que presenta comportamientos emergentes y es capaz de modificar su estructura interna al interactuar con su ambiente.

2.1. Propiedades de los Sistemas Complejos

De esta forma, aunque existe un gran número de sistemas que cumplen con la definición de la sección anterior, cada uno compuesto de diferentes elementos y con distinto comportamiento, se ha observado que algunos presentan propiedades en común y que pueden comportarse de manera similar en situaciones específicas. Algunas de estas propiedades se mencionan a continuación.

- **Auto-organización.** Es la capacidad de un sistema que no se encuentra en equilibrio de pasar de un estado inestable a un estado estable mediante interacciones con su ambiente. Esta característica puede observarse mediante el análisis de correlaciones de largo alcance y el análisis de componente principal con el objetivo de encontrar eventos repetitivos que indiquen que el sistema se organiza periodicamente. Un ejemplo muy claro de esta propiedad es la forma en que vuelan y se agrupan las parvadas de aves luego de volar por un tiempo de forma caótica (Kwapien y Drozdz, 2012).

Figura 2.1: Aves en vuelo organizado. Fotografía del dominio público tomada por Christoffer A. Rasmussen.

- **Comportamiento colectivo.** Se refiere a que las variables o grados de libertad del sistema están fuertemente relacionados, un cambio en una variable del sistema ocasiona que una o más variables también cambien (Kwapien y Drozdz, 2012). Formalmente existe comportamiento colectivo si: sea un sistema con n grados de libertad α representados por variables $\chi_\alpha(t)$ donde es posible distinguir dos grupos de grados de libertad, los grados estables $\chi_\alpha^{(e)}$, cuyas perturbaciones son amortiguadas rápidamente y los grados inestables $\chi_\beta^{(i)}$, cuya amortiguación es débil, de manera que un cambio en un grado de libertad estable puede afectar a los grados de libertad inestables:

$$\chi_\alpha^{(e)}(t) \simeq g(\chi_\beta^{(i)}(t)) \tag{2.1}$$

donde g es en general una función no lineal. Esta ecuación expresa el llamado "principio de esclavitud", los grados estables $\chi_\alpha^{(e)}(t)$ gobiernan a los inestables $\chi_\beta^{(i)}(t)$.

La figura Fig.2.2 muestra una comparación entre los precios de las acciones de *Apple Inc.* (AAPL), *Cisco Systems* (CSCO) y *Johnson & Johnson.* (J&J), en donde las dos primeras entran en el sector tecnológico mientras que J&J se encuentra en el sector de salud, en dicha figura pueden apreciarse periodos en donde las tres acciones se comportan de manera similar, observandose una relación más fuerte entre AAPL y CSCO, existe la posibilidad de que estos periodos hayan sido provocados por algún factor externo como los conflictos en Siria del mes de Febrero de 2018 o a las controversias en las redes sociales entre Rusia y Estados Unidos en los meses Julio y Agosto de 2018.

Valores históricos de Apple, J&J y Cisco

Figura 2.2: Valores históricos de los precios de las acciones AAPL en rojo, para CSCO en morado y para J&J en azul. Se pueden observar periodos con un comportamiento similar entre las tres acciones, con una relación más fuerte entre AAPL y CSCO debido a que ambas pertenecen al sector tecnológico. Las líneas verticales marcan algunos de estos periodos, cabe mencionar que es posible que estos comportamientos se presenten primero en una acción y en el tiempo cercano se presente en alguna otra.

- **Invarianza de escala.** Significa que la estructura y los procesos internos del sistema son los mismos dentro de un gran rango de escalas espaciales y temporales. Esta propiedad está dada como un comportamiento en leyes de potencias, aunque es solo un prerrequisito y no una prueba de ésta, ya que las leyes de potencias pueden ser ocasionadas por fenómenos más simples (Kwapien y Drozdz, 2012). Un método utilizado para verificar que un sistema presenta invarianza de escala es el llamado método de wavelets, el cual consiste en llevar a cabo el cálculo de transformadas de wavelets en busqueda de leyes de potencias (Bartolozzi y cols., 2006). Esta propiedad es representativa de la geometría fractal y se muestra en la Fig.2.3.

Invarianza de escala en el triángulo de Sierpiński.

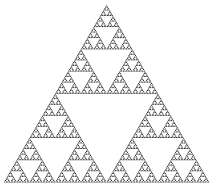


Figura 2.3: Invarianza de escala presente en los fractales. Figura del dominio público creada por P3d0 y tomada de `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sierpinski8.svg`.

- **Criticalidad auto-organizada.** Esta propiedad establece que: un sistema con criticalidad auto-organizada se encuentra en un punto crítico, justo antes de una transición de fase (Kwapien y Drozdz, 2012), es decir, se encuentra a punto de cambiar de un estado de equilibrio a otro, si el sistema interactúa con su ambiente se sobrepasa el punto crítico y se genera la transición de fase mediante reacciones en cadena o avalanchas cambiando la estructura interna del sistema hasta llegar a un nuevo punto de equilibrio, este proceso puede repetirse si se sigue presentando una interacción con el ambiente. La criticalidad está relacionada con la invarianza de escala por lo que puede ser observada mediante el método de wavelets y las leyes de potencias, pero de la misma forma, estas últimas son solo un prerrequisito y no un factor determinante(Bartolozzi y cols., 2005).

  El ejemplo clásico de un sistema con criticalidad auto-organizada es el de una pila de arena la cual se le agrega un poco de arena cada cierto tiempo; mientras más arena se agrega, la inclinación de la pila será cada vez mayor hasta llegar a un punto crítico en donde, luego de agregarse más arena, la montaña formada empieza a colapsar en forma de avalanchas que se esparcen por todos lados y cambian la estructura de la pila de arena por completo. Si se sigue agregando más arena la montaña vuelve a formarse y vuelve a colapsar de igual manera (Bak y cols., 1996)(Bak, Tang, y Wiesenfeld, 1987).

Sistema de la pila de arena.

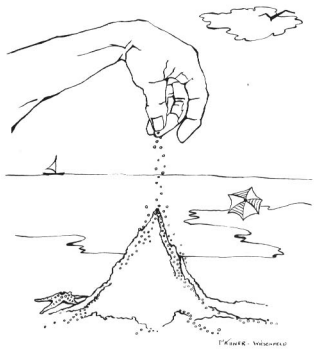


Figura 2.4: Representación de la criticalidad auto-organizada con el sistema de la pila de arena. Imagén tomada de (Bak y cols., 1996).

2.2. Mercado Financiero

Puede decirse que el mercado financiero es uno de los sistemas más complejos que existe debido a que su dinámica es incidente a un número de factores difíciles de estimar de origen interno y externo, como lo son los eventos políticos y sociales relacionados al mercado y los datos de crecimiento economico de cada sector y país, cuyo impacto también es difícil de evaluar; además está compuesto a su vez de sistemas complejos, inversionistas dotados de inteligencia, pues al ser concientes son capaces de tomar decisiones abruptas o irracionales basadas en las emociones, es decir, presentan eventos emergentes.

De manera muy simple, los grados de libertad en un sistema financiero pueden verse de dos formas: los inversionistas y los instrumentos en particular. En el primer caso las interacciones son directas y llevan a cabo intercambios de información y transacciones monetarias. En el segundo caso las interacciones se refieren a las dependencias estadísticas entre los precios de cada instrumento; dichas dependencias son producto de las decisiones tomadas por los inversionistas en relación a cada uno de estos instrumentos.

Utilizando las definiciones de las propiedades establecidas en la sección 2.1 es posible observar que existen indicios de que estas propiedades se presentan en el mercado financiero. Tomando como ejemplo las bolsas de valores de un país, las cuales trabajan en periodos de alrededor de 6 horas, es posible observar cierto comportamiento diario minutos después de que abre el mercado y justo antes de que cierre, lo que sugiere que existe algún tipo de auto-organización. Además, ya que las acciones se dividen por índices y sectores, suele suceder que las empresas del mismo sector crecen o caen de manera similar o que el índice sigue el comportamiento de la o las empresas con un mayor capital (precio por unidades en el mercado) en el momento.

Por otro lado, existen teorías de mercado que dictan que el comportamiento del mismo es, en principio, igual en todas sus partes (Coulling, 1996); esto se ve reflejado en el hecho de que los dos métodos más utilizados para la toma de decisiones (técnico y fundamental) se utilizan en todo el mercado en general obteniendo resultados semejantes, lo que puede ser debido a una invarianza de escala dentro del sistema. Por último, los cambios en avalancha que se generan luego de romper ciertas etapas de estabilidad en los instrumentos, puede ser un indicador de puntos críticos y criticalidad auto-organizada.

A continuación se definen las ecuaciones y la teoría necesaria para el cálculo y búsqueda de las propiedades definidas en la sección 2.1. En la sección 2.3 se comienza definiendo como calcular el coeficiente de correlación entre dos series de tiempo y la matriz de correlación de N series de tiempo, la cual será utilizada para comenzar el análisis de comportamiento colectivo en el sistema; luego, en la sección 2.3.1, define el ensamble de Wishart, una matriz aleatoria para el análisis de correlaciones aleatorias que ayudará a verificar si existe ruido en el sistema; se define un proceso de desdoblamiento de eigenvalores en la sección 2.4, éste será utilizado para comparar los eigenvalores del sistema con las propiedades de las matrices aleatorias, nuevamente verificando la existencia de ruido en el sistema; también se define el índice de participación en la sección 2.6, una herramienta usada para calcular que tanto contribuyen los eigenvalores a cada eigenvector. Además, al final del capítulo, en la sección 2.7 se define la transformada de wavelets utilizada para encontrar comportamientos en leyes de potencias y con esto criticalidad auto-organizada y/o invarianza de escala.

2.3. Coeficientes y Matrices de Correlación

El coeficiente de correlación normalizada o coeficiente de Pearson, establece que tan relacionados están dos grados de libertad α y β, un valor de 1 indica que α y β están completamente correlacionadas o son idénticas, si uno crece el otro tambíen lo hará; un valor de -1 establece que existe una anti-correlación, es decir, si uno aumenta el otro disminuirá, mientras que un valor de 0 indica que no existe correlación entre los grados de libertad. Usando como ejemplo la bolsa de valores, dos acciones con una correlación mayor a 0 subirán de precio cuando una de ellas lo haga, si presentan una correlación negativa, una de ellas disminuirá su valor cuando la otra aumente y por último, si tienen una correlación igual a 0, su comportamiento no tendrá relación alguna (Kwapien y Drozdz, 2012).

Para describir lo anterior formalmente, sea N el número de elementos de un sistema con α grados de libertad, se tiene que $\chi_\alpha(i)$, $i = 1, \cdots, T$ es una serie de tiempo de dimensión T de los valores de un observable χ_α asociado al grado de libertad α. Entonces, para un sistema con dos grados de libertad α y β, el coeficiente de Pearson $C_{\alpha\beta}$ con desfase τ está dado por:

$$C_{\alpha\beta}(\tau) = \frac{1}{T\sigma_\alpha\sigma_\beta}\sum_{i=1}^{T}(\chi_\alpha(i) - \bar{\chi}_\alpha)(\chi_\beta(i+\tau) - \bar{\chi}_\beta) \tag{2.2}$$

donde $\bar{\chi}_\gamma$ es el promedio y σ_γ es la desviación estándar de la serie de tiempo γ y τ es el desfase temporal de β respecto a α.

Para sistemas con un número de grados de libertad mayor a 2, se utilizan matrices $\mathbf{X}$ de tamaño $N \times T$ cuyos elementos están dados de la forma:

$$X_{\alpha i} = \frac{1}{\sigma_\alpha}(\chi_\alpha(i) - \bar{\chi}_\alpha) \tag{2.3}$$

aquí σ_α y $\bar{\chi}_\alpha$ son nuevamente la desviación estándar y el promedio de la serie de tiempo χ_α. Mediante estas matrices $\mathbf{X}$, se construye una matriz de correlación $\mathbf{C}$ de la forma:

$$\mathbf{C} = \frac{1}{T}\chi\chi^T \tag{2.4}$$

en donde los elementos de la matriz **C** son los coeficientes de Pearson para todos los pares de grados de libertad del sistema.

2.3.1. Ensamble de Wishart

Un ensamble de Wishart es un ensamble formado por matrices aleatorias cuya forma es equivalente a la matriz de correlación **X** y que puede ser usada para distinguir entre valores generados por los elementos reales del sistema y aquellos generados por el ruido del mismo (Kwapien y Drozdz, 2012). El ensamble de Wishart se define como:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{T}\mathbf{M}\mathbf{M}^{tr} \tag{2.5}$$

donde **M** es una matriz de tamaño $N \times T$, cuyos elementos están tomados de la distribución Gaussiana $N(0, \sigma)$ y $\mathbf{M}^{tr}$ es la matriz transpuesta de **M**.

En el límite cuando N y $T \to \infty$, la densidad de eigenvalores de la matriz de Wishart depende de un factor $Q = T/N$. En el caso no degenerado ($Q \geq 1$), éste está dado por la distribución Marchenko-Pastur:

$$\begin{aligned} \rho w(\lambda) &= \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\delta(\lambda - \lambda_k) = \frac{Q}{2\pi\sigma^2}\frac{\sqrt{(\lambda_{max} - \lambda)(\lambda - \lambda_{min})}}{\lambda} \\ \lambda_{min}^{max} &= \sigma^2(1 + 1/Q \pm 2\sqrt{1/Q}) \end{aligned} \tag{2.6}$$

donde δ es la delta de Dirac, λ son los eigenvalores de la matriz **W**, $\lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max}$ y σ^2 es la varianza.

2.4. Desdoblamiento de Eigenvalores

El proceso de desdoblamiento de eigenvalores consiste en descomponer el espectro de eigenvalores en una parte fluctuante y una parte suave, eliminar la parte fluctuante, la cual representa los componentes específicos del sistema y consevar solo la parte suave. Para esto es necesario re-escalar los eigenvalores de forma que el espacio entre ellos esté normalizado y los eigenvalores re-escalados estén dentro de $[0, N]$, lo que permitirá realizar una comparación entre dichos valores y la teoría de matrices aleatoria (RMT) con la finalidad de encontrar aleatoriedad o propiedades universales de la RMT dentro de los eigenvalores (Schubert, 2012).

Este proceso, llamado desdoblamiento, se obtiene mediante:

$$\xi_i = N \cdot F(\lambda_i) \tag{2.7}$$

donde F es la distribución limitante esperada de eigenvalores, ξ_i son los eigenvalores re-escalados o desdoblados y λ_i son los eigenvalores originales, donde $1 < i < N$.

Ahora, definimos $F(\lambda)$ como la función de distribución acumulada de los eigenvalores

$$F(\lambda) = N \int_{-\infty}^{\lambda} P(x)dx \tag{2.8}$$

donde $P(x)$ es la densidad de probabilidad de los eigenvalores y N el total de eigenvalores. Esta función F puede descomponerse en una parte fluctuante, F_f, y en una suave, F_s

$$F(\lambda) = F_f(\lambda) + F_s(\lambda) \tag{2.9}$$

ya que la parte fluctuante se pierde en el promedio, la densidad promedio de eigenvalores $P_f(\lambda)$ está dada por

$$P_f(\lambda) = \frac{dF_f(\lambda)}{d\lambda} = 0 \quad y \quad P_s(\lambda) = \frac{dF_s(\lambda)}{d\lambda} \tag{2.10}$$

entonces por (2.7) y (2.10), los eigenvalores desdoblados pueden calcularse usando

$$\xi_i = N \cdot F_s(\lambda_i) \tag{2.11}$$

ahora, el cálculo de F_s puede realizarse mediante un ajuste polinomial de la distribución acumulada esperada de los eigenvalores.

2.5. Distribución de Brody

La distribución de Brody interpola los casos de Wigner y Poisson para la repulsión de niveles. La figura Fig.2.5 muestra la distribución de Brody para diferentes valores de ω, donde $\omega = 0$ corresponde al caso Poisson mientras que $\omega = 1$ corresponde al caso Wigner. El parámetro ω se denomina parámetro de repulsión, ya que mide el comportamiento de primeros vecinos a cortas distancias (Molina, 2001). La distribución de Brody se define de la siguiente manera:

$$P(s,\omega) = \alpha(\omega+1)s^{\omega}exp(-\alpha s^{\omega+1}), \qquad \alpha = \left(\Gamma\left[\frac{\omega+2}{\omega+1}\right]\right)^{\omega+1} \tag{2.12}$$

Distribución de Brody.

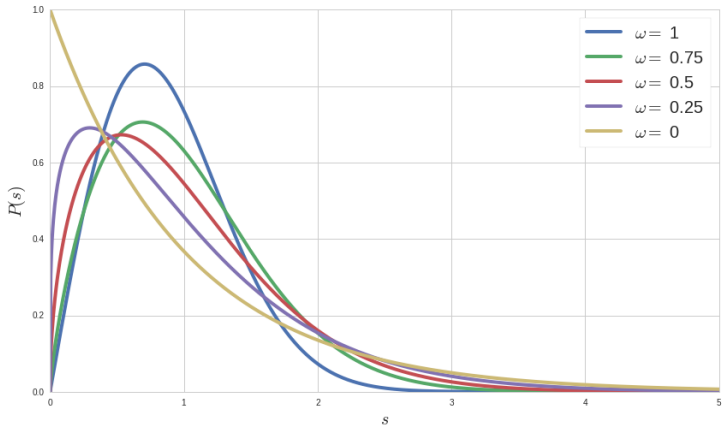


Figura 2.5: Distribución de Brody para varios valores de ω, aquí se muestra como $\omega = 0$ (amarillo) representa un proceso de Poisson mientras que $\omega = 1$ (azul) representa a un Ensamble Gaussiano Ortogonal (GOE).

2.6. Índice de Participación

El índice de participación, I_k, para el eigenvector k, establece el porcentaje de eigenvalores a los cuales contribuye de manera significativa un eigenvector $\mathbf{v}$ (Kwapien y Drozdz, 2012) y está dado por:

$$I_k = \frac{1}{\sum_{\alpha}^{N} (v_{\alpha}^{(k)})^4}. \tag{2.13}$$

donde α son los eigenvalores del eigenvector $v^{(k)}$.

Un eigenvector completamente deslocalizado con componentes iguales a $v_{\alpha}^{(k)} = 1/\sqrt{N}$, presenta un índice de participación de $1/I_k = N$, lo cual significa una completa correlación dada por λ_{α}, mientras que un eigenvector completamente localizado con todos sus componentes cero, a excepción de uno, $v_{\alpha}^{(k)} = \delta_{\alpha}\delta_{\alpha 0}$ tiene un $1/I_k = 1$. En cuanto a los ensambles de Wishart, su índice de participación converge al valor característico de los GOE $1/I_k = N/3$.

2.7. Transformada de Wavelets

Esta transformada permite la separación de la señal en términos de escala y unidades de tiempo y, a su vez filtra la señal del ruido de fondo brindando la posibilidad de observar los eventos intermitentes más relevantes (Bartolozzi y cols., 2006)(Bartolozzi y cols., 2005).

La transformada de wavelet continua se define como el producto escalar de una señal $\chi(t)$, en una escala l y un tiempo t, con una *wavelet madre* $\psi(t)$

$$W_T\chi(t) = \langle \chi, \psi_{l,t} \rangle = \int \chi(u)\overline{\psi_{l,t}}(u)du = \frac{1}{\sqrt{l}} \int \chi(u)\overline{\psi\left(\frac{u-t}{l}\right)}du. \tag{2.14}$$

En la descomposición por wavelets, a diferencia del análisis de Fourier, la resolución cambia conforme cambia la escala, es decir, en pequeñas escalas la resolución temporal se incrementa mientras la frecuencia disminuye, y en escalas grandes ocurre lo contrario.

Aunque la transformada de wavelet continua es una herramienta muy eficaz, por motivos de practicidad suele ser conveniente utilizar una forma discreta de

la misma, cuyos coeficientes se definen en la siguiente ecuación.

$$W_{j,n} = \langle \chi, \psi_{j,n} \rangle = 2^{-j/2} \int \chi(u)\psi(2^{-j}u - n)du \tag{2.15}$$

La transformada de wavelets discreta, puede verse como un muestreo de la ecuación (2.14) utilizando $\lambda = 2^j$, con $j = 0, \ldots, L-1$, donde L es el número de escalas, y los coeficientes temporales se separan en múltiplos de λ por cada escala diádica, $t = n2^j$, siendo n el índice de los coeficientes en la $j - ésima$ escala, y $\psi_{j,n}$ la wavelet madre escalada discretamente.

Los coeficientes de la transformada de wavelets establecen la correlación que existe entre la señal original $\chi(t)$ y la wavelet $\psi(t)$ en la escala j y el tiempo n. Además, dichos coeficientes relacionan los eventos del sistema de tal manera que un evento poco probable está dado por un coeficiente de gran amplitud, mientras que los eventos comunes se relacionan con los coeficientes de menor amplitud. De esta forma, es posible realizar un filtrado de los coeficientes de acuerdo a los objetivos del estudio fijando un límite C, y se filtran todos los coeficientes que lo sobrepasen.

$$\hat{W_{j,n}} = \begin{cases} W_{j,n} & si \quad W_{j,n}^2 < C \cdot \langle W_{j,n}^2 \rangle, \\ 0 & de \quad otro \quad modo \end{cases} \tag{2.16}$$

donde $\langle \ldots \rangle$ es el promedio sobre el tiempo en una cierta escala.

Los eventos abruptos o coherentes se definen a través de la transforma de wavelets como aquellos periodos de tiempo en la transformada que necesitan ser eliminados para obtener una señal Gaussiana. Una vez definidos estos eventos es posible obtener información de la dinámica del sistema mediante distintos análisis como: la distribución de la duración de dichos eventos; la duración de los periodos laminares o la distribución de la energía disipada (Kovács, Carbone, y Vörös, 2001).

CAPÍTULO: 3

Metodología

Existen diferentes métodos que pueden ser usados para la localización de las propiedades de sistemas complejos que fueron mencionadas en la sección 2.1, dichos métodos pueden llegar a ser completamente analíticos o completamente cualitativos, en las próximas secciones se menciona la metodología utilizada en este trabajo separada por las propiedades a identificar. Se comenzará definiendo el conjunto de datos a analizar y se continuará con la metodolgía en las siguientes secciones.

3.1. Datos Utilizados

Se analiza el comportamiento del mercado de acciones o bolsa de valores con el objetivo de verificar la existencia de las propiedades de sistemas complejos establecidas en la Sec. 2.1. Para esto se recopilaron los valores históricos de 33 acciones de compañías de los Estados Unidos de América(EUA) durante el periodo del 25 de Enero al 27 de Julio del 2017 con un muestro Δt de 1 minuto y los valores históricos para los índices S&P500, NASDAQ100, DAX30 y NIKKEI225 durante el periodo del 1 de Septiembre del 2016 al 7 de Marzo del 2018 [1], además se utilizaron los valores históricos de las 1000 compañías con mayor capital en

[1] Datos proporcionados por el banco suizo *Dukascopy Bank SA*.

el índice NASDAQ y en todo EUA durante el periodo del 28 de Septiembre del 2015 al 27 de Julio del 2017[2].

Debido a las grandes variaciones en los precios de las acciones, generalmente se consideran los retornos logarítmicos, estos son la diferencia logarítmica entre el precio de una acción α al tiempo t_i y el precio de la misma acción en un tiempo t_{i-1},

$$r_\alpha^{\Delta t} = ln[p_\alpha(t_i)] - ln[p_\alpha(t_{i-1})], \qquad t_i - t_{i-1} = \Delta t. \tag{3.1}$$

3.1.1. Plataforma Quantopian

Quantopian es una plataforma que provee educación, datos y herramientas para el procesado cuantitativo financiero de manera gratuita. Permite el desarrollo de algoritmos y estrategías de mercado mediante el uso de datos históricos de las acciones de las compañias de Estados Unidos de América. Dicha plataforma fue utilizada de manera satisfactoria para llevar acabo gran parte de la metodología.

3.2. Comportamiento Colectivo

El método utilizado para la comprobación de la existencia de comportamiento colectivo en un sistema, consiste en calcular los coeficientes de correlación de los grados libertad del sistema y un análisis de eigenvalores y teoría de matrices aleatorias con la finalidad de comprobar si las correlaciones obtenidas son reales o si son generadas por el ruido del sistema. Todo esto con el objetivo de encontrar alguna relación o factor que rija el comportamiento del sistema (Plerou y cols., 2002), (Müller y cols., 2006) y (Kwapien y Drozdz, 2012).

3.2.1. Coeficientes y Matrices de Correlación

El acomplamiento entre dos grados de libertad puede identificarse analizando las dependencias estadísticas entre las series de tiempo. Para esto se utiliza el coeficiente de correlación normalizada o coeficiente de Pearson definido en la Sección 2.3.

[2]Proporcionados por la plataforma *Quantopian*.

Existe un problema al tratar con la matriz de correlación **C** (Kwapien y Drozdz, 2012), se debe hacer la distinción entre las correlaciones originadas por dependencias reales entre los grados de libertad y las correlaciones aleatorias que surgen como consecuencia de utilizar señales de longitud finita. Para esto se utiliza la RMT y el ensamble de Wishart.

El objetivo de dicho método es analizar los eigenvalores pertenecientes a las matrices de correlación y verificar si existen repulsiones entre los eigenvalores más grandes y el grupo de eigenvalores de la matriz de Wishart ($\lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max}$) para comprobar que existen correlaciones reales entre los grados de libertad del sistema, además dichas repulsiones pueden indicar que existen eigenvalores funcionando como atractores que afectan posiblemente a todo el sistema.

3.2.2. Análisis de Eigenvalores

La comparación con el ensamble de Wishart no es suficiente para comprobar que las correlaciones obtenidas son reales o generadas por ruido, es por esto que es necesario realizar un análisis de los eigenvalores en base a la teoría de matrices aleatorias, por lo que se requiere un proceso de desdoblamiento con la finalidad de que el espaciamento entre los eigenvalores esté normalizado. Además, el cálculo del índice de participación de los eigenvalores ayuda a corroborar los resultados obtenidos por el análisis de correlaciones.

Desdoblamiento de Eigenvalores

El grupo de eigenvalores de Wishart sugiere que gran parte de los datos en la matriz de correlación **C** son aleatorios, debido a que cerca del $80\,\%$ de los eigenvalores de **C** se encuentran dentro de los límites del ensamble de Wishart ($\lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max}$), por lo que un análisis de aleatoriedad de dicha matriz sería conveniente. Para esto se buscan propiedades universales de la RMT en los eigenvalores de la matriz **C**, las propiedades a analizar son la distribución de vecinos cercanos $P_{nn}(\lambda)$ y la distribución de los siguientes vecinos cercanos $P_{nnn}(\lambda)$. Los resultados para estas propiedades se cumplen si los espacios entre eigenvalores adyacentes están expresados en unidades del espacio promedio(Plerou y cols., 2002).

Entonces es necesario realizar el proceso de desdoblamiento, el cual requiere el cálculo de ξ_i de la ecuación (2.11) y la parte suave de la distribución de acumulada de eigenvalores F_s, requiriendo el ajuste polinomial de la distribución acumulada esperada de los eigenvalores, la cual para los datos a tratar está dada por (2.6). Además es necesario no considerar las colas del espectro de eigenvalores empíricos a la hora de evaluar (2.11) ya que pueden ocasionar que las fluctuaciones se sigan presentando aún despues de realizar el desdoblamiento, en este caso se opta por no considerar el $15\,\%$ de las colas, cabe señalar que no existe un método para determinar que porcentaje se debe dejar fuera en cada cola.

Índice de Participación de los Eigenvalores

Por último, se realiza el cálculo del índice de participación de los eigenvectores de la matriz de correlación **C** con la finalidad de observar si existe algún eigenvalor que contribuya de manera significativa a todo el sistema, es decir, que actúe como un factor de mercado. Si los resultados arrojados por el índice de participación coinciden con la repulsión de valores esperada de los eigenvalores, es posible afirmar que existe algún tipo de comportamiento colectivo en el sistema.

3.3. Invarianza de Escala y Criticalidad Auto-organizada

Debido a que la invarianza de escala y la criticalidad auto-organizada requieren la presencia de un comportamiento en forma de leyes de potencias es posible utilizar el mismo método para su identificación; el método utilizado será la transformada de Wavelets definida en la Sección.2.7. En este caso se aplica la transformada a los datos históricos de los diferentes índices y se utiliza un límite C, $0 < C < 2$. Una vez filtrados los coeficientes se realiza una transformada inversa obteniendo una señal suave, al restar ésta de la función original se obtiene una serie de tiempo residual libre de ruido la cual contiene la información a estudiar.

Luego de obtener la serie de tiempo residual, se definen los eventos abruptos mediante la volatilidad del índice,

$$v(t) = |R(t)| \tag{3.2}$$

donde $R(t)$ es la serie de tiempo residual. De este modo, los eventos abruptos son aquellos periodos de tiempo cuya volatilidad $v(t)$ sobrepasa un límite $\epsilon \approx 0$.

Ahora, de manera similar a la energía disipada en un flujo turbulento, se definen las avalanchas V como:

$$V(e) = \int_{t_1}^{t_2} v^2(t)dt, \tag{3.3}$$

donde e es un evento abrupto determinado con duración $D = t_2 - t_1$. También se define el tiempo L como el periodo laminar entre avalanchas. Por último se calculan las distribuciones de probablidad de cada una de estas series de tiempo y se comparan con un comportamiento en forma de leyes de potencias.

CAPÍTULO: 4

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en el análisis realizado. Se comienza con los resultados obtenidos para la comprobación de comportamiento colectivo seguido de la verificación de la invarianza de escala y la criticalidad auto-organizada en el sistema.

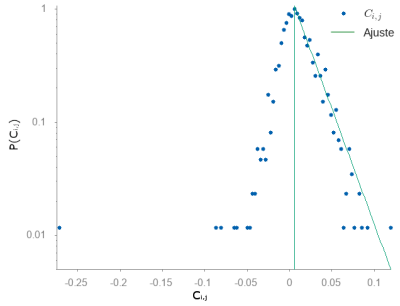
4.1. Verificación del Comportamiento Colectivo

Con la finalidad de comprobar el comportamiento colectivo del sistema financiero se aplicaron los métodos descritos en la sección 3.2 a los datos históricos obtenidos durante diferentes periodos y con diferentes tiempos de muestreo. Primero se realizó el análisis de correlaciones, el cual se muestra en la sección 4.1.1, seguido del análisis de eigenvalores en la sección 4.1.2, luego se realizó el desdoblamiento de eigenvalores y el análisis de RMT que se muestra en la sección 4.1.2 y finalmente el cálculo del índice de participación de los eigenvalores se presenta en la sección 4.1.2.

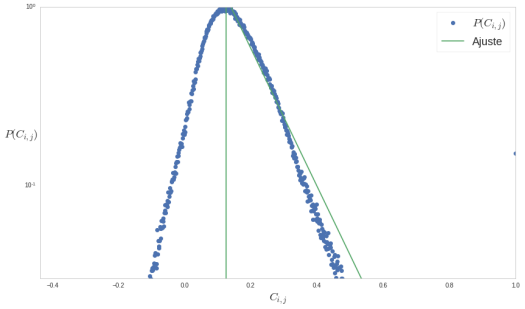
4.1.1. Análisis de Correlaciones

Utilizando las ecuaciones (3.1) y (2.2) se calculan las matrices de correlación con $\tau = 0, \ldots, 99$ para el conjunto de datos de 33 acciones; mientras que para el conjunto de las 1000 acciones sólo se calculan las correlaciones con un $\tau = 0$ debido a las limitaciones de la plataforma *Quantopian*. Se obtiene su distribución de probabilidad para las matrices de correlación, las cuales se muestran en las figuras Fig.4.1a y Fig.4.1b, además se realiza un ajuste exponencial de dichas distribuciones.

Distribuciones de probabilidad de las correlaciones.



(a) Correlaciones de 33 acciones de EUA.



(b) Correlaciones de las 1000 acciones con mayor capitalización de EUA.

Figura 4.1: Distribución de probabilidad log-normal para las matrices de correlación de las 33 (a) y 1000 (b) acciones con un desfase $\tau = 0$ en azul, junto con un ajuste exponencial $y = ae^{-}bx$ en verde. Se observa que la distribución no es gaussiana, lo que puede ser ocasionado por correlaciones aleatorias.

Se puede observar que las distribuciones de las Fig.4.1a y Fig.4.1b no son gaussianas debido a correlaciones aleatorias generadas por utilizar señales finitas y se asume que estas correlaciones están dadas por el ensamble de Wishart. El hecho de que la mayoría de las correlaciones sean positivas muestra un indicio de que existe un fuerte acomplamiento entre un número significativo de grados de libertad (Kwapien y Drozdz, 2012).

Se realiza un ajuste gaussiano a estas distribuciones de probabilidad con la finalidad de encontrar eventos extraños y poco probables dentro de las correlaciones. La figura Fig.4.2 muestra el ajuste realizado a la matriz de correlaciones del grupo de 33 acciones, donde pueden observarse que los eventos poco comunes son aquellos con correlaciones (o anti-correlaciones) relativamente altas, además los eventos más comunes se encuentran fuera de la curva gaussiana, este comportamiento se presenta para todos los desfases τ.

Ajuste gaussiano de 33 acciones de EUA.

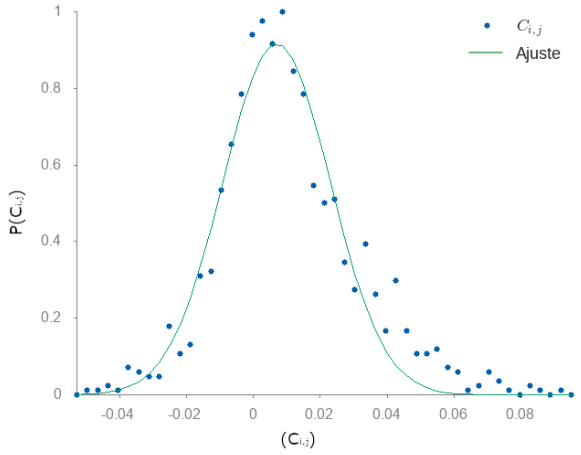


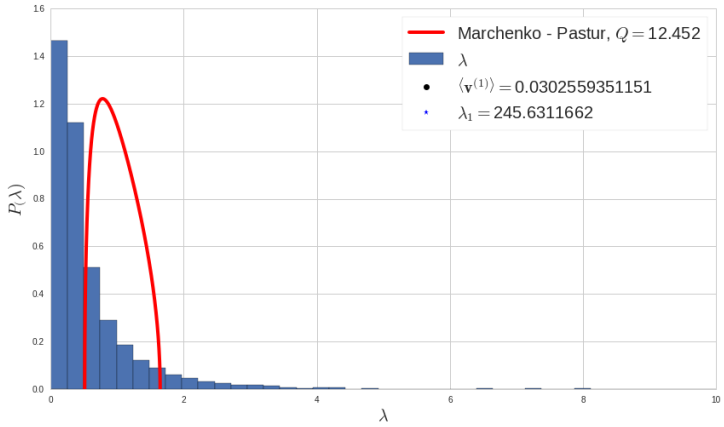
Figura 4.2: Distribución de probabilidad para la matriz de correlación de las 33 acciones con un desfase $\tau = 0$ en azul, junto con el ajuste gaussiano en verde. Aquí se pueden observar que las correlaciones (anti-correlaciones) relativamente altas son poco comunes y que las correlaciones más probables son cercanas a $C_{ij} = 0.01$.

4.1.2. Análisis de Eigenvalores

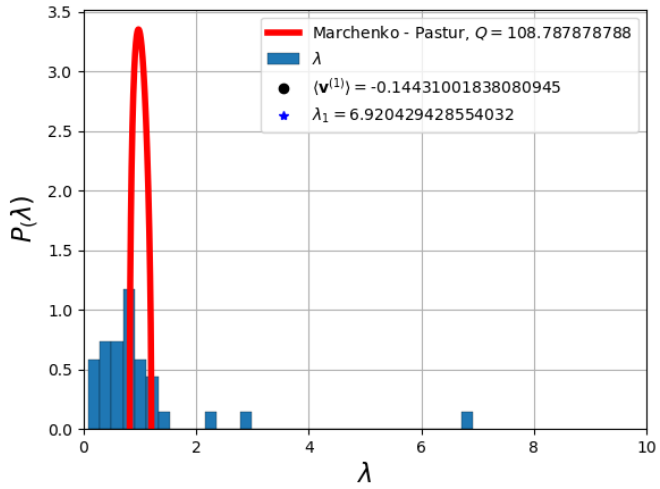
Se calculan los eigenvalores para las matrices de correlación y se encuentra la distribución de probabilidad, la cual se compara con la distribución *Marchenko-Pastur*. La figura Fig.4.3a muestra la distribución de eigenvalores para la matriz de correlación de las 1000 acciones con $\Delta t = 1min$, $N = 1000$, $T = 46619$ y $Q = 54.71$; mientras que la figura Fig.4.3b muestra la distribución de eigenvalores para la matriz de correlación de las 33 acciones con $\Delta t = 1min$, $\tau = 0$, $N = 33$, $T = 46619$ y $Q = 1412.69$. En ambas se puede observar la repulsión de niveles y la parte de eigenvalores presente dentro del ensamble de Wishart; las dos distribuciones presentan los eigenvalores más grandes separados del resto y del espectro de Wishart, esto quiere decir que los eigenvalores más grandes provienen de correlaciones reales.

Cabe destacar que debido a que la diferencia entre N y T es muy grande el factor Q también lo es, además la distribución *Marchenko-Pastur* tiene una forma muy prolongada y el rango entre λ_{min} y λ_{max} es muy pequeño, por lo que se considera un tiempo de muestreo Δt más grande para las series de tiempo. Debido que el grupo de datos de 33 acciones es muy pequeño y requeriría un aumento en Δt de cerca de $240min$ (más de la mitad de un día en el mercado) se optó por utilizar sólo los datos tomados de *Quantopian*, es decir, los grupos de 1000 acciones de las compañias de Estados Unidos de América y del índice NASDAQ. La figura Fig.4.4 muestra la distribución de eigenvalores para la matriz de correlación de las 1000 acciones del índice NASDAQ con $\Delta t = 15min$, $N = 1000$, $T = 6458$ y $Q = 6.741$, nuevamente se puede observar la repulsión de eigenvalores y, que los eigenvalores que pueden estar generados por correlaciones aleatorias están dentro del ensamble de Wishart.

Distribuciones de los eigenvalores y el ensamble de Wishart.



(a) Distribución de los eigenvalores de las 1000 acciones con mayor capitalización de EUA.



(b) Distribución de los eigenvalores de 33 acciones de EUA.

Figura 4.3: Distribución de probabilidad para los eigenvalores de las matrices de correlación de las 33(a) y 1000(b) acciones con un desfase $\tau = 0$ en azul, junto con la distribución *Marchenko-Pastur* para el ensamble de Wishart respectivo en rojo. Además en (a) se muestra el valor de λ_1 y el promedio de su eigenvector correspondiente.

Distribución de los eigenvalores de 1000 acciones de NASDAQ.

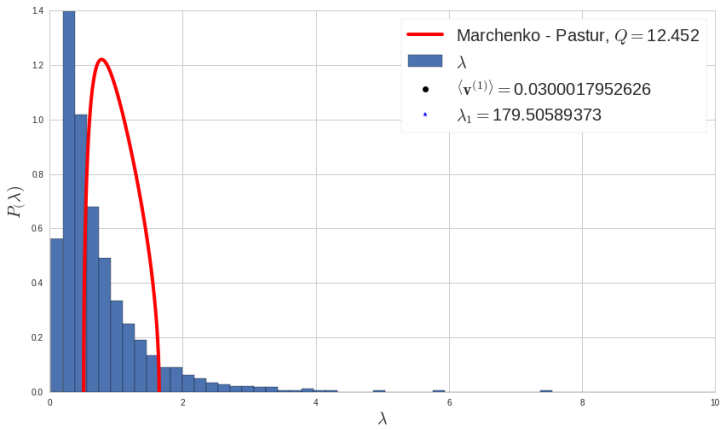


Figura 4.4: Distribución de probabilidad para los eigenvalores de la matriz de correlación de las 1000 acciones de NASDAQ con un $\Delta t = 15min$ y un desfase $\tau = 0$ en azul, junto con la distribución *Marchenko-Pastur* para el ensamble de Wishart en rojo, el valor de λ_1 y el promedio de su eigenvector correspondiente. Nuevamente puede observarse la repulsión de eigenvalores.

Como se ha podido observar, se ha presentado la repulsión de niveles en los conjuntos de datos analizados además de un eigenvector $\mathbf{v}^{(1)}$ con un promedio $\left\langle \mathbf{v}^{(1)} \right\rangle \approx 0$, esto último puede verse como un decrecimiento de rango de la matriz de correlaciones **C** que puede verse de la siguiente forma:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C'}, \qquad \mathbf{C}_1 = \mathbf{b1} \tag{4.1}$$

donde **1** es una matriz de unidades. Entonces, λ_1 puede considerarse como un factor que afecta a toda la matriz de correlaciones, conocido como factor de mercado en economía, es decir, que λ_1 funciona como un atractor que afecta a una gran parte del sistema. Además, el eigenvalor λ_1 está dado por las correlaciones de una o un pequeño número de acciones con la mayor capitalización, lo que índica que mientras mayor sean las capitalizaciones mayores serán las correlaciones en el sistema (Kwapien y Drozdz, 2012).

Desdoblamiento de Eigenvalores/Análisis de RMT

Ahora, se busca analizar la distribución de vecinos cercanos de los eigenvalores por lo que es necesesario realizar un desdoblamiento de los mismos. Para esto se calculan las distribuciones de probabilidad acumulada esperada de los eigenvalores y se les realiza un ajuste polinomial, la figura Fig.4.5 muestra dicha distribución para ambos grupos de acciones (EUA y NASDAQ), la distribución es igual para ambos grupos debido a que tienen el mismo número de elementos.

Distribución acumulada de eigenvalores esperados para 1000 acciones.

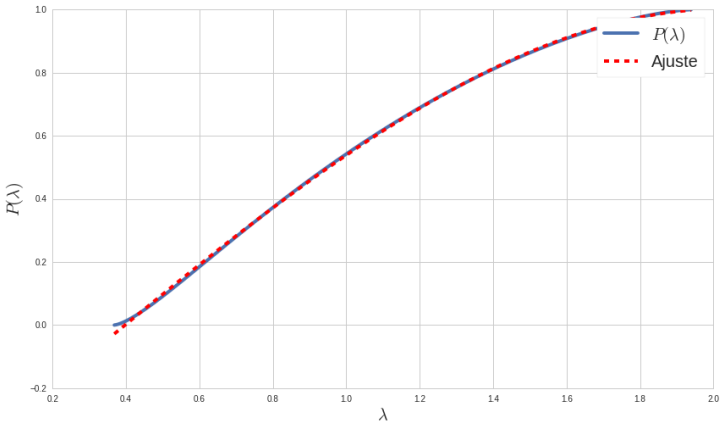
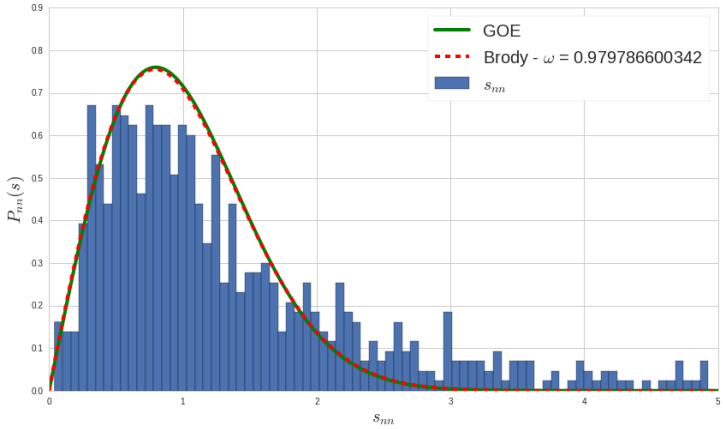


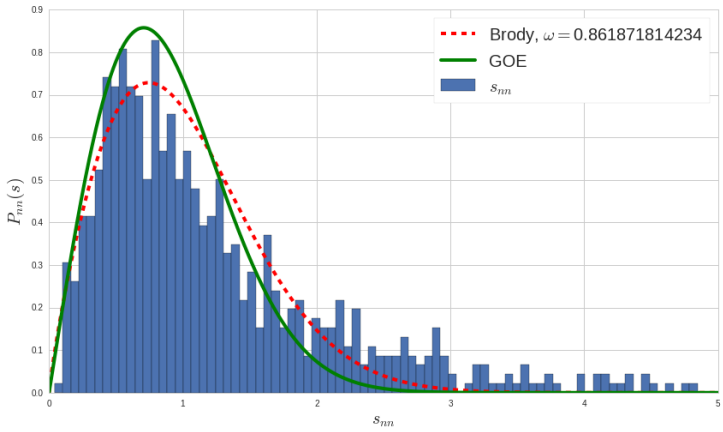
Figura 4.5: Distribución de probabilidad acumulada para los eigenvalores esperados de la matriz de correlación de las 1000 acciones (NASDAQ y EUA) en azul, junto con el ajuste polinomial en rojo.

Se realiza el desdoblamiento de los eigenvalores siguiendo (2.11) sin tomar en cuenta el $15\,\%$ de cada lado de los espectros de eigenvalores empíricos para evitar un sobreajuste, y se calcula la distribución de vecinos cercanos. Las figuras Fig.4.6a y Fig.4.6b muestran dichas distribuciones para los eigenvalores desdoblados de las acciones de NASDAQ y las de mayor capital de EUA respectivamente, además se muestra un ajuste de la distribución de *Brody* a la distribución de vecinos cercanos en donde el grupo de acciones de NASDAQ se ajustan a un parámetro $\omega = 0.9797$ con una $R^2 = 0.8188$ mientras que las acciones de EUA se ajustan a $\omega = 0.8618$ con una $R^2 = 0.7811$, esta diferencia puede deberse a que el grupo de acciones de EUA maneja una mayor cantidad de capital, lo que ocasiona que exista una mayor fuerza o correlación entre las acciones y se presenten menos correlaciones aleatorias.

Distribuciones de los vecinos cercanos.



(a) Distribución de los vecinos cercanos para las 1000 acciones de NASDAQ.



(b) Distribución de los vecinos cercanos para las 1000 acciones de EUA.

Figura 4.6: Distribución de vecinos cercanos para las 1000 acciones de NASDAQ (a) y EUA (b) con un muestro $\Delta t = 30min$ en azul, junto con la distribución GOE $\omega = 0.957$ en verde y la distribución de Brody con $\omega = 0.9797$ (a) y $\omega = 0.8618$ (b) en rojo. Se puede observar como las acciones del NASDAQ se ajustan mejor a la distribución de GOE, esto puede deberse a la diferencia de capitalizaciones.

Puede observarse en las figuras Fig.4.6a y Fig.4.6b que la distribución de las acciones de NASDAQ se acerca más a la distribución de GOE. Además, con la finalidad de analizar si el mercado financiero ha cambiado con el tiempo, se realizó el mismo procedimiento para los datos de NASDAQ pero tomados del periodo 2003-2005 y se obtuvo la distribución mostrada en la figura Fig.4.7 donde puede observarse que el ajuste sobrepasa el límite de la distribución de Brody con $\omega = 0.9185$ y una $R^2 = 0.6212$. Aunque la mayoría de los espaciamientos s_{nn} se encuentran dentro de la distribución GOE, existe un número considerable de $s_{nn} > 3$ por lo que el ajuste no es confiable.

Distribución de los vecinos cercanos para las acciones de NASDAQ (2003-2005).

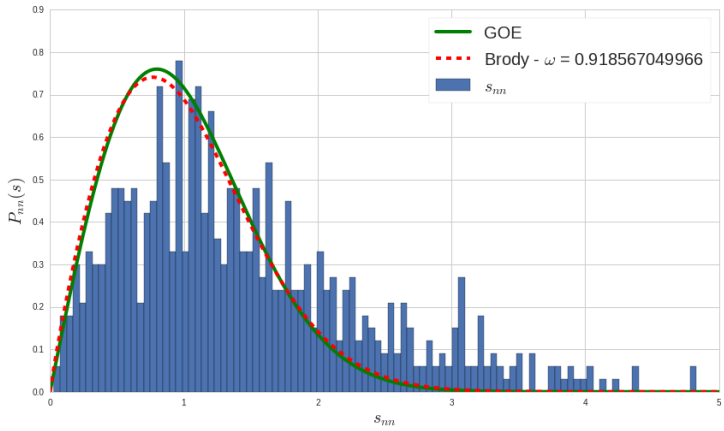


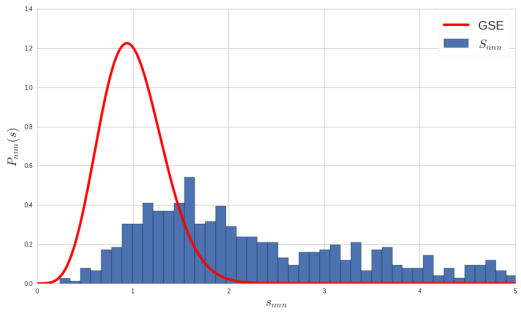
Figura 4.7: Distribución de vecinos cercanos para las 1000 acciones de NASDAQ con un muestro $\Delta t = 30min$ para el periodo del 28-09-2003 al 27-07-2005 en azul, junto con la distribución GOE $\omega = 0.957$ en verde y la distribución de Brody con $\omega = 0.9185$ en rojo. Puede observarse que la distribución de las acciones no se ajusta del todo a la distribución GOE.

En este caso las diferencias observadas pueden ser ocasionadas debido a las variaciones en las capitalizaciones, en la Fig.4.7 se muestra el mercado con menor capitalización de los tres y se observa que la mayoría de los eigenvalores dentro del espectro de Wishart representan correlaciones aleatorias, mientras que en la Fig.4.6b donde se tienen las capitalizaciones más altas se muestra que existe una gran desviación con la RMT. Además, el hecho de la baja confiabilidad en los ajustes puede deberse a periodos de alta volatilidad o crisis económica, como la burbuja de vivienda en EUA en los años 2003-2011, donde el mercado se

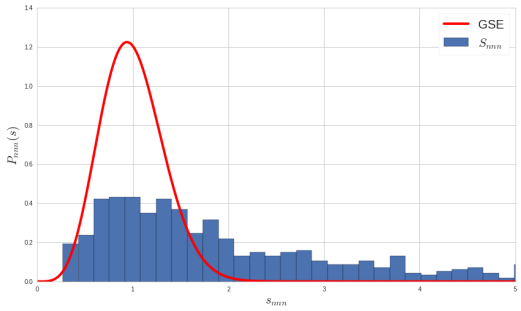
encuentra fuertemente correlacionado (Leonidas y Italo, 2011).

Ahora, se continúa con el análisis RMT y se calcula la distribución de los siguientes vecinos cercanos utilizando los mismos eigenvalores desdoblados y se obtienen las distribuciones mostradas en las figuras Fig.4.8a y Fig.4.8b en donde puede observarse que ninguno de los dos grupos de acciones está dentro del GSE, lo que significa que existen correlaciones reales de largo alcance entre los eigenvalores que estan dentro del ensamble de Wishart.

Distribuciones de los siguientes vecinos cercanos.



(a) Distribución de los siguientes vecinos cercanos para las acciones de NASDAQ.



(b) Distribución de los siguientes vecinos cercanos para las acciones de EUA.

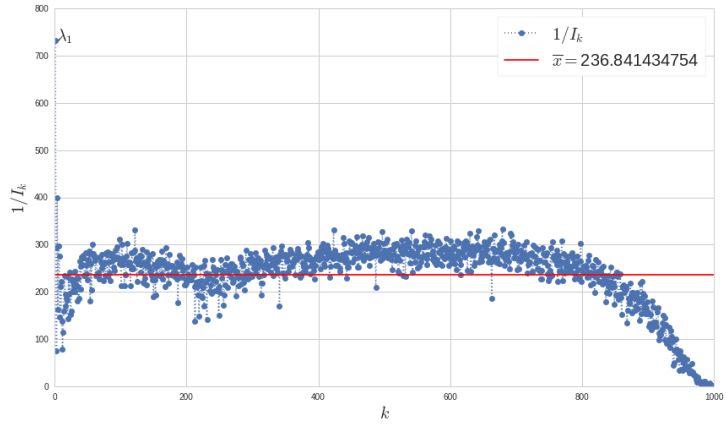
Figura 4.8: Distribución de los siguientes vecinos cercanos para las 1000 acciones de NASDAQ (a) y EUA (b) con un muestreo $\Delta t = 30min$ en azul, junto con la distribución GSE en rojo. Se observa que ninguno de los conjuntos de acciones se ajusta a la RMT, mostrando correlaciones reales de largo alcance entre los eigenvalores.

Luego de este análisis, puede observarse que los eigenvalores dentro del espectro de la matriz de Wishart no son del todo generados por el ruido ocasionado por utilizar series de tiempo de longitud finita; ello contradice a los resultados obtenidos en los trabajos anteriores (Plerou y cols., 2002), además, es posible observar diferencias entre las partes del mercado analizadas, acciones de NASDAQ y EUA. Como se mencionó anteriormente estos resultados pueden deberse a la diferencia entre las capitalizaciones de las acciones de NASDAQ y de EUA, siendo estas últimas mayores, ocasionando que el mercado esté más correlacionado y que un mayor número de eigenvalores dentro del espectro de Wishart (Kwapien y Drozdz, 2012) sea generado por correlaciones reales. Lo anterior explicaría las desviaciones con la RMT y con respecto a los resultados obtenidos en (Plerou y cols., 2002), cuyos datos utilizados son de 1994-1995 donde la capitalización del mercado era mucho menor a la del 2016-2017.

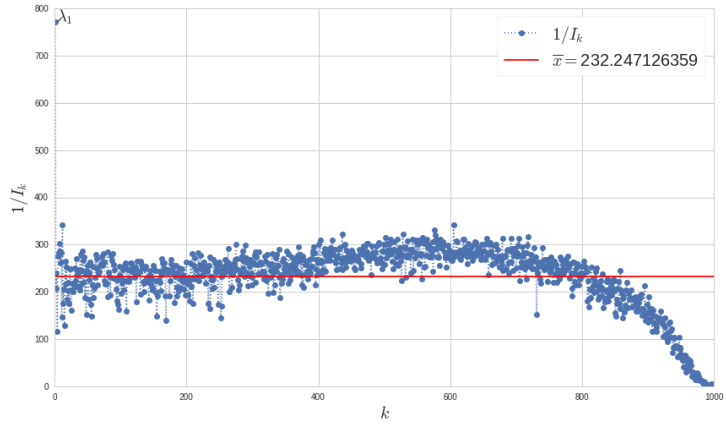
Índice de Participación de los Eigenvalores

Usando la ecuación (2.13) se calculó el índice de participación para los eigenvectores provenientes de las matrices de correlación para las 1000 acciones de NASDAQ y EUA con un muestreo de 15min obteniendo resultados similares que respaldan los arrojados por la Fig.4.4 y los arrojados por el análisis de los eigenvalores desdoblados (análisis de RMT). La figura Fig.4.9 muestra como el eigenvector correspondiente a λ_1 presenta un índice de participación de más del $70\,\%$, confirmando la fuerte correlación que existe y el factor de mercado que ocasiona un comportamiento colectivo y está representado por dicho eigenvalor. Además se aprecia la diferencia de capitalizaciones entre las acciones del NASDAQ y las de EUA, lo que provoca el aumento en el índice de participación en estas últimas.

Índices de participación de los eigenvalores.



(a) Índice de participación de acciones del NASDAQ.



(b) Índice de participación de acciones de EUA.

Figura 4.9: Índices de participación para los eigenvectores de las 1000 acciones de NASDAQ (a) y EUA (b) con un muestreo de $15min$ en azul, junto con el índice de participación promedio en rojo. Se observa como el eigenvalor λ_1 tiene una contribución por arriba del $70\,\%$, siendo mayor para el grupo de acciones de EUA. Estos resultados concuerdan con la repulsión de niveles observada en la distribución de los eigenvalores.

4.2. Verificación de la Invarianza de escala y Criticalidad Auto-organizada

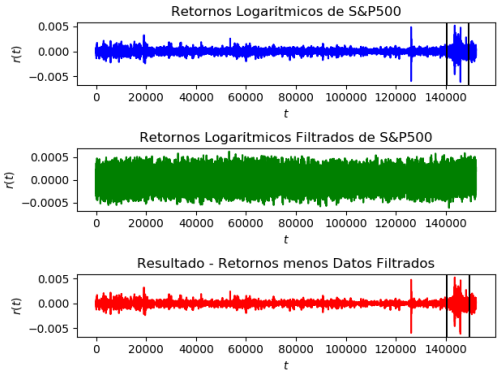
Con la finalidad de comprobar si existe invarianza de escala y criticalidad auto-organizada en el mercado financiero, se aplicó a los valores históricos de los índices la transformada de wavelets definida en la sección 2.7, con la finalidad de encontrar comportamientos en forma de leyes de potencias en los periodos de avalanchas, y en el duración de las mismas (Bak, Tang, y Wiesenfeld, 1988), (Bak y cols., 1987) y (Bartolozzi y cols., 2005).

Al aplicar la transformada de wavelets a los datos, se realiza un filtrado del ruido para facilitar la visualización y el trabajo con los eventos en forma de avalanchas. La Fig.4.10 muestra los datos originales en azul, en verde el ruido, es decir, los datos obtenidos luego de aplicar el filtro a los picos pertenecientes a los eventos abruptos, y finalmente en rojo se muestra el residuo obtenido de restar el ruido de los datos originales. Este último representa los eventos abruptos en los que se realizará el análisis.

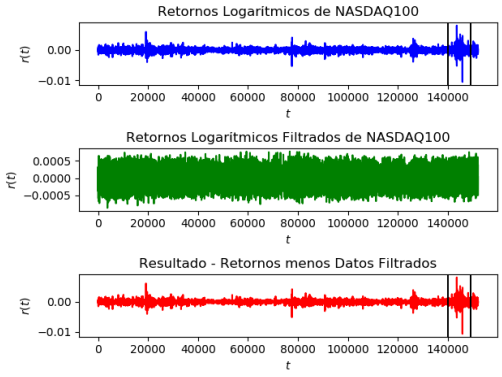
Luego de tener los residuos $R(t)$, se calcula la volatividad v del índice con la ecuación (3.2) y con esto se calculan las avalanchas V y los tiempos D y L de acuerdo a la sección 2.7. La Fig.4.11 muestra las avalanchas V en azul, las duraciones D en verde y las duraciones L en rojo. En las figuras Fig.4.10 y Fig.4.11 es posible observar que existen periodos de gran volatilidad que se presentan en los cuatro índices al mismo tiempo, esto puede verse como un indicador de la invarianza de escala en el mercado.

Es importante mencionar que debido a que las avalanchas están definidas con respecto a los eventos abruptos y no respecto al tiempo, es posible que un índice presente un mayor número de avalanchas con volumen y duración reducidas, esto puede observarse en la figura Fig.4.11 en donde el índice NIKKEI tiene cerca de 12000 avalanchas y un volumen máximo $V \approx 0.0002$, mientras que el índice S&P presenta menos de 10000 avalanchas con un volumen máximo $V > 0.0005$. Esta diferencia de avalanchas entre los índices puede ser ocasionada debido al tamaño y a la cantidad de capital que se maneja en cada uno de ellos, siendo el S&P el de mayor capital.

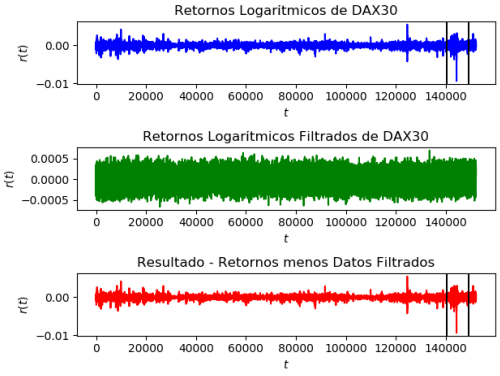
Resultados de la transformada de wavelets.



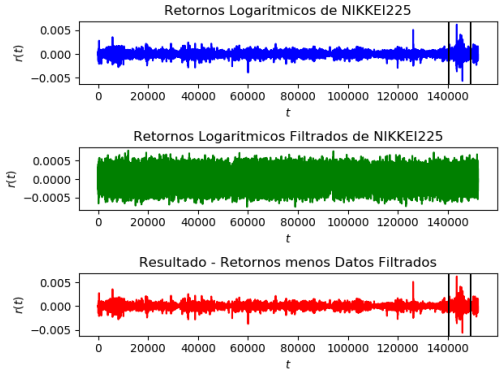
(a) S&P500



(b) NASDAQ100



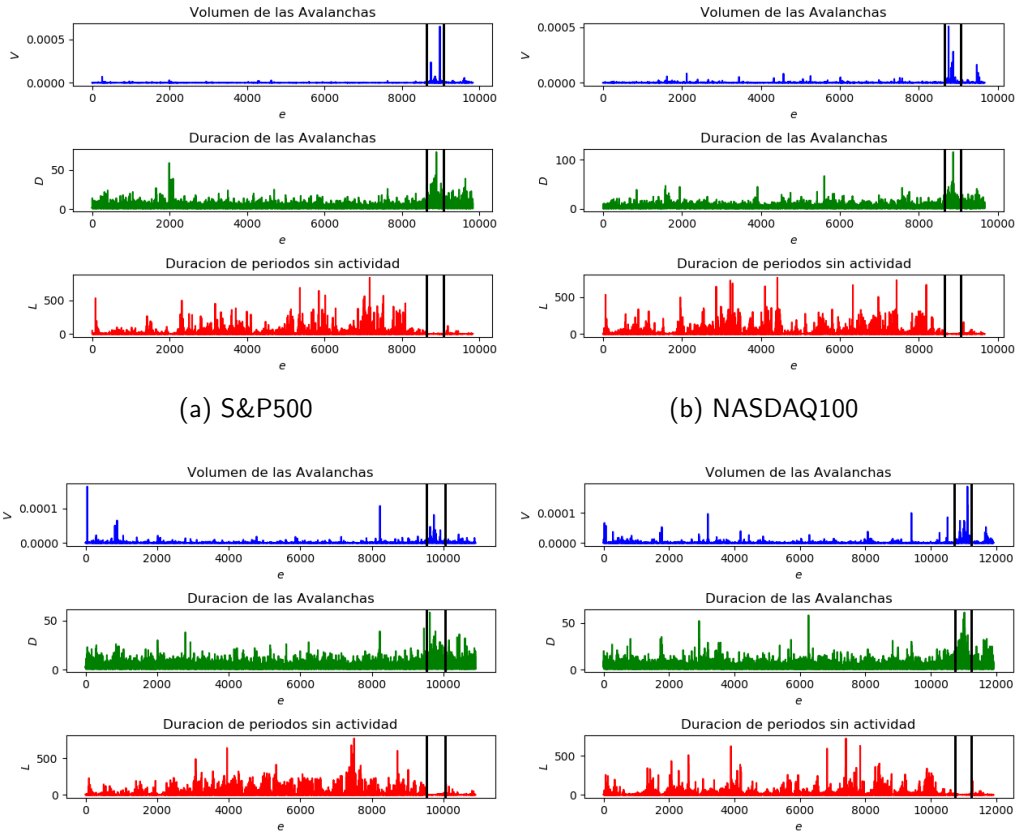
(c) DAX30



(d) NIKKEI225

Figura 4.10: Aquí se muestran los datos de los índices en azul, el ruido obtenido al aplicar la transformada de wavelets en verde y los residuos obtenidos al restar estas dos últimas en rojo. Los residuos contienen la información de los eventos abruptos que son de interés para el análisis en busca de criticalidad e invarianza de escala. Es posible observar que existen periodos donde la actividad es semejante en los cuatro índices, en especial cuando $t > 12000$.

Avalanchas y su duración.



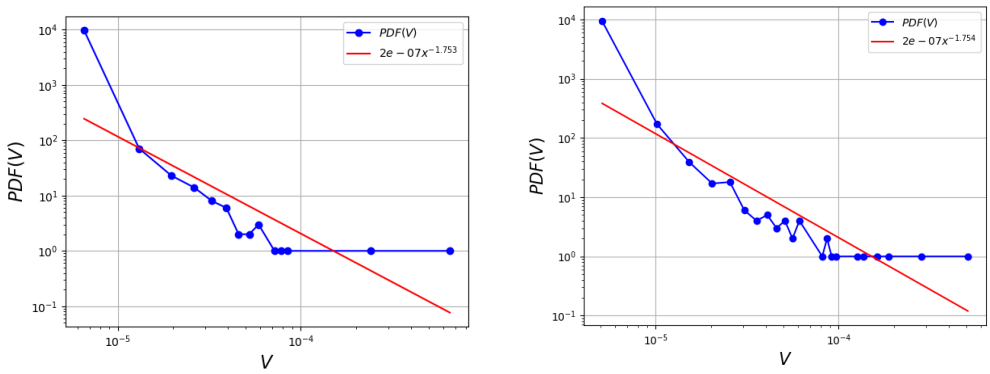
(a) S&P500 (b) NASDAQ100

(c) DAX30 (d) NIKKEI225

Figura 4.11: Se muestran las avalanchas V en azul para cada uno de los índices, su duración D en verde y la duración de los periodos sin actividad en forma de avalanchas L en rojo. Nuevamente se puede apreciar la similitud entre las avalanchas presentes en los cuatro índices. Cabe destacar que las avalanchas están definidas en base a los eventos abruptos, de forma que los índices DAX y NIKKEI presentan una mayor cantidad de eventos pero con un volumen y duración máxima menores a diferencia de los índices S&P y NASDAQ

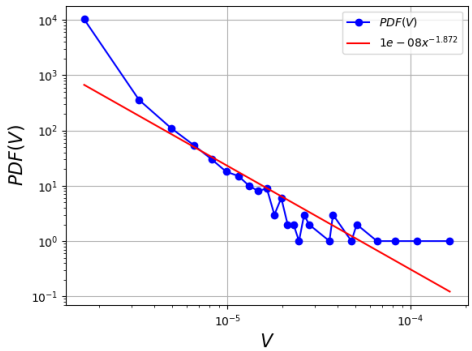
Con estos valores V, D y L, se calculan distribuciones de probabilidad log-log con la finalidad de observar si se adaptan a leyes de potencias. Las Fig.4.12, Fig.4.13, Fig.4.14 muestran la distribuciones de probabilidad para las avalanchas V, la duración D y la duración L respectivamente junto con un ajuste de leyes de potencias. En cada una de ellas es posible observar como las distribuciones de probabilidad se ajustan a un comportamiento de leyes de potencias que concuerda con lo obtenido por (Bartolozzi y cols., 2005) y que se desvía de los requerimientos clásicos de criticalidad de Bak (Bak y cols., 1996), pero al igual que (Bartolozzi y cols., 2006) se establece que se presenta invarianza de escala en el mercado, ya que, además del comportamiento en forma de leyes de potencias, puede observarse en las figuras Fig.4.10 y Fig.4.11. que los eventos abruptos y avalanchas se presentan a lo largo de los cuatro índices.

Distribución de probabilidad de las avalanchas.

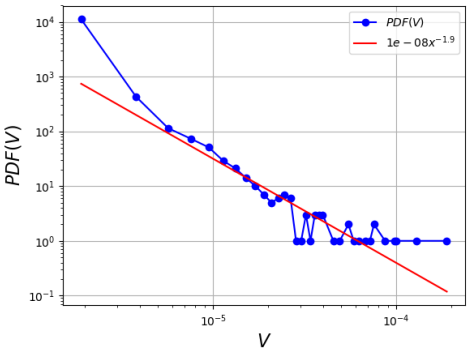


(a) S&P500

(b) NASDAQ100



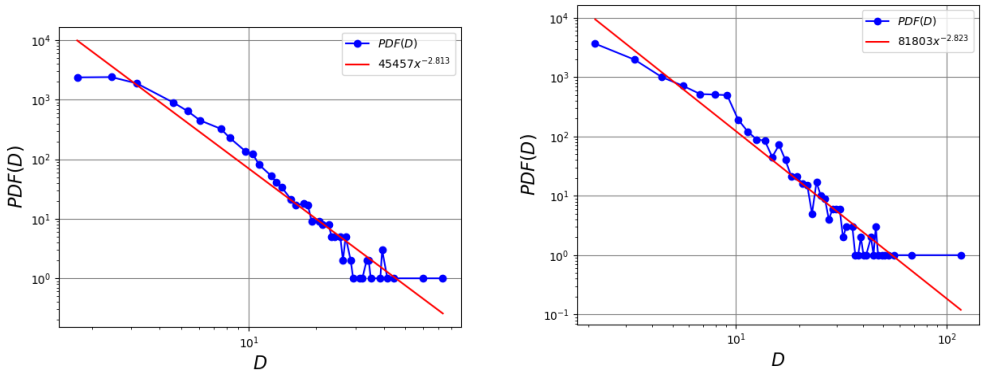
(c) DAX30



(d) NIKKEI225

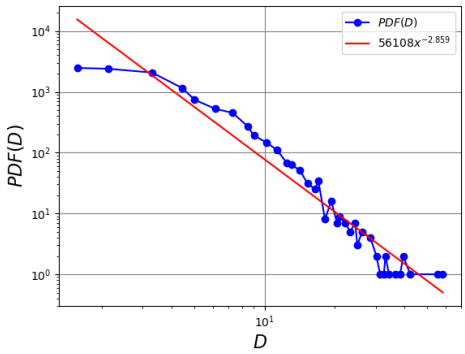
Figura 4.12: Se muestra la distribución de probabilidad de las avalanchas en azul, junto con un ajuste de leyes de potencias en rojo. Puede observarse un comportamiento en forma de leyes de potencias para cada uno de los índices. De acuerdo a (Bak y cols., 1996) este es un requisito para la criticalidad auto-organizada. Además es posible observar las similitudes en los comporamientos entre los cuatro índices, con las distribuciones variando solo un poco.

Distribución de probabilidad de la duración de las avalanchas.

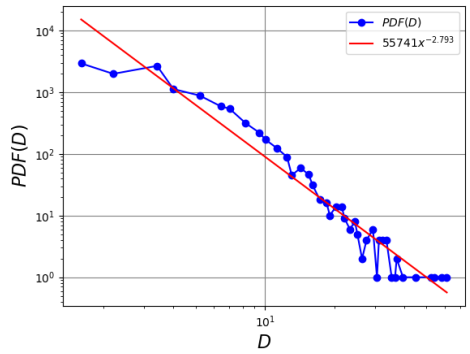


(a) S&P500

(b) NASDAQ100



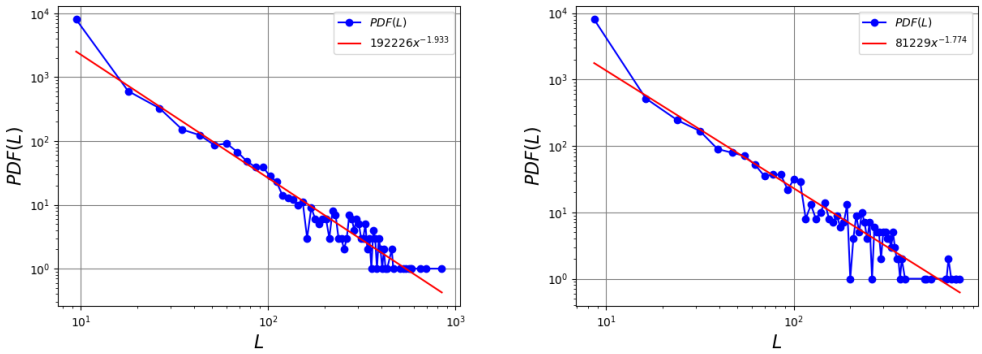
(c) DAX30



(d) NIKKEI225

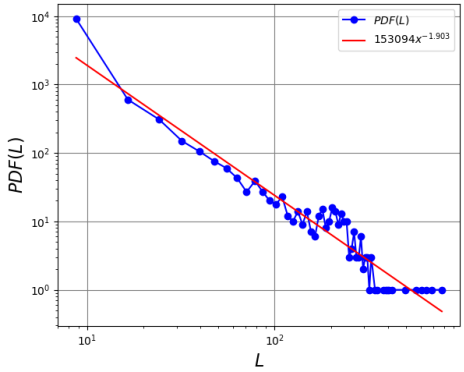
Figura 4.13: Esta figura muestra la distribución de probabilidad para las duraciones de las avalanchas en azul, junto con un ajuste de leyes de potencias. Es posible observar un comportamiento en forma de leyes de potencias en cada uno de los índices. De acuerdo a (Bak y cols., 1996) este es un requisito para la criticalidad auto-organizada.

Distribución de probabilidad de los periodos de inactividad.

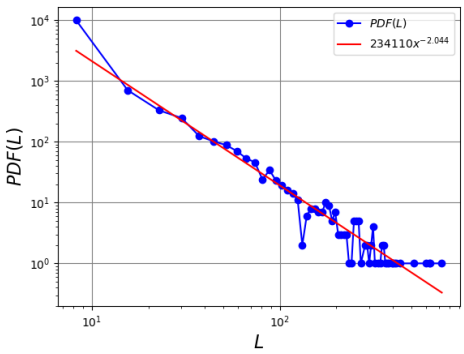


(a) S&P500

(b) NASDAQ100



(c) DAX30



(d) NIKKEI225

Figura 4.14: Se muestra la distribución de probabilidad para las duraciones de los periodos de inactividad en azul, junto con un ajuste de leyes de potencias en rojo. Puede observarse un comportamiento en forma de leyes de potencias. De acuerdo a (Bak y cols., 1996) este comportamiento no es representativo de la criticalidad auto-organizada, es requerido un comportamiento exponencial para los tiempos en donde no ocurren avalanchas, por lo que el sistema no se encuentra en un estado de criticalidad. Además, al igual que en las figuras Fig.4.13 y Fig.4.13 puede observarse como los cuatro índices se comportan de manera similar gracias a la invarianza de escala.

CAPÍTULO: 5

Conclusiones

Se han analizado distintas partes del mercado financiero, en particular el mercado de acciones, con el objetivo de comprobar si existe alguna de las propiedades que lo definan como sistema complejo y que ayuden a describirlo de mejor manera. Se analizó que tan correlacionadas están las acciones de las empresas de Estados Unidos verificando el comportamiento colectivo del sistema como se realizó en (Plerou y cols., 2002), consiguiendo resultados similares al respecto del factor que gobierna al mercado, pero con discrepancias de acuerdo a los eigenvalores contenidos en el espectro de Wishart, estableciendo que la evolución del mercado lo ha llevado a generar correlaciones que pueden confundirse con ruido.

También se analizaron índices de EUA, Alemania y Japón, encontrando que existen eventos abruptos y avalanchas que ocurren al mismo tiempo en cada uno de ellos, lo cual índica la existencia de invarianza de escala en el mercado. En este caso, las avalanchas se ven representadas como los eventos de mayor volatilidad en el índice y, al observar como se distribuyen sus volúmenes y las duraciones de cada una de ellas, se observaron comportamientos en forma de leyes de potencias de la misma forma que en (Bartolozzi y cols., 2006), por lo que se puede afirmar que existe invarianza de escala en el sistema. De igual forma, el comportamiento en leyes de potencias se observa en los periodos de inactividad o donde no se presentan avalanchas, este resultado es igual al obtenido por (Bartolozzi y cols., 2005) y es difícil llegar a una conclusión al respecto de si el sistema está o

no en un punto crítico, debido a que, según (Bak y cols., 1996), se requiere un comportamiento exponencial en los periodos de inactividad por lo que se establece que el sistema no presenta criticalidad auto-organizada, sin embargo es posible que se encuentre en un estado cerca a la criticalidad debido a que cumple con las otras dos características.

De esta forma, se observaron tres propiedades de sistema complejo en el mercado financiero (comportamiento colectivo, invarianza de escala y criticalidad auto-organizada). Además fue posible apreciar cambios en la estructura interna del sistema al presentar un mayor número de correlaciones reales junto con un eigenvalor λ_1 más grande de lo observado en trabajos anteriores. Lo que establece que el mercado financiero sigue comportandose como sistema complejo, al menos en algunas de sus partes, a pesar de la gran evolución que ha presentado a lo largo de los años.

Referencias

Abarbanell, J. S., y Bushee, B. J. (1997). Fundamental analysis, future earnings, and stock prices. *Journal of Accounting Research*, *35*(1), 1–24. Descargado de `http://www.jstor.org/stable/2491464`

Bak, P., y cols. (1996). How nature works: the science of self-organized criticality. *Nature*, *383*(6603), 772–773.

Bak, P., Tang, C., y Wiesenfeld, K. (1987). Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise. *Physical review letters*, *59*(4), 381.

Bak, P., Tang, C., y Wiesenfeld, K. (1988, 07). Self-organized criticality. , *38*, 364-374.

Bartolozzi, M., Leinweber, D. B., y Thomas, A. W. (2005, 1). Self-organized criticality and stock market dynamics: an empirical study. *Physics Reports*, *350*, 451-465. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2004.11.061

Bartolozzi, M., Leinweber, D. B., y Thomas, A. W. (2006, 5). Scale-free avalanche dynamics in the stock market. *Physica A*, *370*, 132-139. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2006.04.024

Breda, M. (2013, 5). The secret of fear and greed behind financial decision making.

Coulling, A. (1996, 9). A complete guide to volume price analysis.

Farge, M. (1992). Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, *24*(1), 395-458. doi: 10.1146/annurev.fl.24.010192.002143

Kovács, P., Carbone, V., y Vörös, Z. (2001). Wavelet-based filtering of intermittent events from geomagnetic time-series. *Planetary and Space Science*, *49*, 1219-1231.

Kumar, P., y Foufoula-Georgiou, E. (s.f.). Wavelet analysis for geophysical applications. *Reviews of Geophysics*, *35*(4), 385-412. doi: 10.1029/97RG00427

Kwapien, J., y Drozdz, S. (2012, 1). Physical approach to complex systems. *Physics Reports*, *515*, 115-226. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2012.01.007

Leonidas, S., y Italo, D. P. (2011, 08). Correlations of financial markets in times of crisis. *Physica A*, *391*, 187-208. doi: 10.1016/j.physa.2011.07.023

Molina, R. (2001, 11). Caos cuántico en sistemas hamiltonianos de muchos cuerpos.

Murphy, J. J. (1999, 1). Technical analysis of the financial markets: A comprehensive guide to trading methods and applications.

Müller, M., López, Y., Rummel, C., y Baier, G. (2006, 10). Localized short-range correlations in the spectrum of the equal-time correlation matrix. *Physical Review E*, *74*(041119), 1-9. doi: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.74.041119

Pan, R. K., y Sinha, S. (2007, 7). Collective behavior of stock price movements in an emerging market. *Physical Review E*, *76*(046116), 1-9. doi: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.76.046116

Plerou, V., Gopikirshnan, P., Rosenow, B., Amaral, L. A. N., Guhr, T., y Stanley, H. E. (2002, 6). Random matrix approach to cross correlations in financial data. *Physical Review E*, *65*, 1-18. doi: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.65.066126

Schubert, K. (2012). *On the convergence of the nearest neighbour eigenvalue spacing distribution for orthogonal and symplectic ensembles.* (Tesis Doctoral no publicada).

Wang, G.-J., Xie, C., Chen, S., Yang, J.-J., y Yang, M.-Y. (2013, 4). Random matrix theory analysis of cross-correlations in the us stock market: Evidence from pearson's corrleation coefficient and detrended cross correlation coefficient. *Physica A*, *392*, 3715-3730. doi: http://dx.doi.org/10.1103/j.physa.2013.04.027

Curriculum Vitae

Contacto

Calle Campo del Platanar #9910, Col. Campo Bello, Chihuahua, Chih. CP. 31124

6142781517, bernardo.dlrocha@gmail.com

Formación Académica

2018 Estancia en la empresa holandesa MedInReal como ayudante en un proyecto de reconocimiento de voz y diagnóstico médico.

2010 - 2015 Ingeniero Físico de la Universidad Autónoma de Chihuahua, con una tesis titulada: "Monitor de Signos Vitales: Pulso Oxímetro".

2007 - 2010 Graduado de Bachillerato con Capacitación en Informática de la PREFECO Activo 20-30 Albert Einstein.

Cursos y Seminarios

2018 Curso de Sistemas Embebidos y FPGA impartido por el Dr. Casimiro Gómez en la Universidad Autónoma de Chihuahua.

2014 Asistencia y participación en el LVII Congreso Nacional de Física presentando un trabajo titulado: "Colorímetro para el análisis de calidad de alimentos".

Publicaciones

2017 Artículo de divulgación titulado "Pulso oxímetros: conociendo el nivel de oxígeno en la sangre" en la revista Finguach, Año 4, número 13, Noviembre 2017, ISSN: 2448-5489.