

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA

FACULTAD DE ZOOTECNIA Y ECOLOGÍA

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO



**GUÍA PRÁCTICA PARA LA SOLUCIÓN E INTERPRETACIÓN DE
DISEÑO DE EXPERIMENTOS**

POR:

ING. VALDEMAR TAPIA NÚÑEZ

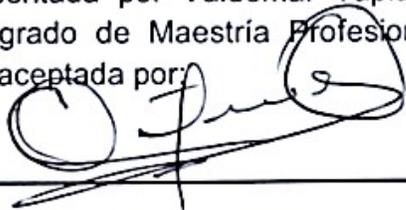
TESINA PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA PROFESIONAL EN ESTADÍSTICA APLICADA

CHIHUAHUA, CHIH., MÉXICO

OCTUBRE DE 2016

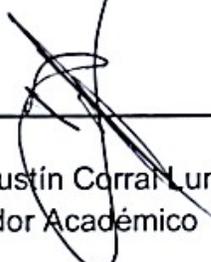
Guía práctica para la solución e interpretación de diseño de experimentos.
Tesina presentada por Valdemar Tapia Núñez como requisito parcial para
obtener el grado de Maestría Profesional en Estadística Aplicada, ha sido
aprobada y aceptada por:



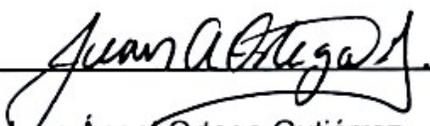
Ph. D. Carlos Ortega Ochoa
Director de la Facultad de Zootecnia y Ecología



Ph. D. Alma Delia Alarcón Rojo
Secretaria de Investigación y Posgrado



D. Ph. Agustín Corral Luna
Coordinador Académico



Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez
Presidente.

06- Octubre -2016

Fecha

Comité:

Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez
Dr. Nicolás Callejas Juárez
M. P. E. A. Francisco Javier Camarillo Acosta

© Derechos Reservados
VALDEMAR TAPIA NÚÑEZ
DIRECCIÓN: PERIFÉRICO
FRANCISCO R. ALMADA KM. 1,
CHIHUAHUA, CHIH., MÉXICO
C.P. 31453

OCTUBRE 2016

AGRADECIMIENTOS

A la empresa “QSS Consulting SC” por los medios y recursos proporcionados.

A la Facultad de Zootecnia y Ecología de la Universidad Autónoma de Chihuahua, por las facilidades otorgadas para el estudio y desarrollo de esta maestría.

Al Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez, por todo el apoyo proporcionado, su enseñanza, su asesoría, por sus comentarios, por la revisión y apoyo para la realización de esta tesina.

Al M. P. E. A. Guadalupe Nelson Aguilar Palma, por su amistad, su apoyo, por compartir sus conocimientos y la asesoría para la realización de este documento.

Al M. P. E. A. Francisco Javier Camarillo Acosta por su apoyo en la revisión de este documento.

Al Dr. Nicolás Callejas Juárez por su apoyo en la revisión de este documento.

A todo el personal administrativo de la Facultad de Zootecnia y Ecología, por el apoyo y atenciones recibidas.

A todos mis maestros y mis compañeros con quienes conviví en esta Facultad.

DEDICATORIA

A MI ESPOSA,

Ana Guillermina Navarro Almeida, por su invaluable comprensión,
paciencia y apoyo.

A MIS HIJAS,

Laura Tapia y Andrea Tapia por su comprensión y por ser mi motivación
para continuar superándome.

A MIS PADRES,

Valdemar Tapia Corral y Leticia Núñez Flores por la formación,
educación y valores.

CURRICULUM VITAE

El autor nació el 12 de diciembre de 1960 en Cd. Camargo, Chihuahua, México.

- 1980-1984 Estudios de Licenciatura en el Instituto Tecnológico de Chihuahua, obteniendo el título de Ingeniero Industrial en la especialidad de Producción.
- 1984-1985 Productos Magnéticos de Chihuahua planta 20, desempeñando el puesto de Supervisor de Producción.
- 1985-1986 Alambrados y Circuitos desempeñando el puesto de Supervisor de Manejo de Materiales..
- 1987-1992 Altec Electrónica de Chihuahua desempeñando el puesto de Coordinador de laboratorio de pruebas
- 1992-1993 Lunkomex, desempeñando el puesto Gerente de Calidad.
- 1993-1994 CCV puesto: Ingeniero de Inspección de entrada.
- 1994-1995 Digital Equipment Corporation puesto de Ingeniero de Calidad.
- 1995-1996 AVX Avío Excelente Coordinador del Sistema de Calidad.
- 1996-2001 Motorola de Chihuahua en el puesto Coordinador de Ingeniería de Materiales y el puesto Gerente de desarrollo de proveedores.
- 2001- actual QSS Consulting SC desempeño el puesto de Director general.
- 2007-2011 Estudios de Posgrado en la Universidad Autónoma de Chihuahua, Facultad de Zootecnia.

RESUMEN

GUÍA PRÁCTICA PARA LA SOLUCIÓN E INTERPRETACION DE DISEÑO DE EXPERIMENTOS

POR:

ING. VALDEMAR TAPIA NÚÑEZ

Maestría Profesional en Estadística Aplicada

Secretaria de Investigación y Posgrado

Facultad de Zootecnia y Ecología

Universidad Autónoma de Chihuahua

Presidente: Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez

El objetivo de esta tesina fue mostrar los diseños de experimentos más comunes con aplicación en la industria. En cada uno de ellos se simularon distintas condiciones, para analizar la dureza del acero. El caso 1 fue un diseño completamente al azar con un factor y cuatro niveles de porcentaje de carbono en la mezcla, se concluyó que el factor de carbono influye sobre la dureza del metal. En el caso 2 se analizan dos factores: carbón en tres niveles y temperatura en dos niveles, se simularon tres escenarios: En el primero el carbón fue significativo, en el segundo ambos factores lo fueron y en el tercero la interacción fue significativa. El caso 3 fue un diseño en bloques completamente aleatorizado con dos factores fijos (inspector y proveedor) cada uno con cuatro niveles ambos factores fueron significativos. El caso 4 correspondió a un cuadro latino 4X4 con factores de inspector y proveedor y el factor carbón en cuatro niveles, ambos factores fueron significativos. El caso 5 fue un diseño con arreglo factorial 2^K completo con tres factores: temperatura,

tratamiento térmico y contenido de carbón; el efecto de las interacciones dobles temperatura*tiempo y temperatura*carbón fue significativo.

ABSTRACT

PRACTICAL GUIDE FOR THE SOLUTION AND INTERPRETATION OF DESIGN OF EXPERIMENTS

BY:

ING. VALDEMAR TAPIA NÚÑEZ

The goal of this thesis was to show designs experiments common application in industry. In each different conditions they were simulated to analyze the hardness of steel. Case 1 was a completely randomized design with four levels of factor and carbon percentage in the mix, it was concluded that the carbon factor influences the hardness of the metal. In case 2, two factors are analyzed: coal on three levels and temperature at two levels, three scenarios were simulated: In the first the coal was significant, in the second they were both factors and the third the interaction was significant for 2 two factors are analyzed. Case 3 was a randomized complete block design with two fixed factors (inspector and provider) each with four levels both factors were significant. Case 4 corresponded to a 4x4 Latin square with factors inspector and coal supplier and factor in four to level, both factors were significant. Case 5 was a full factorial design 2K three factors: temperature, heat treatment and carbon content; the effect of double interactions time and temperature * * coal temperature was significant.



CONTENIDO

	Página
RESUMEN.....	vi
ABSTRACT.....	viii
LISTA DE CUADROS.....	xii
LISTA GRÁFICAS.....	xiii
LISTA DE FIGURAS.....	xiv
INTRODUCCIÓN.....	1
REVISIÓN DE LA LITERATURA.....	3
Calidad y Productividad.....	3
Sistema de Producción.....	4
Problemática de la Transformación.....	6
Diseños Factoriales.....	9
Diseños con Efectos Fijos.....	9
Diseño de Efectos Aleatorios.....	10
Conceptos Importantes.....	10
Análisis factorial.....	10
Efecto de interacción.....	10
Prueba de efectos principales.....	10
Tipos de Diseños de Experimentos.....	11
Diseño completamente al azar (DCA) con factor fijo.....	11
Diseño completamente al azar (DCA) con dos factores....	12
Diseño completamente al azar (DCA) con tres factores...	13



Diseño en bloques completamente aleatorios (DBCA).....	13
Diseño en cuadro latino (DCL).....	13
Diseño de experimentos factoriales 2^k	14
MATERIALES Y MÉTODOS.....	15
Caso 1. Diseño Completamente al Azar (DCA).....	15
Caso 2. Diseño Completamente al Azar (DCA) ANDEVA de dos Vías.....	18
Caso 3. Diseño en Bloques Completamente al Azar (DBCA).....	20
Caso 4. Diseño en Cuadro Latino.....	22
Caso 5. Diseño Factorial 2^k Completo.....	23
RESULTADOS Y DISCUSION.....	25
Caso 1. DCA con un ANDEVA de una Vía.....	25
Caso 2. ANDEVA de Dos Vías.....	34
Caso 2(a). Un factor significativo.....	34
Caso 2(b). Dos factores significativos.....	41
Caso 2(c). Dos factores e interacción significativos.....	44
Caso 3. Diseño en Bloques Completos Aleatorizados (DBCA)...	47
Caso 4. Diseño de Experimento de Cuadro Latino.....	51
Caso 5. Diseño de Experimentos Factorial 2^k Completos.....	54
Generación del diseño y captura de datos para el diseño 2^k	54
Análisis de datos para el diseño 2^k	57
Solución al DEF 2^k	57
Análisis de residuales y coeficientes de regresión.....	60
Instrucciones para generar gráficos del diseño.....	62



Gráficos como resultado del análisis del diseño 2^k	62
Instrucciones para optimizar el diseño factorial 2^k	65
Optimización y respuesta de Minitab 16 para el caso 5....	65
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	69
LITERATURA CITADA.....	70
ANEXOS.....	72
Anexo 1. Datos para el caso 1: (DCA) ANDEVA de una vía.....	73
Anexo 2. Datos para ilustrar el caso 2(a).....	74
Anexo 3. Datos para ilustrar el caso 2(b).....	75
Anexo 4. Datos para ilustrar el caso 2(c).....	76
Anexo 5. Datos para ilustrar el caso 3 DBCA.....	77
Anexo 6. Datos para ilustrar el caso 4 diseño en cuadro latino.	78
Anexo 7. Cuadro que muestra las corridas de tres diferentes factores en dos niveles de un diseño 2^k	79
Anexo 8. Datos para ilustrar el caso 5.....	80



LISTA DE CUADROS

Cuadro		Página
1	ANDEVA para el ajuste del modelo a los datos del caso 1...	27
2	Prueba de rango múltiple de Tukey.....	32
3	Análisis del efecto de la interacción para el caso 2(a).....	40
4	Análisis de la interacción para el caso 2(c).....	48



LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica		Página
1	Comportamiento de las medias de cuadrados mínimos.....	30

**LISTA DE FIGURAS**

Figura		Página
1	Secuencia de captura en Minitab 16 para probar el efecto de un factor.....	26
2	Análisis de los residuales para el caso 1.....	29
3	Análisis de varianza de la regresión.....	33
4	Secuencia para ajustar un modelo con efectos de dos factores principales y su interacción caso 2(a).....	35
5	Resultado del ANDEVA para el caso 2(a).....	36
6	Efecto de los factores principales e interacción.....	38
7	Secuencia para ajustar un modelo con efecto de dos factores principales y su interacción caso 2(b).....	42
8	Descripción del efecto de los factores principales de la interacción junto con la tabla del ANDEVA caso 2(b).....	43
9	Descripción del efecto de los factores principales y de la interacción junto con la tabla de ANDEVA para el caso 2(b)	45
10	Descripción del efecto de los factores principales y de la interacción junto con la tabla de ANDEVA para el caso 2(c)	46
11	Secuencia para ajustar un modelo a los datos en un DBCA	49
12	Descripción del efecto de los factores y tabla del ANDEVA para el DBCA.....	50
13	Secuencia para ajustar un modelo a los datos en un DCL...	52
14	Descripción del efecto de los factores junto con la tabla del ANDEVA para un DCL.....	53
15	Secuencia para crear el diseño factorial 2^k	55
16	Generación del DOE y captura de datos para el DEF 2^k	56
17	Secuencia para analizar datos en un DFE 2^k	58
18	Análisis de los datos para el DEF 2^3	59
19	Secuencia para el análisis de residuales y coeficientes de regresión.....	61
20	Secuencia para generar gráficos del DEF 2^3	63
21	Gráficos del DEF 2^3	64
22	Secuencia para optimizar el DEF 2^3	66
23	Optimización y respuesta de Minitab 16 para el caso 5.....	67



INTRODUCCIÓN

Para que una empresa sea competitiva en los mercados nacionales e internacionales es necesario que adopte técnicas de análisis de la información para optimizar sus proceso y sus recursos, estas técnicas deben ser aplicadas a su giro de negocio para hacerlo más eficiente y competitivo. Sus administradores deben tener conocimiento de estas herramientas de análisis (Santana, 2007).

Las empresas que proporcionan un producto o servicio se enfrentan sin excepción a problemas que les impiden lograr sus objetivos, por ejemplo: entender la variación en sus procesos, el desperdicio de materia prima, ajustes y/o fallas de máquinas, desperdicio en las actividades y/o problemas de calidad. Para resolver estos problemas, se han utilizado desde que se conceptualizaron y denominaron las 7 herramientas básicas de la calidad, enfatizadas y compiladas en el libro "Guía de Control de la Calidad" (Ishikawa, 1985). Estas herramientas permiten identificar las posibles causas o factores, pero generalmente no se evalúa cuantitativamente el efecto de cada uno de los factores identificados y en muchas ocasiones no se llega al análisis de las posibles interacciones de estos factores sobre una variable respuesta. A nivel estatal solo el 14 % de las empresas utilizan técnicas estadísticas de diseños experimentales y a nivel nacional es el 18 % información obtenida de los proyectos que se presentan en el Foro Estatal de Trabajo en equipo y del Foro Nacional de Trabajo en Equipo periodo de análisis del 2006 al 2014.

No existe otra forma conocimiento mejor que pueda ayudar a maximizar la calidad, la productividad y la competitividad como el uso de los métodos



estadísticos (Tanaco, 2008).

Se consideran como parte de estos métodos a los diseños de experimentos que son la realización de una o varias pruebas bajo condiciones controladas para conocer si ciertos factores (variables de entrada) afectan el comportamiento de una variable respuesta (variable de salida; Mathews, 2004). Al controlar las condiciones del experimento se puede estimar la razón del cambio en la variable de salida (Montgomery, 1991). Existen diseños de experimentos útiles para analizar los diferentes problemas que se presentan en la industria como por ejemplo: los diseños completamente al azar de una sola vía, arreglo factorial dos vías, modelos 2^k , bloques completamente aleatorios, cuadros latinos, diseños con medidas repetidas en el tiempo, entre otros.

Se presenta esta guía con el objetivo de mostrar la aplicación de diseños de experimentos básicos en la solución de problemas, que permita el estudio, control, reducción y eliminación de la variación en un proceso, mediante el uso del software Minitab 16, sirviendo de promotor para incrementar la utilización de estas técnicas en la solución de problemas y el control de la variación, en los procesos de producción. Este trabajo está enfocado a todos aquellos profesionales y usuarios que busquen la mejora continua de los procesos involucrados en la industria de transformación y de servicio.



REVISIÓN DE LITERATURA

Calidad y Productividad

A la calidad y productividad, para su estudio, se pueden dividir en cuatro etapas:

La primera etapa que podemos llamar “El inicio”, se conceptualiza con la aparición del hombre en la tierra donde los primeros grupos tenían que cazar, recolectar frutos o realizar algún bien o servicio para él o su grupo y de esta manera satisfacer sus necesidades primarias.

La segunda etapa que llamaremos “Los gremios”, se desarrolla durante la edad media, los trabajadores se asocian en grupos de trabajo común llamados gremios, quienes determinaban las normas y los estándares de calidad, proporcionándoles entrenamiento a los aprendices y trabajadores.

La tercera etapa que llamaremos “La inspección”, porque se establece que la calidad se puede controlar por medio de inspecciones en partes estratégicas del proceso de fabricación, también se le llama la etapa de la administración del control de la calidad, aquí los trabajadores se dividían entre quienes planeaban y los que supervisaban el trabajo, la calidad estaba en manos de los inspectores.

Y finalmente en la etapa cuatro que llamaremos “Administración Total de la Calidad” (TQM), que centra su atención principal en el control de los procesos y la mejora continua, se forman grupos de trabajo y círculos de control de calidad que se caracterizan por entender y lograr la satisfacción del cliente así como su rapidez para cumplir con los requerimientos y hacen uso de técnicas estadísticas para tomar decisiones (Berenson *et al.*, 1996).



En la actualidad las empresas u organizaciones requieren de soluciones rápidas y eficientes para hacer frente a sus problemas y oportunidades. Es de esperarse que el diseño de experimentos adquiera gran importancia, dado que permite conocer aquellos factores que controlan y estabilizan un sistema (Santana, 2007), de ahí la búsqueda de herramientas tales como diseño de experimentos que permitan realizar estos análisis.

La industria requiere evaluar la variación de un proceso y entender cómo trabaja una máquina para asegurar un trabajo óptimo, con ello proporcionar una solución inmediata a un problema de calidad y aunque los diseños de experimentos son una herramienta útil para ello, estos requieren de cierto nivel de entrenamiento.

Se reconoce al Sr. Ronald Fisher como el precursor de los diseños de experimentos, ya que él, utilizó técnicas estadísticas por primera vez y la varianza como herramienta para el análisis de datos, aplicando estos conceptos en la agricultura y biología (Montgomery, 2007).

Sistema de Producción

Los sistemas de producción están conformados por un conjunto de procesos sistematizados que, generan un producto o servicio con un valor agregado para el consumidor (Ibarra, 2013). Este conjunto de actividades interrelacionadas transforman la materia prima como entrada al sistema, para generar un producto como resultado del mismo (ISO 9000, 2005). La calidad del producto está determinada por un conjunto de variables, cada una de ellas con una cierta variabilidad en el rango de valores que puede tomar. La variabilidad es definida por el efecto de factores que pueden influir en las etapas del



sistema. Si estos efectos no son controlados, generan problemas de calidad en el sistema. En 1998, el nivel de calidad de las empresas americanas era de un nivel 4 Sigma, que equivale a 0.6 % de defectos aproximadamente (Wortman, 2001).

Las variables que se miden para evaluar la calidad de un producto se pueden clasificar por el tipo de variable y por la escala de medición. Por tipo son cualitativas y cuantitativas (Navidi, 2006). En las primeras se asigna un atributo como observación al elemento de muestreo, de tal manera que esto permite agrupar a las observaciones en categorías. La observación o no de un defecto en un producto, el alcanzar o no la vida útil de un producto en un anaquel, aceptación o rechazo en una inspección, son ejemplos de variables categóricas. En las segundas se asigna un valor numérico, número de defectos por pieza o por turno, número de horas extra pagadas por semana o las dimensiones de una pieza moldeada, son ejemplo de variables numéricas. Las escalas de medición para las variables cualitativas son la Nominal y la Ordinal. En la primera no existe un orden en las categorías que puede tomar la variable; tipos de defectos, género de un trabajador, causas de accidentes, son ejemplos de variables registradas en esta escala. En la segunda existe un orden en las categorías que pueden tomar la variable; variables registradas en la escala de Likert, como el grado de satisfacción expresado por los empleados después de una campaña de incentivación. En el caso de variables cuantitativas las escalas de medición son discretas y continuas. En la primera, las variables toman sólo ciertos valores, generalmente enteros. Variables registradas en esta escala son, número de empleados en una fábrica por turno, número de piezas en un lote,



valores que representan un conteo. Las variables en escala continua pueden tomar cualquier valor de la recta real, incluso el cero, tiempos de ciclo, temperatura de un horno, velocidad de una línea de producción, son valores que representan una medición.

El tipo y escala en la que una variable es registrada, determina las inferencias que se pueden establecer y además condicionan la metodología estadística que se debe utilizar para analizar estos datos. Una variable continua registrada en una escala numérica es la que más información nos proporciona y la variable categórica en una escala nominal es la que menos, sin embargo en la elaboración de un instrumento de medición o encuesta se puede manipular la escala de registro para obtener mayor información en escalas inferiores. En la formulación de encuestas, se pueden utilizar técnicas cualitativas y cuantitativas en forma combinada o sucesiva, de acuerdo a las etapas del proyecto en análisis (Ruiz *et al.*, 2006). Ello sugiere la investigación cualitativa, cuando se utilizan técnicas para el estudio de lo subjetivo del individuo y la cuantitativa, cuando el objetivo es obtener una interpretación de la realidad a partir de la comprensión de motivaciones y comportamientos.

Problemática de la Transformación

Algunos de los principales problemas de la industria que se pueden solucionar mediante el uso de diseños de experimentos son: comparar diferentes proveedores que suministran el mismo material con el fin de elegir al mejor, conocer la precisión y exactitud de los instrumentos de medición, determinar los factores que influyen en un proceso de fabricación y causan un problema de calidad que se desea controlar, reducirlo o eliminarlo, definir



factores para obtener cierta calidad en un producto terminado, optimizar los tiempos de fabricación de un producto, conocer los factores de ruido para eliminarlos y/o controlarlos sin que afecten los procesos, diseñar productos nuevos mediante procesos robustos (Cicalidad, 2009).

Para hacerle frente al control de la variación de estos factores y resolver los problemas de calidad que se generan, hoy en día, en la mayoría de las empresas se utilizan herramientas de análisis como: Las 7 Herramientas de la Calidad, Las 7 Nuevas Herramientas de la Calidad, Técnicas de Solución de Problemas, Metodología 5 ¿Porqué's?, Programas de Mejora Kaizen, Dispositivos Poka Yoke, Métodos a Prueba y Error, entre otros. Sin embargo cada una de estas herramientas tiene sus limitantes y cada vez que se pretende resolver un problema, se llega a la conclusión de que se debe a la variación que existe en los procesos; las herramientas sencillas pueden dar buenos resultados y la mayoría de las veces se logran mejoras, pero el problema muchas veces se vuelve a presentar al no encontrar la causa raíz.

Estas herramientas son excelentes en la observación, recolección de datos y monitoreo de los factores de los procesos, pero no profundizan en analizar la variación desde el punto de vista estadístico, condición necesaria para entender el comportamiento de dichos factores porque ello, permitirá eliminar sus fuentes de variación. Para su análisis debemos realizar lo siguiente:

El paso uno es identificarlos, es decir se debe primero definir la variable de interés en la que se observará el efecto de esos factores, a quien se le llama variable respuesta 'Y', una vez definida se procede a identificar, por medio de la



experiencia del equipo participante, cuales son los factores variables 'x' que podrían influir sobre la variable respuesta. Se puede investigar que ha sucedido en procesos similares o acudir al conocimiento que se tenga del proceso, luego cuestionar si realmente el factor merece ser estudiado, proceso que se conoce como tamizado de factores. Así se pueden identificar los factores a analizar; es responsabilidad del equipo definir con base en su conocimiento y experiencia los factores a evaluar.

El paso dos es la determinación de niveles de los factores, con los factores identificados se deben definir cuáles son los niveles en los que estos factores van a trabajar, para ello nuevamente se recurre a la experiencia del equipo que va a planear el diseño de experimentos, incluso se puede recurrir a las recomendaciones del fabricante o que exista algún interés especial sobre el nivel de cada factor por la experiencia del personal participante, esto llevará a la identificación más apropiada de tales niveles.

El paso tres es la evaluación del proceso, es por ello que se debe tener cierto conocimiento de los diferentes tipos de diseños de experimentos para seleccionar uno de ellos y analizar los factores ya que si el método seleccionado no es el más apropiado, se puede llegar a conclusiones erróneas o invertir recursos innecesariamente, de ahí la importancia de esta guía. Una vez definido el proceso a estudiar entonces se procede a diseñar el experimento y desarrollarlo bajo condiciones controladas. De esta manera se obtiene una muestra aleatoria de valores para la variable respuesta que una vez analizada estadísticamente permita inferir los niveles en que se deben fijar cada uno de los factores para maximizar la respuesta del proceso.



El paso cuatro es definir los niveles óptimos de esos factores. Con la combinación de factores y sus niveles encontrados, se busca encontrar los niveles de cada factor importante que optimicen la respuesta del proceso con la idea de maximizar los recursos de la empresa. Esto se puede hacer apoyándose en la regresión lineal.

A través de la experimentación se puede comparar el resultado de varios procesos, es por ello que el experimento debe ser seleccionado de manera correcta de acuerdo a cada situación y llevarlo a cabo bajo condiciones controladas, obteniendo información del proceso bajo análisis, misma que deberá ser analizada de manera correcta con respecto al diseño empleado, esto es llamado diseños factoriales (Navidi, 2006).

Diseños Factoriales

Un diseño factorial se conforma de dos tipos de variables, una que deseamos controlar que llamaremos variable respuesta y las otras que llamaremos factores o variables independientes.

Con los diseños factoriales se desea evaluar si al cambiar de nivel en los factores que participan se genera una diferencia media considerable en la variable respuesta (Navidi, 2006).

Diseños con Efectos Fijos

Se les llama fijos porque los niveles se establecen de manera arbitraria, basados en valores que, a criterio del investigador, se desea conocer o recomendaciones del fabricante de una máquina o porque el equipo investigador tiene la sospecha que en esos niveles se pueden producir cambios importantes (Webster, 2000).



El investigador determina los niveles de los factores que desea evaluar, al hacer esto, el resultado de su estudio sólo podrá ser válido para esos niveles ya preestablecidos y el resultado del estudio no podrá llevarse más allá de los tratamientos considerados (Montgomery, 2007).

Diseño de Efectos Aleatorios

En este diseño los niveles de un factor que se quiere estudiar se seleccionan de manera aleatoria de una gama de niveles posibles (Webster, 2000). En este caso el investigador desea extender los resultados a todos los niveles en la población, es decir, el análisis de los niveles aquí es realizado de manera aleatoria y las conclusiones se podrán llevar a cualquiera de los niveles incluidos o no en el estudio, a esto se le llama diseño con efectos aleatorios (Montgomery, 2007).

Conceptos Importantes

Análisis factorial. Cuando se evalúan dos o más factores con sus respectivos niveles al mismo tiempo.

Efecto de interacción. Si la diferencia media en la variable respuesta entre los niveles de un primer factor no es la misma estadísticamente cuando se pasa de un nivel a otro en un segundo factor entonces ocurre un efecto de interacción (Webster, 2000). Esto implica que no se deben presentar y discutir las diferencias observadas entre los niveles de los factores principales o individuales.

Prueba de efectos principales. Esta prueba se justifica siempre y cuando no exista el efecto de interacción. Como el efecto de un primer factor no depende del nivel en que se encuentre un segundo factor, entonces es



conveniente probar las diferencias entre los niveles de los factores principales o individuales.

Cuando se requiere experimentar con varios factores a la vez y estudiar las interrelaciones entre ellos, se utilizan los experimentos factoriales los cuales generan mayor información que los experimentos de un solo factor, por lo tanto son más efectivos (Napolitano, 2006).

En resumen, un experimento factorial busca obtener una capacidad de proceso mayor; para ello es necesario analizar todas las variables que intervienen en el proceso e identificar cuáles de ellas comúnmente llamadas factores son los que tienen un grado de afectación directa sobre la variable que deseamos controlar (Schmidt *et al.*, 1994). Estos factores pueden afectar a la variable respuesta de las siguientes maneras. Un factor puede afectar la localización, manteniendo estable la dispersión. El factor puede afectar la dispersión manteniendo su localización. El factor puede influir sobre la dispersión y la localización. El factor o los factores analizados no tengan ninguna influencia sobre la variable respuesta, es decir, no importa en qué nivel se desempeñe el factor bajo estudio, éste no modifica la variable respuesta.

Tipos de Diseños de Experimentos

Diseño completamente al azar (DCA) con un factor fijo. Es un experimento donde se asignan aleatoriamente las unidades experimentales a los niveles del factor (tratamientos). Se asume homogeneidad entre las unidades, por lo que las diferencias pequeñas entre ellas quedan aleatoriamente distribuidas entre los tratamientos. El propósito de este diseño es determinar si al cambiar el nivel del factor se afecta la respuesta (Navidi,



2006). Algunos ejemplos de aplicación de estos diseños son: analizar los efectos de cuatro diferentes tipos de gasolina respecto a la eficiencia de un motor, analizar los efectos de cinco tipos de pintura sobre una pieza metálica, conocer si la temperatura afecta la dureza de un material (Devore, 2012).

Diseño completamente al azar (DCA) con dos factores. Este diseño considera el efecto de dos factores sobre la variable respuesta para encontrar la mejor combinación entre los niveles de esos factores que maximice, optimice o minimice la respuesta (Hurtado, 2012). Los diseños de dos factores con sus respectivos niveles cada factor donde todas las combinaciones de los niveles son replicadas en el experimento, se les llama diseños factoriales más simples (Montgomery, 2007). Por ejemplo, pueden ser: grado de temperatura y tiempo de horneado para la adhesión de una pintura, tipo de aglutinante y porcentaje de humedad para determinar la resistencia de una loseta. Cuando se analizan en un experimento dos o más factores, siempre hay una probabilidad que interactúe uno con el otro y cuando esto suceda puede tener un efecto sobre la variable respuesta, y hay que explicar el efecto de esta interacción (Mathew, 2004). Suponga que en un diseño con dos factores y dos niveles cada uno, donde el cambio promedio en la respuesta fue significativo al pasar de un nivel al otro en un factor, se le llama efecto de un factor principal, lo cual es importante siempre y cuando no haya efecto de interacción (Montgomery, 2007).

Ahora bien, si la variable respuesta es modificada por un factor A en sus dos niveles (a_1 y a_2) y al intervenir el factor B en sus dos niveles (b_1 y b_2), la modificación observada en la variable respuesta no es la misma que cuando



interviene únicamente el factor *A*, entonces tenemos un efecto de interacción entre los factores *A* y *B* (Montgomery, 2007). En otras palabras, una interacción entre factores ocurre cuando el efecto de uno de ellos sobre una variable respuesta se ve condicionado a los niveles del segundo factor (Montgomery, 2007).

Diseño completamente al azar (DCA) con tres factores. Como en el caso del diseño con dos factores, en este diseño interesa estimar si los tres factores, por ejemplo, presión, velocidad y temperatura, tienen influencia sobre una variable respuesta, por ejemplo, dimensión; también permite estimar si la combinación de dos o tres factores tiene una influencia o cambio sobre la respuesta (Walpole *et al.*, 2007).

Diseño en bloques completamente aleatorios (DBCA). Con frecuencia, en un experimento se identifica algún factor externo que puede influir en las unidades experimentales de tal manera que tenga impacto sobre la respuesta generando confusión en los efectos de los factores bajo estudio. Una manera de evitar esta confusión es agrupar (bloques) a las unidades experimentales en función de los niveles del factor externo y luego asignar aleatoriamente las unidades a los tratamientos dentro de bloque quedando una repetición del experimento por bloque. Es importante asegurar que el bloqueo se lleve a cabo de manera correcta, ya que de no hacerlo se puede llegar a conclusiones equivocadas (Webster, 2000).

Diseño en cuadro latino (DCL). Se llama cuadro latino porque se acostumbra identificar a los tratamientos con las letras latinas *A*, *B*, etc. y su arreglo está estructurado en un cuadrado, donde las filas y las columnas son



del mismo tamaño (Montgomery, 2007). El cuadro latino permite el bloqueo de dos factores al mismo tiempo que se asume tienen influencia sobre la variable respuesta y generalmente estos factores no son de interés primario en un diseño de experimentos. Este diseño es apropiado cuando el costo de las unidades experimentales es muy alto y no se pueden adquirir tantas unidades experimentales que otros diseños demandarían (Webster, 2000). En estos diseños el número de combinaciones se reduce de manera significativa, por lo que resulta muy práctico para el control (bloqueo) de dos factores (Walpole *et al.*, 2007).

Diseño de experimentos factoriales 2^k . Se presentan ocasiones donde un investigador desea estimar el efecto de varios factores al mismo tiempo y el diseño puede resultar muy grande, es por ello que se recomienda asignar sólo dos niveles a cada factor (Navidi, 2006). Los diseños de dos niveles y “ k ” factores se representan como diseños 2^k , diseños factoriales donde el objetivo es evaluar los efectos de interacción importantes en el experimento (Montgomery, 2007). En estos diseños se requiere que existan todas las combinaciones entre los niveles de los factores y se tiene un diseño factorial completo (Walpole *et al.*, 2007). Cuando hay un número reducido de factores a estudiar y existen todas las combinaciones posibles, definitivamente la mejor opción para su estudio es un diseño factorial completo (Schmidt, 1994). Normalmente, en un experimento las letras A, B y C identifican los tres factores y las interacciones entre dos y tres factores definidas por AB, AC, BC y ABC, respectivamente (Navidi, 2006).



MATERIALES Y MÉTODOS

En esta guía se abordan diferentes diseños experimentales (denominados casos) con sus respectivos análisis de varianza, aplicados a situaciones prácticas que comúnmente suceden en la industria, para que el lector pueda apreciar la aplicación de estas metodologías estadísticas.

Caso 1. Diseño Completamente al Azar (DCA)

Un problema común en las empresas es evaluar si la calidad de sus productos depende de posibles factores y si es así mejorar sus procesos. En una empresa desean encontrar el nivel de temperatura óptimo de un horno para obtener el grado de acero que le ha solicitado su cliente, en otra empresa desean establecer la velocidad de inyección de aluminio para no tener problemas de llenado, en una tercera empresa les interesa la velocidad de un torno para no producir ralladuras en la pieza maquinada; otro ejemplo es determinar la fuerza suficiente para troquelar una pieza de metal. Para responder a estas interrogantes se han preparado algunos casos de estudio. En este caso se plantea estudiar un factor a la vez en sus diferentes niveles.

Descripción del problema. Se desea evaluar si diferentes concentraciones de carbón en el acero afectan su dureza, esta se mide en grados rockwell (HRC) o si, independientemente de la concentración la dureza permanece sin ningún cambio. La empresa está buscando la concentración ideal para maximizar la dureza, y las concentraciones de acero que desea evaluar son: 0.300, 0.425, 0.550, 0.675 y 0.800 % de la mezcla metalúrgica.

Se sabe que la dureza depende de la concentración del carbón en la mezcla metalúrgica, pero no se tiene idea del comportamiento de la dureza a



través de las diferentes concentraciones de carbón ni del nivel que pueda maximizarla. Las unidades experimentales consideradas fueron barras de acero fabricadas con distintos niveles de carbón en las cuales la dureza sería evaluada mediante la técnica de medición correspondiente. Se desea probar si la diferente concentración de carbón afecta la dureza del acero y si hay una concentración que pueda maximizarla. Los objetivos son evaluar el efecto de las diferentes concentraciones del acero sobre la media de la dureza y mostrar la solución a este problema mediante un análisis de varianza (ANDEVA) de una vía en un DCA e interpretar los resultados que arroja Minitab 16.

Los datos para este ejemplo fueron simulados en el programa estadístico Minitab 16 asumiendo lo siguiente: los valores fijados para los parámetros del modelo fueron: $\mu = 31$; $\tau_1 = 12$; $\tau_2 = 15.5$; $\tau_3 = 19$; $\tau_4 = 22.5$; $\tau_5 = 26$ grados de dureza rockwell (HRC). El valor fijado para $\sigma_\varepsilon^2 = 16$ (HRC)² y se asumió una distribución normal para los errores. Se simularon cinco repeticiones del experimento y los datos simulados se muestran en el Anexo 1.

El análisis estadístico se realizó por medio de un análisis de varianza de una vía, ajustando el siguiente modelo estadístico:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4, 5$$

donde:

y_{ij} es el valor de la dureza medido en la j ésima barra de acero elaborada con el i -ésimo nivel de carbón

μ es el efecto de la media general sobre la dureza

τ_i es el efecto fijo del i ésimo nivel de carbón sobre la dureza



ε_{ij} es el término del error aleatorio asociado al valor de dureza medido en la j -ésima barra de acero elaborada con el i -ésimo nivel de carbón donde se asume que $\varepsilon_{ij} \sim NIID(0, \sigma_\varepsilon^2)$

Los momentos del modelo son:

$E(y_{ij}) = \mu + \tau_i$ que indica que el modelo estima cinco medias poblacionales

$(\mu_1 = \mu + \tau_1; \mu_2 = \mu + \tau_2; \mu_3 = \mu + \tau_3; \mu_4 = \mu + \tau_4; \mu_5 = \mu + \tau_5)$

$Var(y_{ij}) = Var(e_{ij}) = \sigma_\varepsilon^2$, el modelo estima un componente de varianza.

Se asume que los valores de la dureza siguen la función de densidad de probabilidad

$$y_{ij} \sim NIID(\mu + \tau_i, \sigma_\varepsilon^2)$$

Los datos fueron analizados mediante un ANDEVA de una vía, ajustando el modelo anteriormente descrito utilizando el programa Minitab 16. La comparación de medias se realizó con la prueba de rango múltiple de Tukey, fijando un nivel de significancia de 0.05.

El método Tukey consiste en comparar la diferencia entre las medias estimadas de dos tratamientos con respecto a un valor crítico dado por:

$$T_\alpha = q_\alpha(k, N - k) \sqrt{CM_\varepsilon / n_i}$$

donde:

CM_ε = cuadrado medio del error

n_i = Número de observaciones dentro del tratamiento

k = Número de tratamientos

$N - k$ = Grados de libertad para el error

α = Nivel de significancia previamente establecido



q_{α} = Estadístico obtenido de tablas

Caso 2. Diseño completamente al azar (DCA) ANDEVA de dos vías

Este diseño de experimento llamado dos vías considera el efecto de dos factores a estudiar con sus diferentes niveles, para explicar el comportamiento de una variable respuesta y también se estudia el concepto del efecto de interacción entre los factores.

El problema a tratar es que se desea encontrar un acero que tenga una dureza de 43.0 ± 0.5 HRC. Los factores de interés a estudiar son el porcentaje de carbón en niveles 0.300, 0.555 y 0.800 y la temperatura en niveles 260 y 315 °C. La dureza sigue siendo la variable respuesta y se considera una variable con media " μ " y desviación estándar " σ " que sigue una distribución normal. El factor A (porcentaje de carbón) y el factor B (temperatura), son efectos fijos porque el investigador con base a su experiencia e interés determina o fija los niveles de los factores a estudiar. Se desea probar si hay efectos de interacción entre ambos factores y si fuera así que combinación entre sus niveles aproxima la respuesta a lo deseado. Si no hay efecto de interacción entonces se probarán las diferencias entre los niveles de cada efecto principal. Los objetivos son encontrar los niveles de los factores que más aproximen la dureza del acero a 43 ± 0.5 HRC y mostrar la solución a este problema mediante un análisis de varianza de dos vías en un DCA e interpretar los resultados que arroja el Minitab 16.

Los datos para desarrollar y estructurar este diseño fueron generados mediante el uso de los softwares Excel y Minitab 16. Se simuló tres situaciones diferentes: a) un efecto principal significativo sin efecto de



interacción; b) los dos efectos principales sin efecto de interacción; y, c) efecto de interacción con efectos principales significativos. El factor A (porcentaje de carbón, con niveles 0.300, 0.555 y 0.800) y el factor B (temperatura, con niveles 260 y 315 C) fueron considerados. Los datos fueron simulados considerando los siguientes valores para los parámetros del modelo $\mu=15$, $a_1=12$, $a_2=19$, $a_3=26$, $b_1=6$, $b_2=8$, $a_1b_1=1$, $a_1b_2=3$, $a_2b_1=2$, $a_2b_2=4$, $a_3b_1=2$ y $a_3b_2=1$. Para el término del error se consideró $\sigma_e=4$. Se generaron seis replicas para el experimento con un tamaño de muestra de 36 en cada una de las situaciones en las cuales se hicieron variar los valores fijados de los parámetros para mostrar el resultado deseado. Los datos seleccionados y ordenados para el caso 2(a), 2(b) y 2(c) se presentan en los Anexos 2, 3 y 4 respectivamente.

Para darle solución a este problema el análisis estadístico se realizó por medio de un ANDEVA de dos vías, considerando el siguiente modelo estadístico:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk} \quad \text{para: } i=1,2,3; j=1,2; k=1,2,\dots,6$$

donde:

y_{ijk} = Valor observado de la dureza en la k -ésima repetición con el i -ésimo nivel de carbón y el j -ésimo nivel de temperatura.

μ = Efecto de la media general.

α_i = Efecto fijo del i -ésimo nivel de carbón.

β_j = Efecto fijo del i -ésimo nivel de temperatura.

$(\alpha\beta)_{ij}$ = Efecto fijo de la interacción entre el i -ésimo nivel de carbón y el j -ésimo nivel de temperatura.



e_{ijk} = Efecto del término del error aleatorio.

Caso 3. Diseño en Bloques Completamente al Azar (DBCA)

Suponga que tenemos “a” tratamientos cuyos efectos se van a comparar con “b” bloques. El DBCA que se presenta a continuación contiene una observación por tratamiento en cada bloque, así cada bloque se considera una repetición y las unidades experimentales son asignadas aleatoriamente a los tratamientos dentro de bloque. Ahora suponga que se desea evaluar a cuatro proveedores diferentes (tratamiento) del mismo tipo de acero y se tienen cuatro muestras por proveedor, 16 en total. Lo más lógico sería tomar las muestras, entregárselas a un inspector para que las valore, pero que pasaría si el inspector introdujera cierta variación en el método de medición usado, modificando el resultado de la medición, Así esta variación pasaría a formar parte del error experimental y lo que se desea en un diseño de experimentos es hacer que el error experimental sea lo más pequeño posible. Entonces lo más conveniente es que varios inspectores (en este caso se consideraron cuatro, cada uno de ellos considerado un bloque) valoren una muestra de cada proveedor. De esta manera se pueden separar el efecto de bloque y evitar que forme parte del error experimental.

En la compañía XYZ existen cuatro proveedores A, B, C y D (factor de interés) que están suministrando el mismo tipo de acero y la empresa desea evaluar si los proveedores están entregando el acero bajo las mismas condiciones de dureza requerida. Se sabe que las mediciones de dureza pueden estar influenciadas por los inspectores 1, 2, 3 y 4 (Bloque), por lo que



es un requerimiento evitar que la variación debida a los inspectores influya. Para realizar el experimento se le solicitó a cada inspector que midiera una muestra de cada proveedor de manera aleatoria. Se desea probar si existen diferencias en la dureza media del acero entre los distintos proveedores controlando el efecto del inspector. Los objetivos son evaluar las diferencias en la dureza del acero entre los proveedores y mostrar la solución a este problema mediante la aplicación de un DBCA e interpretar los resultados arrojados por el Minitab 16. Los datos para simular este diseño fueron generados mediante el uso de los softwares Excel y Minitab 16. Se definió el factor A (proveedor, con niveles $(a_1, a_2, a_3, \text{ y } a_4)$), y el factor B (inspector, con niveles b_1, b_2, b_3, b_4). Los datos se simularon con los siguientes valores fijados para los parámetros del modelo de la siguiente manera $\mu=31, a_1=22, a_2=21, a_3=22, a_4=20, b_1=3, b_2=9, b_3=2, b_4=1$. Para el error aleatorio se consideró una $\sigma_e=4$. Los datos generados para este diseño se muestran en el Anexo 5.

El modelo estadístico para este diseño fue:

$$y_{ij} = \mu + t_i + \beta_j + e_{ij} \quad \text{para } i=j=1, 2, 3, 4$$

En este modelo se considera el efecto de bloque como fijo porque el software Minitab 16 no puede considerar un efecto aleatorio definido en el modelo. Entonces

y_{ij} = valor observado de la dureza por el j -ésimo inspector en la muestra del i -

ésimo proveedor

μ = efecto de la media general

t_i = efecto fijo del i -ésimo proveedor



β_j = efecto fijo del j -ésimo inspector (bloque)

e_{ij} = efecto aleatorio del término del error donde $e_{ij} \sim \text{NIID}(0, \sigma^2)$

Caso 4. Diseño en Cuadro Latino

Para cierto tipo de acero se desea evaluar en efecto del contenido de carbón (%) sobre su dureza en los niveles 0.425, 0.550, 0.675, y 0.800 (tratamientos $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$). Se sabe de dos factores que pueden influir en los resultados de la evaluación y llegar a conclusiones muy diferentes; estos son el inspector con cuatro niveles (renglón: r_1, r_2, r_3, r_4) y el proveedor con cuatro niveles (columna: c_1, c_2, c_3, c_4) los efectos del inspector y del proveedor no son de interés primario, sin embargo, se deben incluir en el modelo para reducir el error experimental. Los efectos de los tres factores son considerados fijos en este caso. Se desea probar el efecto del concentrado de carbón sobre la dureza del acero controlando el efecto del inspector y del proveedor y mostrar la solución a este problema en el Minitab 16 con un diseño en cuadro latino e interpretar los resultados.

Los datos fueron simulados mediante los software Excel y Minitab 16 fijando los valores de los parámetros del modelo como sigue: $\mu=30$, $\tau_1=15.5$, $\tau_2=19$, $\tau_3=22.5$, $\tau_4=26$, $r_1=1$, $r_2=9$, $r_3=3$, $r_4=1$, $c_1=2$, $c_2=8$, $c_3=1$, $c_4=2$. Para el error aleatorio se consideró una $\sigma_e=4$. Los datos generados para este diseño se encuentran en el Anexo 6.

Para el análisis de los datos se consideró el siguiente modelo estadístico

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \epsilon_{ijk} \text{ para } i=j=1, 2, 3, 4$$

donde:



y_{ijk} = es el valor de la dureza registrado por el i -ésimo inspector en la muestra del j -ésimo proveedor con el k -ésimo nivel de carbón.

μ = es el efecto de la media general.

α_i = es el efecto fijo del i -ésimo inspector.

β_j = es el efecto fijo del j -ésimo proveedor.

τ_k = es el efecto fijo del k -ésimo nivel de carbón

ϵ_{ijk} = es el efecto aleatorio del termino del error donde $e_{ij} \sim \text{NIID}(0, \sigma^2)$.

Caso 5. Diseño Factorial 2^k Completo

Cuando se desea evaluar k factores con dos niveles cada uno se utiliza un diseño factorial 2^k . Generalmente los niveles de cada factor se establecen en alto y bajo y se les etiqueta como factoriales completos cuando los niveles de cada factor se combinan con cada uno de los niveles de los otros factores con un total de 2^k combinaciones (tratamientos). Suponga que se desea realizar un DOE con un factor en dos niveles, entonces se tendrían 2^1 tratamientos; ahora suponga que hay dos factores, entonces hay 2^2 tratamientos. Por cada factor que se adicione al diseño se incrementa al doble el número de tratamientos (Anexo 7).

Un investigador desea encontrar los niveles óptimos para el contenido de carbón, de la temperatura y del tiempo de tratamiento térmico para que el acero tenga una dureza de 36 ± 0.5 HRC. Los niveles fijados para el carbón son 0.30 y 0.50 % (factor A: a_1, a_2), para la temperatura 170 y 270 °C (factor B: b_1, b_2) y para el tiempo 40 y 70 min. (factor C: c_1, c_2). Se desea probar si existe alguna combinación entre los niveles de estos factores que aproxime la dureza del



acero al valor medio deseado y mostrar la solución a este problema en el Minitab 16 con la aplicación del diseño factorial 2^3 completo e interpretar los resultados del análisis.

Los datos fueron simulados con el uso de los softwares Excel y Minitab 16 fijando los siguientes valores para los parámetros del modelo: $\mu=12$, $a_1=2$, $a_2=12$, $b_1=-2$, $b_2=4$, $c_1=-4$, $c_2=4$; y para los niveles de la triple interacción $a_1b_1c_1=3$, $a_1b_1c_2=5$, $a_1b_2c_1=2$, $a_1b_2c_2=1$, $a_2b_1c_1=4$, $a_2b_1c_2=3$, $a_2b_2c_1=6$, $a_2b_2c_2=8$. Para el error aleatorio se consideró una $\sigma_e=4$. Los datos generados para este diseño se muestran en el Anexo 7.

Para el análisis de los datos se consideró el siguiente modelo estadístico:

$$y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_{ij} + \theta_{ik} + \kappa_{jk} + \lambda_{ijk} + e_{ijkl}$$

donde:

y_{ijkl} = es el valor observado para la dureza en la l -ésima muestra con el i -ésimo nivel de carbón al j -ésimo nivel de temperatura durante el k -ésimo nivel de tiempo.

μ = es el efecto de la media general

α_i = es el efecto fijo del i -ésimo nivel de carbón

β_j = es el efecto fijo del j -ésimo nivel de temperatura

γ_k = es el efecto fijo del k -ésimo nivel del tiempo

$\delta_{ij}, \theta_{ik}, \kappa_{jk}$ = es el efecto de las interacciones dobles entre los factores

λ_{ijk} = es el efecto de la interacción triple entre los factores

e_{ijkl} = es el efecto aleatorio del termino del error donde $e_{ii} \sim \text{NIID}(0, \sigma^2)$.



RESULTADOS Y DISCUSION

Caso 1. DCA con un ANDEVA de una Vía

El objetivo es probar el efecto del nivel de carbón sobre la dureza en barras de acero. La Figura 1 muestra la secuencia de captura en Minitab 16 a seguir para el análisis estadístico de los datos correspondientes al DCA de una vía. El cuadro a ejemplifica la captura de los datos, donde en una columna se identifican los niveles del factor y en otra columna se capturan los valores de la variable respuesta. Si hay más variables por estudiar se agrega una columna por cada una. El cuadro b muestra los comandos hasta el procedimiento del modelo lineal general para el ANDEVA. En el cuadro c se especifica el modelo, indicando cual es la variable respuesta y los efectos en el modelo. En el cuadro d se especifica la comparación de medias entre los niveles de los efectos significativos en el ANDEVA. Los cuadros e y f muestran las estimas de las medias de cuadrados mínimos para los niveles de los efectos seleccionados y el gráfico de estas medias respectivamente.

El Cuadro 1 muestra la tabla del ANDEVA que generó el Minitab 16. La hipótesis nula establece que el efecto medio de los niveles del carbón es el mismo. El valor $P < 0.0001$ conduce a rechazar la hipótesis nula a un nivel de significancia de 0.05; este resultado indica que hay diferencias entre las medias de cuadrados mínimos a través de los niveles del carbón. Se justifica la prueba de comparación de medias para explicar estas diferencias probadas estadísticamente. El CME estima la varianza del error con una desviación estándar de 4.40, un valor muy próximo al fijado cuando se simularon los datos.



a

	C1	C2
	% Carbon	Dureza
6	0.425	50.3268
7	0.425	44.8544
8	0.425	46.6103
9	0.425	42.9829
10	0.425	47.7786
11	0.550	56.3594
12	0.550	53.41
13	0.550	54.06
14	0.550	54.30

b

Stat Graph Editor

- Basic Statistics
- Regression
- ANOVA**
- DOE
- Control Chart

- Analysis of Means...
- Balanced ANOVA...
- General Linear Model...**
- Fully Nested ANOVA...

c

General Linear Model

Responses: Dureza

Model: % Carbon

Random factors:

Covariates... Options... Comparisons...
Graphs... Results... Storage...
Factor Plots...
OK Cancel

d

General Linear Model - Comparisons

Pairwise comparisons
 Comparisons with a control

Terms: % Carbon

Control levels:

Method: Tukey Dunnett Bonferroni Alternative: Less than Not equal Greater than

Select Help

e

General Linear Model - Results

Display of Results: Display nothing Analysis of variance table In addition, coefficient for covariate terms and table of unusual observations In addition, coefficients for all terms

Display expected mean squares

Display least squares means corresponding to:

% Carbon

Select Help

f

General Linear Model - Factorial Plots

Main Effects Plot

Factors: % Carbon

Minimum for Y (response) scale:
Maximum for Y (response) scale:
Title:
Interactions Plot

Factors:
 Display full interaction plot matrix

Minimum for Y (response) scale:
Maximum for Y (response) scale:
Title:
Select Help OK Cancel

Figura 1. Secuencia de captura en Minitab 16 para probar el efecto de un factor.



Cuadro 1. ANDEVA para el ajuste del modelo a los datos del caso 1

Fuente	GL	SC	CM	Fc	valor P
% Carbón	4	672.80	168.20	8.68	0.000
Error	20	387.65	19.38		
Total	24	1060.46			

S=4.40257 $R^2 = 63.44 \%$

Fuente = fuente de variación; GL =grados de libertad; SC =sumatoria de cuadrados; CM =cuadrados medios; Fc = valor de F calculado; valor P = valor que corresponde al error tipo I, S = desviación estándar; R^2 = variación explicada.



El índice $R^2=63.44\%$ es un indicador del ajuste del modelo a los datos. Los grados de libertad del error sugieren cuatro comparaciones de medias de dos en dos en los que el nivel de significancia se mantiene en el nivel fijado. Se puede concluir que la dureza media del acero depende ($P<0.0001$) del nivel de carbón (%) en la mezcla metalúrgica.

El cuadro de diálogo de la Figura 1 genera un análisis de los residuales. La Figura 2 muestra este análisis donde las gráficas a y b marcan la aproximación de los residuales a distribución normal asumida para generar valores aleatorios para el error en la simulación; las gráficas c y d trazan el comportamiento aleatorio de los residuales sobre las medias ajustadas por el modelo y las observaciones en la muestra, respectivamente. Este comportamiento aleatorio de los residuales confirma empíricamente la hipótesis de que los residuales son independientes.

La Gráfica 1 muestra la tendencia de las medias de cuadrados mínimos a través de los niveles de carbón. La tendencia parece ser cuadrática, lo que puede indicar que el efecto del carbón sobre la dureza media es cuadrático y que existe un valor para el nivel de carbón que maximiza la dureza media del acero. Hay dos alternativas para probar el efecto cuadrático. La primera probar si el efecto del carbón es lineal o cuadrático sobre la dureza mediante contrastes polinomiales. La segunda, ajustando un polinomio de regresión de segundo orden a las medias sobre los niveles de carbón y luego juzgar el ajuste del polinomio a los datos para evaluar si el término cuadrático se justifica o no en la ecuación de regresión cuadrática, otra metodología para probar las diferencias entre las medias de mínimos cuadrados con una prueba de rango

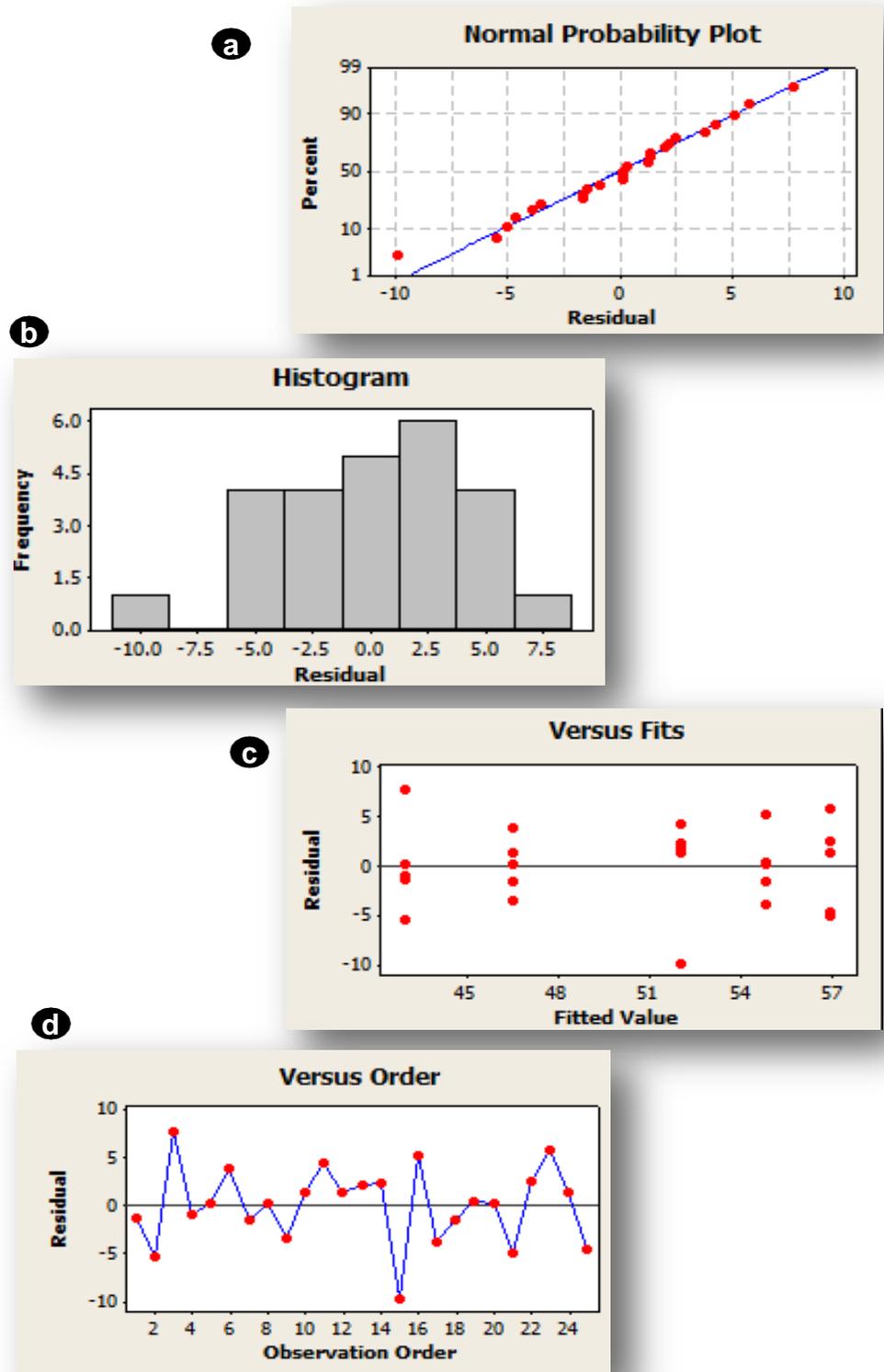
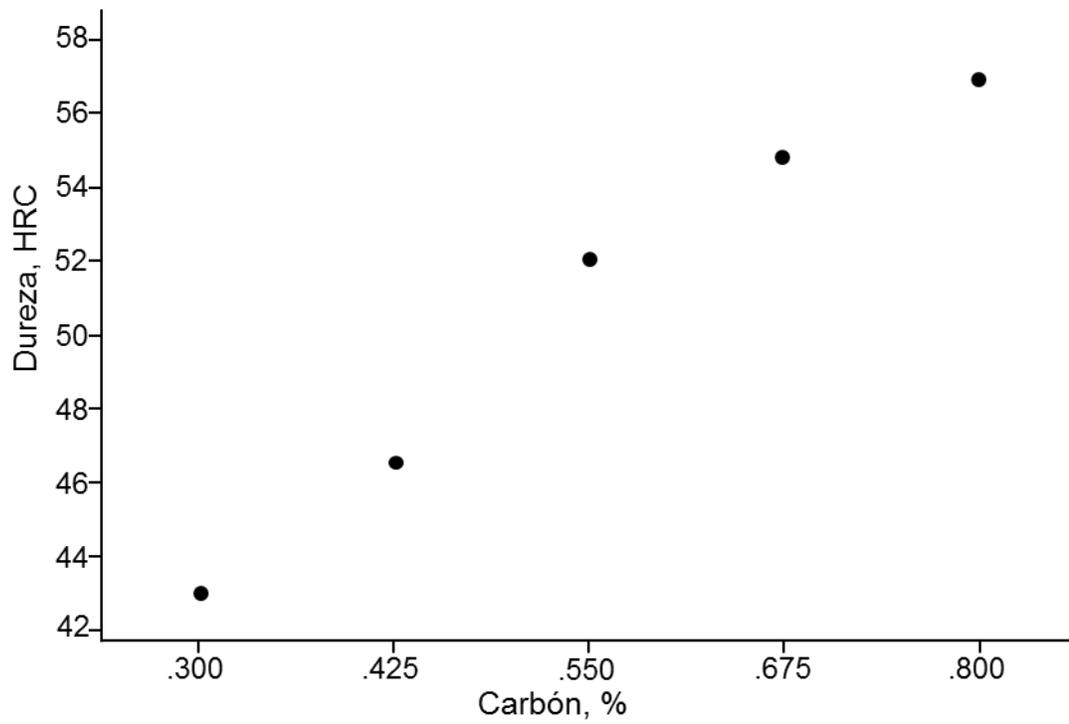


Figura 2. Análisis de los residuales para el caso 1.



Gráfica 1. Comportamiento de las medias de cuadrados mínimos.



múltiple, por ejemplo la prueba Tukey que compara las diferencias entre las medias de dos en dos. La desventaja de este tipo de pruebas es que el número de comparaciones o pruebas de hipótesis que se realizan generalmente supera a los grados de libertad de tratamientos, lo que ocasiona que el nivel de significancia () se incremente con cada contraste más que se realice y que la probabilidad de ocurrencia del error Tipo I sea mayor que la fijada, el resultado de la prueba Tukey se muestra en el Cuadro 2.

El resultado de la prueba es la agrupación de medias que estadísticamente resultan iguales, que es indicado por las literales que se le asigna a cada media. Si dos medias tienen una literal en común, no hay diferencia estadística entre ellas. Así, las medias de dureza para los dos primeros niveles de carbón son estadísticamente iguales porque tienen una literal en común, pero estas son diferentes a la media del tercer nivel. Esta agrupación prueba donde ocurren cambios significativos en la media de la dureza a través de los niveles de carbón. Sin embargo, este tipo de prueba debería evitarse si el arreglo de tratamientos sugiere otra metodología más eficiente para probar las diferencias entre medias.

Dado que el porcentaje de carbón es un factor cuantitativo con niveles equidistantes se facilita realizar un análisis de tendencia. Para ello se ajustará un modelo de regresión lineal y uno cuadrático a los valores de la dureza a través de los niveles de carbón. En la Figura 3 se muestran las tablas del análisis de varianza de la regresión con sus respectivas graficas en ambos casos. La columna del lado izquierdo muestra el ajuste de la regresión lineal simple donde se aprecia que una ecuación de regresión lineal predice



Cuadro 2. Prueba de rango múltiple de Tukey

Nivel de carbón,%	Repeticiones	Media, HRC	Literales
0.300	5	43.0 ± 1.97	c
0.425	5	46.5 ± 1.97	bc
0.550	5	52.1 ± 1.97	ab
0.675	5	54.8 ± 1.97	a
0.800	5	56.9 ± 1.97	a

abc Literales diferentes entre renglones indican diferencia estadística entre medias ($P < 0.05$).



Fuente	gl	SC	Cm	F	P
Regresión	1	654.68	654.680	37.1074	0.000003
Nivel	1	654.68	654.680	37.1074	0.000003
Error	23	405.78	17.643		
Falta de ajuste	3	18.13	6.043	0.3118	0.816628
Error puro	20	387.65	19.383		
Total	24	1060.46			

Fuente	gl	SC	Cm	F	P
Regresión	2	665.68	332.842	18.5487	0.000019
Nivel	1	654.68	44.863	2.5001	0.128108
Nivel*Nivel	1	11.01	11.009	0.6135	0.441820
Error	22	394.77	394.773		
Falta de ajuste	2	7.12	7.120	0.1837	0.833590
Error puro	20	387.65	387.653		
Total	24	1060.46			

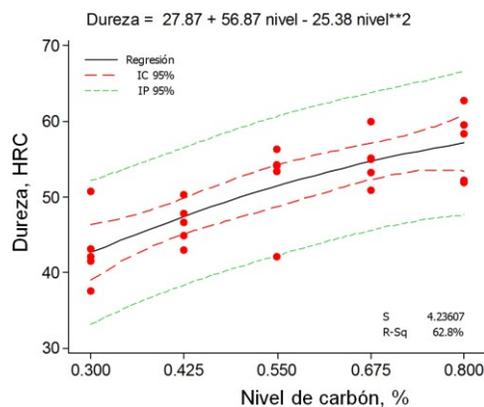
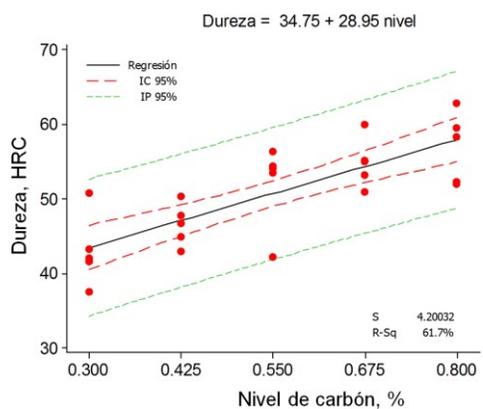


Figura 3. Análisis de varianza de la regresión.



satisfactoriamente la dureza esperada a través de los niveles de carbón. En la columna del lado derecho se puede observar que el coeficiente de regresión cuadrático no es significativo, por lo que no se puede inferir que la respuesta de la dureza sea cuadrática a través de los niveles de carbón.

Caso 2. ANDEVA de Dos Vías

Caso 2(a). Un factor significativo. En este caso se consideraron los factores A, porcentaje de carbón, con tres niveles ($a_1 = 0.300$, $a_2 = 0.555$ y $a_3 = 0.800$) y el factor B, temperatura con dos niveles ($b_1 = 260$ y $b_2 = 315$ °C). En el diseño se evaluaron todas las combinaciones entre los niveles de ambos factores el modelo estadístico considera tres efectos, el efecto del nivel de carbón y el de temperatura, que son los efectos principales; y el efecto de la interacción entre ellos, la cual está compuesta por las seis combinaciones entre los niveles de ambos factores.

Una posibilidad es que el efecto de la interacción no sea significativo y el efecto de uno de los factores principales si lo sea. Si no hay efecto de la interacción entonces se puede mostrar y discutir el efecto de los factores principales porque el efecto de uno de ellos no depende del nivel en que se encuentra el otro factor. Por el contrario, si el efecto de la interacción es significativo se debe mostrar y discutir el efecto de la misma, y no presentar los resultados de los efectos principales, porque el efecto de uno de los factores depende del nivel en que se encuentra el otro factor. Los datos para este escenario se muestran en el Anexo 1. En la Figura 4 se muestran los pasos a seguir en el Minitab 16 para analizar este conjunto de datos.

En la Figura 5 se muestra el resultado que nos proporciona Minitab 16



a

↓	C1	C2	C3
	Carbon	Temp	Dureza 2a
1	0.300	260	34.3611
2	0.300	260	39.3255
3	0.300	260	
4	0.300	315	
5	0.300	315	
6	0.300	315	
7	0.300	260	

b

c

d

e

Figura 4. Secuencia para ajustar un modelo con efectos de dos factores principales y su interacción caso 2(a).



a

Source	DF	SS	SS	MS	F	P
Carbon	2	1198.51	1198.51	599.26	39.38	0.000
Temp	1	2.60	2.60	2.60	0.17	0.682
Carbon*Temp	2	34.02	34.02	17.01	1.12	0.340
Error	30	456.53	456.53	15.22		
Total	35	1691.66				

S = 3.90098 R-Sq = 73.01% R-Sq(adj) = 68.52%

b

Obs	Dureza 2a	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
31	41.9233	50.4074	1.5926	-8.4841	-2.38 R
33	57.5647	50.4074	1.5926	7.1572	2.01 R

R denotes an observation with a large standardized residual.

Figura 5. Resultado del ANDEVA para el caso 2(a).



para el Caso 2(a). Para interpretar la tabla de ANDEVA que se muestra en la Figura 6 inciso a) se observa el Valor P de cada fuente de variación. Primero se revisa la existencia de algún efecto de interacción; el efecto de interacción se genera cuando el efecto de la combinación de dos o más factores en sus diferentes niveles modifican la variable de interés, y puede darse el caso que los factores de manera independiente en sus diferentes niveles no afecten la variable bajo estudio pero al mismo tiempo el efecto de la combinación de ellos si puede modificar la variable de interés

En el ejemplo no existe efecto de interacción importante entre los factores (carbón*temperatura) con un $P = 0.340$ que es mayor que $\alpha=0.05$, lo que indica, que no se rechace la hipótesis nula, es decir, en este modelo el factor temperatura no está interactuando con el nivel de carbón. En seguida se analizan los valores de P para los factores principales. En este caso el factor temperatura no influye sobre la variable respuesta ($P = 0.682$) y se decide no rechazar la hipótesis nula, indicando que el efecto del nivel de temperatura no modifica la media de la variable respuesta. Para el factor nivel de carbón el Valor $P < 0.0001$ indicando rechazar la hipótesis nula por lo que el efecto del nivel de carbón modifica la media de la variable dureza. La Figura 5 inciso b), muestra que los datos de la dureza analizados en la observación 31 y 33 son durezas inusuales, estos generalmente son errores de captura que se deben investigar y corregir en su caso; por el contrario si se conoce la causa de ese comportamiento, el investigador tiene dos opciones: dejar el dato o retirarlo.

Para este caso y los subsiguientes, los datos inusuales se dejarán dentro del estudio. En la Figura 6, se muestra el efecto de los factores principales

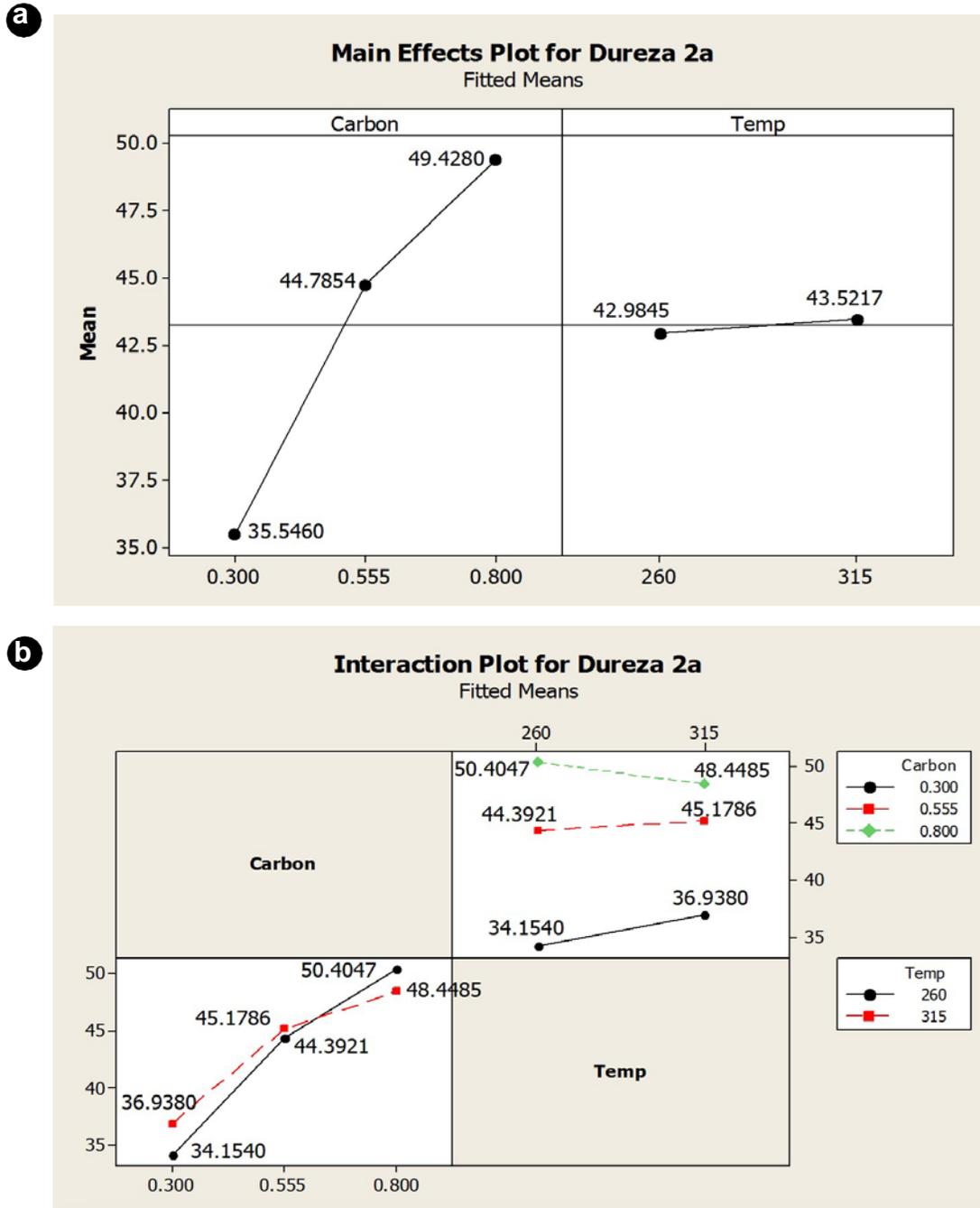


Figura 6. Efecto de los factores principales e interacción.



sobre la media de la variable dureza y cómo se ve influenciada por los diferentes niveles de los factores bajo estudio, en este caso el nivel de carbón y nivel de temperatura. Se observa en el inciso a) que al cambiar los niveles del factor carbón, la dureza se ve modificada; por ejemplo con 0.300 % de carbón la dureza es de 35.54 HRC, para 0.555 % de carbón, la dureza se incrementa a 44.78 y al incrementar a 0.800 % el carbón, la dureza también se incrementa a 49.42. Por su parte, el factor temperatura al cambiar de 260 a 315 °C la línea es casi horizontal con respecto a la dureza. En el inciso b) se presenta un análisis del efecto de la interacción entre los dos los factores bajo estudio. Con respecto al nivel de carbón, la media ajustada para la dureza se presenta en tres líneas a través de los niveles de temperatura y cada una representa un nivel de carbón, apreciando que casi son paralelas entre sí, por lo que se puede decir que no existe efecto de interacción importante entre estos dos factores. En la gráfica inferior derecha se muestra otra vista de la interacción donde existe un cruce de las líneas; sin embargo, esto no indica que exista un efecto de interacción importante ya que la diferencia de las diferencias entre los niveles de carbón para la dureza media no es significativa a través de los niveles de temperatura. Cuando se observa el cruce de líneas en un gráfico como éste, se puede creer que existe una interacción importante, pero no siempre es significativa.

Para probar esto se debe realizar la prueba de hipótesis correspondiente. En el Cuadro 3 se muestra un análisis de las interacciones para el caso 2(a). El efecto de la interacción se puede observar al estimar la diferencia de las diferencias entre tratamientos; por ejemplo, entre los tratamientos T1 y T2 hay una diferencia absoluta de 1.9975. De la misma manera la diferencia entre T1 y



Cuadro 3. Análisis del efecto de la interacción para el caso 2(a)

Temperatura °C	Carbón, %		
	T1	T2	T3
260	34.1540	44.3921	50.4047
315	36.9380	45.1786	48.4485
Diferencias	2.7840	0.7865	0.9662

T1, T2 y T3 =tratamiento a 0.300, 0.555 y 0.800 % carbón respectivamente.



T3 es igual a 0.8278 y por último la diferencia entre T2 y T3 es de 1.1697.

Caso 2(b). Dos factores significativos. Existen ocasiones donde los dos factores evaluados influyen sobre la variable respuesta. Los datos generados para ilustrar este caso se presentan en el Anexo 2. Para resolver este análisis siga los pasos en Minitab 16 como se muestra en la Figura 7.

En la Figura 8 inciso a) se muestra el análisis del efecto de los factores principales sobre la media de la variable de interés. Se observa que cuando el carbón es 0.300 % la dureza es 36.5534, al incrementarse a 0.555 % la dureza se modifica a 42.9389 y al incrementarse a 0.800 % la dureza es de 49.9229. De manera similar, en la gráfica del factor temperatura se muestra que cuando la temperatura cambia de 260 a 315°C la dureza se incrementa considerablemente de 40.9428 a 45.3340 respectivamente.

La línea inclinada en el gráfico del efecto de los factores principales indica que el nivel de carbón modifica la dureza; con respecto a la temperatura se observan dos líneas casi paralelas pero inclinadas, la inclinación sugiere que el factor temperatura también tiene una influencia sobre la dureza y cuando hay líneas paralelas sugiere que no existe un efecto de interacción.

Para decidir si existen efectos de interacción entre los factores se observa la tabla del ANDEVA, en el inciso c), en el renglón de la interacción (carbón*temp) con un valor de $P = 0.926$ que indica que no hay efecto de la interacción; para el factor nivel de carbón el valor $P < 0.0001$ que indica que los niveles de este factor tienen un efecto importante sobre la variable respuesta.

De la misma manera el factor temperatura con un valor $P < 0.002$ indica que los niveles de este factor tienen influencia sobre la variable respuesta.



a

↓	C1	C2	C3
	Carbon	Temp	Dureza 2b
1	0.300	260	29.6872
2	0.300	260	35.2513
3	0.300	260	30.9186
4	0.300	315	39.2260
5	0.300	315	
6	0.300	315	
7	0.300	260	

b

c

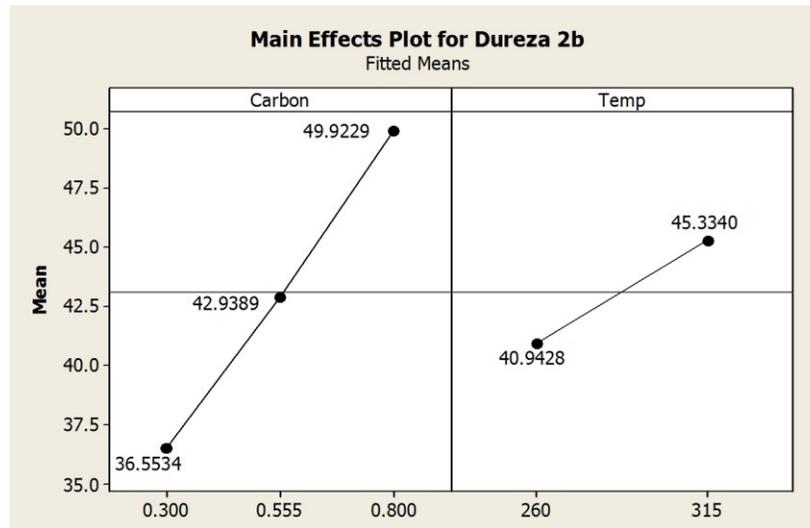
d

e

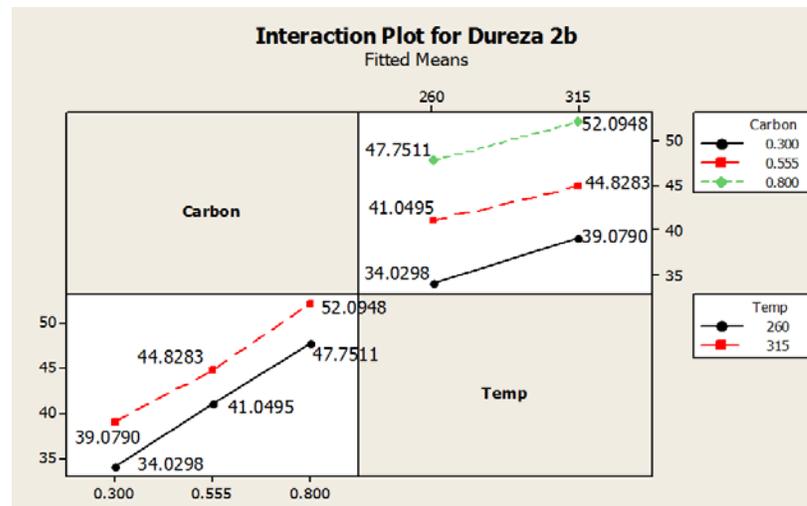
Figura 7. Secuencia para ajustar un modelo con efecto de dos factores principales y su interacción caso 2(b).



a



b



c

Analysis of Variance for Dureza 2b, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Carbon	2	1073.18	1073.18	536.59	33.89	0.000
Temp	1	173.55	173.55	173.55	10.96	0.002
Carbon*Temp	2	2.44	2.44	1.22	0.08	0.926
Error	30	474.96	474.96	15.83		
Total	35	1724.13				

S = 3.97894 R-Sq = 72.45% R-Sq(adj) = 67.86%

Figura 8. Descripción del efecto de los factores principales y de la interacción junto con la tabla del ANDEVA para el caso 2(b).



Caso 2(c). Dos factores e interacción significativos. Para ilustrar este caso se simularon datos de tal manera que el efecto del nivel de carbón, el del nivel de temperatura y el de la interacción resultaran estadísticamente significativos, los datos generados se presentan en el Anexo 4. Para analizar estos datos siga los pasos en el Minitab 16 ilustrados en la Figura 9.

La Figura 10 muestra los resultados generados por el Minitab 16. En el inciso a) el gráfico del efecto de factores principales nos permite ver que la línea de 0.300 a 0.555 tiene una inclinación mayor que en el rango de 0.555 a 0.800 % de carbón, esto quiere decir que la dureza es más sensible en el primer rango que en el segundo; cuando el contenido de carbón es de 0.300 % el acero presenta una dureza de 36.6910 HRC, pero si el porcentaje de carbón aumenta a 0.555 %, la dureza sufre un cambio a 44.2284 HRC. Al incrementar a un tercer nivel el contenido de carbón, es decir a 0.800 %, entonces la dureza se ve influenciada y el acero presenta 48.0426 HRC. Por su parte, el efecto del nivel de temperatura también influye en la dureza, ver el inciso a) donde la gráfica Temp indica que con una temperatura de 260 °C el acero presenta una dureza de 40.7442 HRC pero si se incrementa a 315°C entonces obtendremos una dureza de 45.27 HRC.

En el inciso b) Minitab 16 presenta un gráfico del efecto de la interacción. Con respecto al nivel de carbón indica que a mayor contenido de carbón se espera una mayor dureza; sin embargo, las líneas de 0.555 y 0.800 % de carbón se cruzan lo que sugiere un posible efecto de interacción. Por su parte el nivel de temperatura también muestra un par de líneas cruzadas, lo que sugiere que puede estar presente el efecto de la interacción.

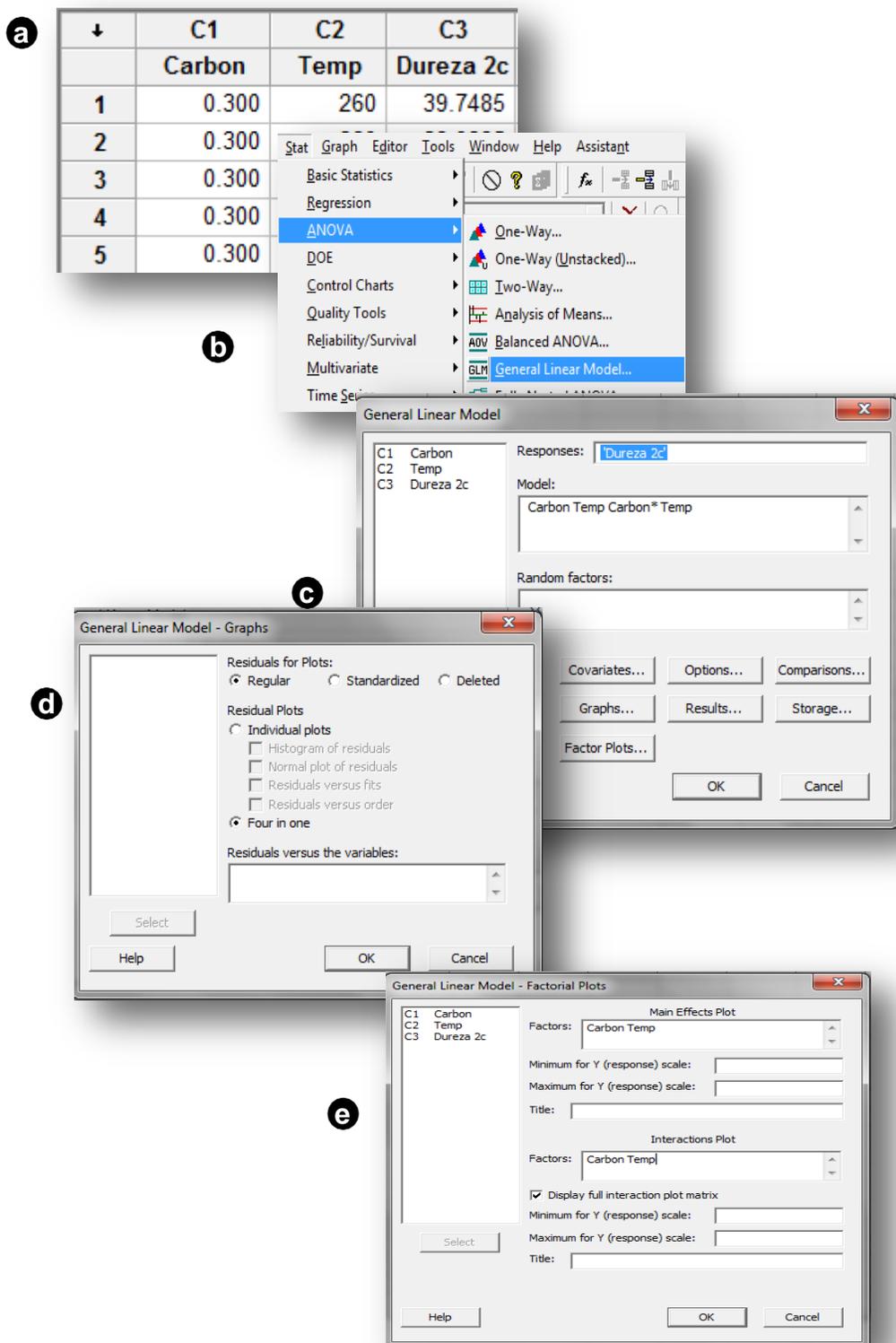
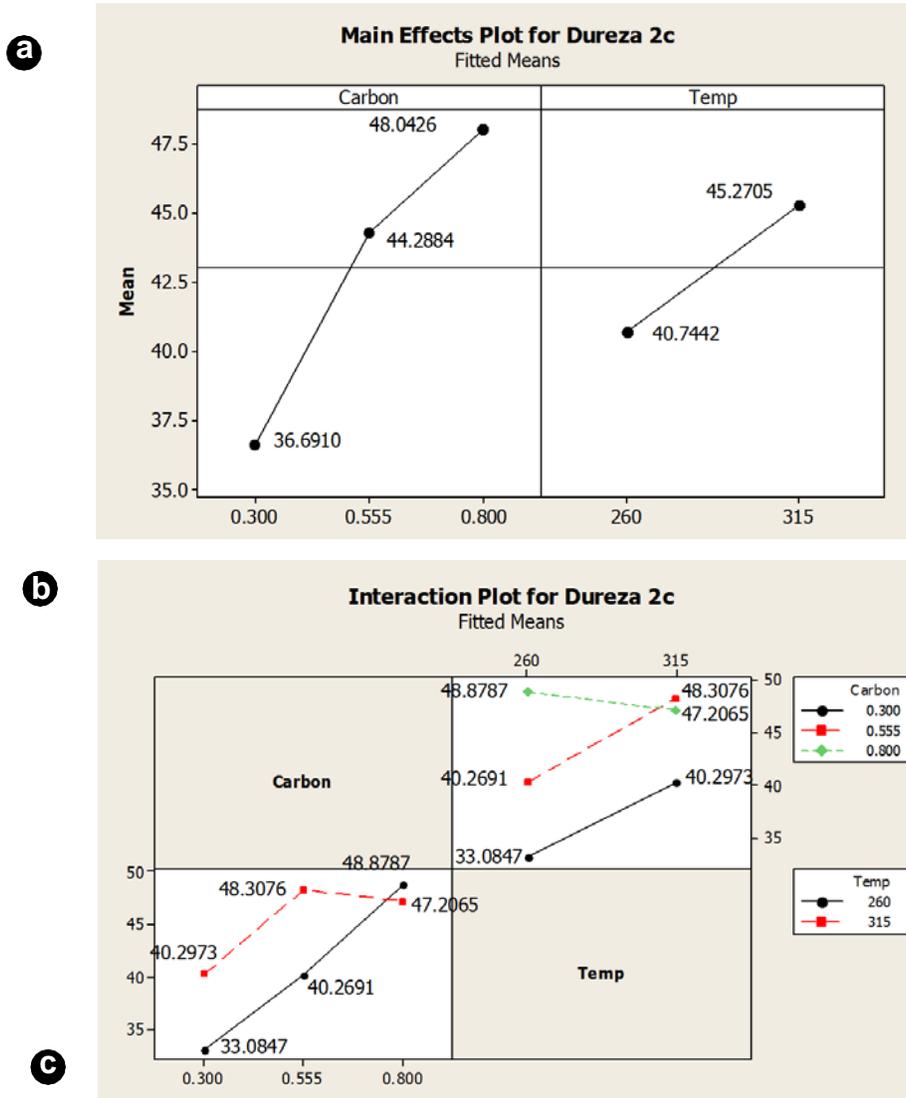


Figura 9. Descripción del efecto de los factores principales y de la interacción junto con la tabla de ANDEVA para el caso 2(b).



Analysis of Variance for Dureza 2c, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Carbon	2	802.70	802.70	401.35	31.85	0.000
Temp	1	184.38	184.38	184.38	14.63	0.001
Carbon*Temp	2	173.92	173.92	86.96	6.90	0.003
Error	30	378.00	378.00	12.60		
Total	35	1539.00				

S = 3.54965 R-Sq = 75.44% R-Sq(adj) = 71.35%

Figura 10. Descripción del efecto de los factores principales y de la interacción junto con la tabla de ANDEVA para el caso 2(c).



En el inciso c) Minitab 16 presenta la tabla del ANDEVA en el cual en el renglón de la interacción (Carbón*Temperatura) hay un valor $P < 0.003$ lo que indica que el efecto de la interacción es significativo; el efecto del factor Temperatura con un valor $P < 0.001$ también es significativo al igual que para el factor Carbón con un valor $P < 0.0001$.

En el Cuadro 4 se muestra un análisis de la diferencia de las diferencias para el efecto de la interacción. Por ejemplo, entre los tratamientos T1 y T2 hay una diferencia de 0.8259. De la misma manera la diferencia entre T1 y T3 es 5.5404 y por último la diferencia entre T2 y T3 es de 6.3628. La prueba de significancia del efecto de la interacción se realiza por medio de una prueba de hipótesis. Esto se muestra en la tabla de ANDEVA de la Figura 10 inciso c), como el valor $P < 0.003$ indica la existencia del efecto de la interacción significativo.

Caso 3. Diseño en Bloques Completos Aleatorizados (DBCA)

Para analizar los datos en este diseño siga los pasos en el Minitab 16 mostrados en la Figura 11. El bloqueo es por el efecto del inspector porque se sospecha que puede influir en las lecturas; sin embargo, no es el interés principal de este experimento, el interés es probar si los proveedores están enviando material con la misma calidad requerida.

La Figura 12 a) muestra que el proveedor B está enviando el acero con una dureza diferente a los proveedores A, C y D y en el gráfico para inspectores se observa que los inspectores 1, 2 y 4 están presentando lecturas similares, en cambio el inspector 3 presenta lecturas diferentes a las de sus compañeros.

En el inciso b) el efecto del factor proveedor presenta un valor $P < 0.022$ lo cual



Cuadro 4. Análisis de la interacción para el caso 2(c)

Temperatura	Carbón		
	0.300 T1	0.555 T2	0.800 T3
260	33.0847	40.2691	48.8787
315	40.2973	48.3076	47.2065
Diferencias	7.2126	8.0385	1.6722



a

	Proveedor	Inspector	Dureza
1	A	1	50.9491
2	A	2	49.4986
3	A	3	57.1911
4	A		
5	B		
6	B		

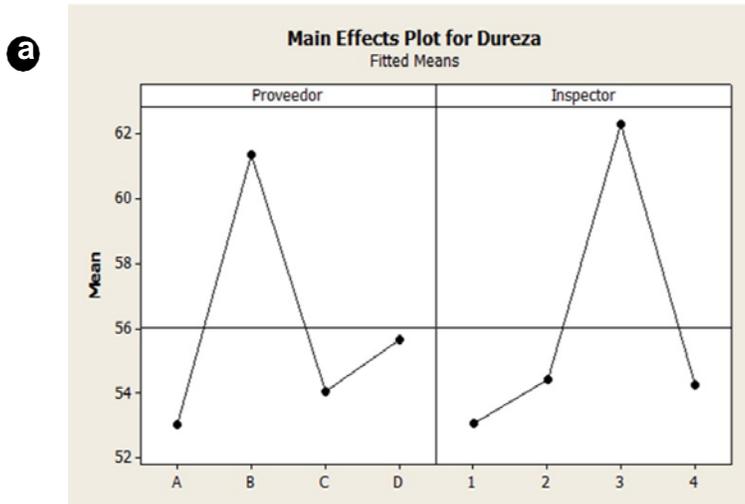
b

c

d

e

Figura 11. Secuencia para ajustar un modelo a los datos en un DBCA.



b

Analysis of Variance for Dureza, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Proveedor	3	164.73	164.73	54.91	5.30	0.022
Inspector	3	212.54	212.54	70.85	6.84	0.011
Error	9	93.20	93.20	10.36		
Total	15	470.47				

S = 3.21793 R-Sq = 80.19% R-Sq(adj) = 66.98%

c

Analysis of Variance for Dureza, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Proveedor	3	164.73	164.73	54.91	2.16	0.146
Error	12	305.74	305.74	25.48		
Total	15	470.47				

S = 5.04757 R-Sq = 35.01% R-Sq(adj) = 18.77

Figura 12. Descripción del efecto de los factores y tabla del ANDEVA para el DBCA.



indica que al menos un proveedor está enviando acero con diferente grado de dureza. Para el efecto del factor inspector quien realiza las mediciones el valor $P < 0.011$ que indica que al menos un inspector está midiendo de manera diferente a los demás. La R^2 indica que nuestro modelo ajustado es bueno ya que explica el 80.19 % de la variabilidad observada en la dureza. Si no se incluye la variación debida al bloque (inspector) se podría llegar a conclusiones diferentes. Si se ajusta el modelo sin el efecto del inspector el valor $P < 0.146$ para el efecto del proveedor resulta no ser significativo, es decir, no existe evidencia estadística significativa para decir que los proveedores están embarcando acero de diferente dureza llegando a una conclusión diferente porque no se consideró el efecto de bloque.

Caso 4. Diseño de Experimento de Cuadro Latino

La Figura 13 muestra las instrucciones para realizar en Minitab 16 el análisis de los datos en un cuadro latino. El doble bloqueo es por proveedor y por operador porque sospechamos que el operador y el proveedor pueden influir en las lecturas. El factor de interés es el nivel de carbón. La Figura 14 en el inciso a) muestra los efectos de los factores principales para el factor carbón; observe que en el rango de 0.425 a 0.675 % de carbón la dureza se incrementa, pero en el rango de 0.674 a 0.800 la dureza se ve reducida. En el factor proveedor se observan dos grupos: el proveedor A y B y el proveedor B y C que entregan acero con una dureza similar. Para el segundo factor bloqueado (operador) se observa que el método de medición que sigue cada uno de ellos es diferente, el gráfico sugiere que los operadores 1 y 4 aportan lecturas similares. Los resultados de la tabla de ANDEVA para este caso se presentan



a

↓	C1-T	C2-T	C3	C4
	Proveedor	Operador	Carbon	Dureza
1	A	1	0.425	37.4458
2	A	2	0.55	
3	A	3	0.67	
4	A	4	0.80	
5	B	1	0.55	
6	B	2	0.67	

b

c

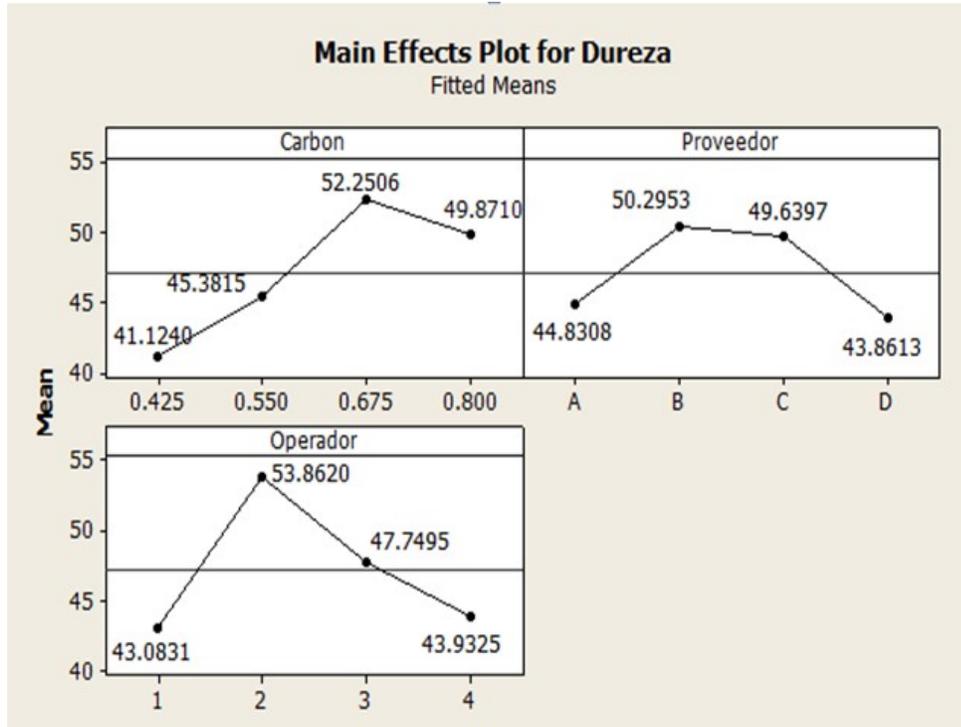
d

e

Figura 13. Secuencia para ajustar un modelo a los datos en un DCL.



a



b

Analysis of Variance for Dureza, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Carbon	3	291.44	291.44	97.15	5.16	0.042
Proveedor	3	129.14	129.14	43.05	2.29	0.179
Operador	3	289.21	289.21	96.40	5.12	0.043
Error	6	112.87	112.87	18.81		
Total	15	822.67				

S = 4.33721 R-Sq = 86.28% R-Sq(adj) = 65.70%

Figura 14. Descripción del efecto de los factores junto con la tabla del ANDEVA para un DCL.



similares. Los resultados de la tabla de ANDEVA para este caso se presentan en el inciso b), donde el factor carbón tiene un valor $P < 0.042$ que es significativo, el factor proveedor para este caso no es significativo estadísticamente con un valor $P < 0.179$, en cambio el factor operador si es significativo con un valor $P < 0.043$. Los factores proveedor y operador se incluyen en el modelo para tomar en cuenta la variación que ellos generan y que ésta no afecte el error; lo que se busca es minimizar el error con un diseño más eficiente, pero los factores bloqueados no se deben interpretar como factores de interés primario.

Caso 5. Diseño de Experimentos Factorial 2^k Completos

Para resolver este diseño en Minitab 16 primero se debe crear, ya que si no se crea aún y cuando se capturen uno a uno los valores de los factores, el Minitab 16 no lo podrá analizar ya que él no lo creo, para crearlo siga la ruta: "Stat>DOE>Factorial>Create Factorial Design" como se muestra en la Figura 15 inciso a) luego seleccione "2-level Factorial" tal como se muestra en el inciso b), presionar "Design" llenar la ventana como se indica en el inciso c), seleccione Full Factorial porque se desea realizar un diseño factorial completo, luego teclear ok. Ahora ya están habilitados algunos comandos más. Capture el nombre de los factores y sus niveles como se indica en el inciso e).

Generación del diseño y captura de datos para el diseño 2^k . En la Figura 16 inciso a) se muestra como se debe llenar la ventana de "options", al presionar "ok" Minitab 16 proporcionará una tabla inciso b) que contiene las corridas tal como se deberá realizar el diseño de experimentos, la tabla contiene las siguientes columnas: StdOrd: Orden consecutivo de las corridas

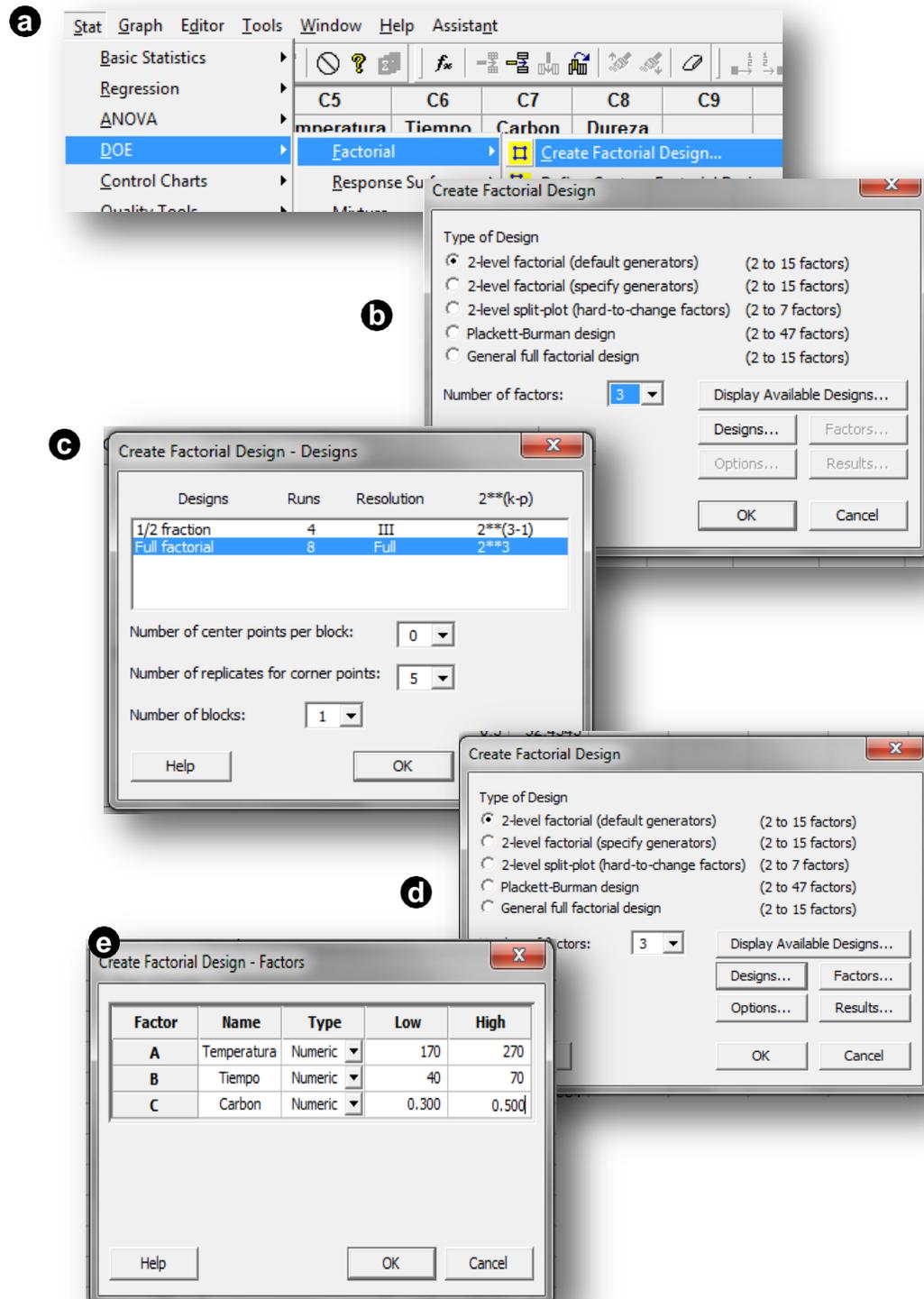
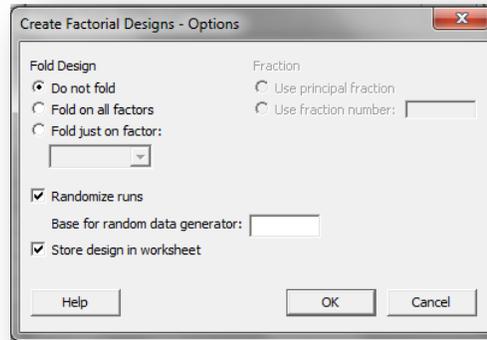


Figura 15. Secuencia para crear el diseño factorial 2^k .



a



b

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	Temperatura	Tiempo	Carbon	Dureza
1	19	1	1	1	170	70	0.3	
2	28	2	1	1	270	70	0.3	
3	29	3	1	1	170	40	0.5	
4	6	4	1	1	270	40	0.5	
5	17	5	1	1	170	40	0.3	

c

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	Temperatura	Tiempo	Carbon	Dureza
1	19	1	1	1	170	70	0.3	38.0496
2	28	2	1	1	270	70	0.3	24.2404
3	29	3	1	1	170	40	0.5	38.5865
4	6	4	1	1	270	40	0.5	45.6156
5	17	5	1	1	170	40	0.3	32.4345

Figura 16. Generación del DOE y captura de datos para el DEF 2^k.



como se generó el DOE por Minitab 16. Run order: Orden aleatorizado para llevar a cabo las corridas. Centerpt: Número de puntos centrales en el diseño. Blocks: Número de bloques. Temperatura: niveles en que se debe establecer la temperatura al realizar las corridas. Tiempo: Niveles en los que se debe establecer el tiempo. Carbón: Niveles del factor carbón a los que se deben establecer las corridas. Al final de esta tabla nombramos la columna C8 como “Dureza”. Una vez que se realizan las corridas y se obtienen los datos de la variable de interés Dureza se capturan cada uno de los cuarenta valores resultado de las corridas realizadas, ver inciso c).

Análisis de datos para el diseño 2^k. En la Figura 17 inciso a) se establecen las instrucciones para realizar el análisis del diseño, una vez que se siguen las instrucciones: “Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design”, aparece la ventana del inciso b), se debe seleccionar la columna donde se encuentre la variable respuesta “Dureza”, se selecciona el comando “Terms” como se muestra en el inciso c). En “Include terms in the model up through order” seleccione 3 porque interesa conocer si existen efectos de interacción de orden 3, la combinación de factores ABC, en “selected terms” se debe seleccionar los factores para analizar con el comando “>” ó “>>” se selecciona ok”, regresa a la ventana que aparece en la ventana del inciso b), se presiona el comando “Graphs” y aparece la ventana que se muestra en la figura del inciso d) en ella seleccionamos “Pareto” y “four in one”, llene la ventana como “se indica y presione “ok” para obtener la solución.

Solución al DEF 2³. En la Figura 18 inciso a) se muestra un diagrama de Pareto generado para la solución, las letras A, B y C representan temperatura,

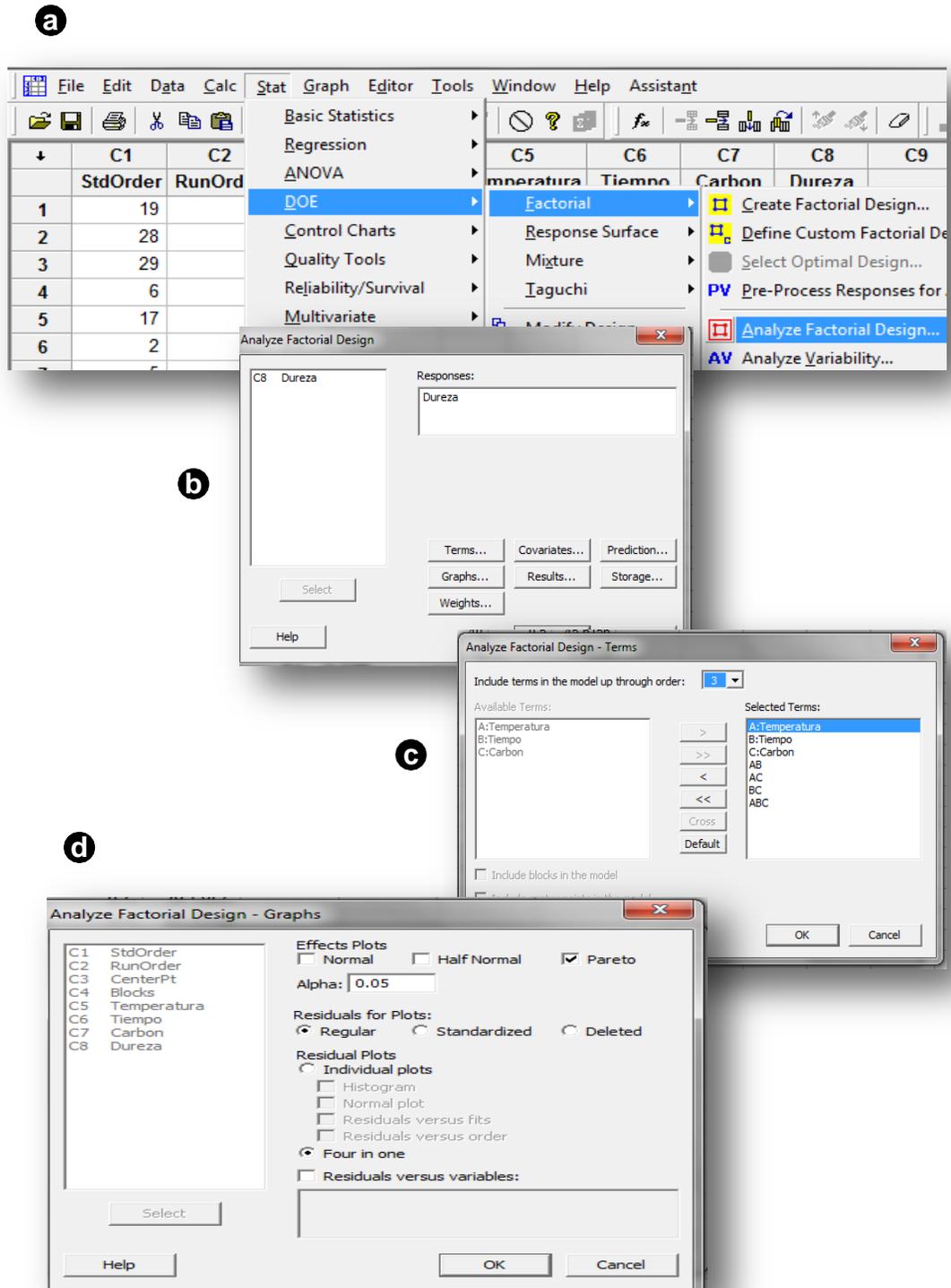
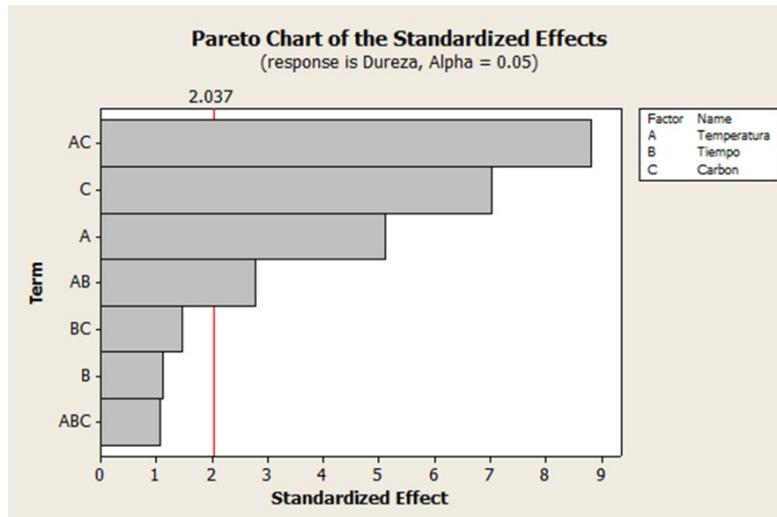


Figura 17. Secuencia para analizar datos en un DFE 2^k .



a



b

Estimated Effects and Coefficients for Dureza (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		36.585	0.6795	53.84	0.000
Temperatura	6.967	3.484	0.6795	5.13	0.000
Tiempo	-1.513	-0.757	0.6795	-1.11	0.274
Carbon	9.571	4.785	0.6795	7.04	0.000
Temperatura*Tiempo	-3.793	-1.896	0.6795	-2.79	0.009
Temperatura*Carbon	11.986	5.993	0.6795	8.82	0.000
Tiempo*Carbon	-2.011	-1.005	0.6795	-1.48	0.149
Temperatura*Tiempo*Carbon	1.457	0.729	0.6795	1.07	0.292

c

Analysis of Variance for Dureza (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	1424.37	1424.37	474.79	25.71	0.000
Temperatura	1	485.46	485.46	485.46	26.29	0.000
Tiempo	1	22.90	22.90	22.90	1.24	0.274
Carbon	1	916.02	916.02	916.02	49.60	0.000
2-Way Interactions	3	1621.00	1621.00	540.33	29.26	0.000
Temperatura*Tiempo	1	143.84	143.84	143.84	7.79	0.009
Temperatura*Carbon	1	1436.74	1436.74	1436.74	77.80	0.000
Tiempo*Carbon	1	40.42	40.42	40.42	2.19	0.149
3-Way Interactions	1	21.23	21.23	21.23	1.15	0.292
Temp*Tiempo*Carbon	1	21.23	21.23	21.23	1.15	0.292
Residual Error	32	590.98	590.98	18.47		
Pure Error	32	590.98	590.98	18.47		
Total						

Figura 18. Análisis de los datos para el DEF 2³.

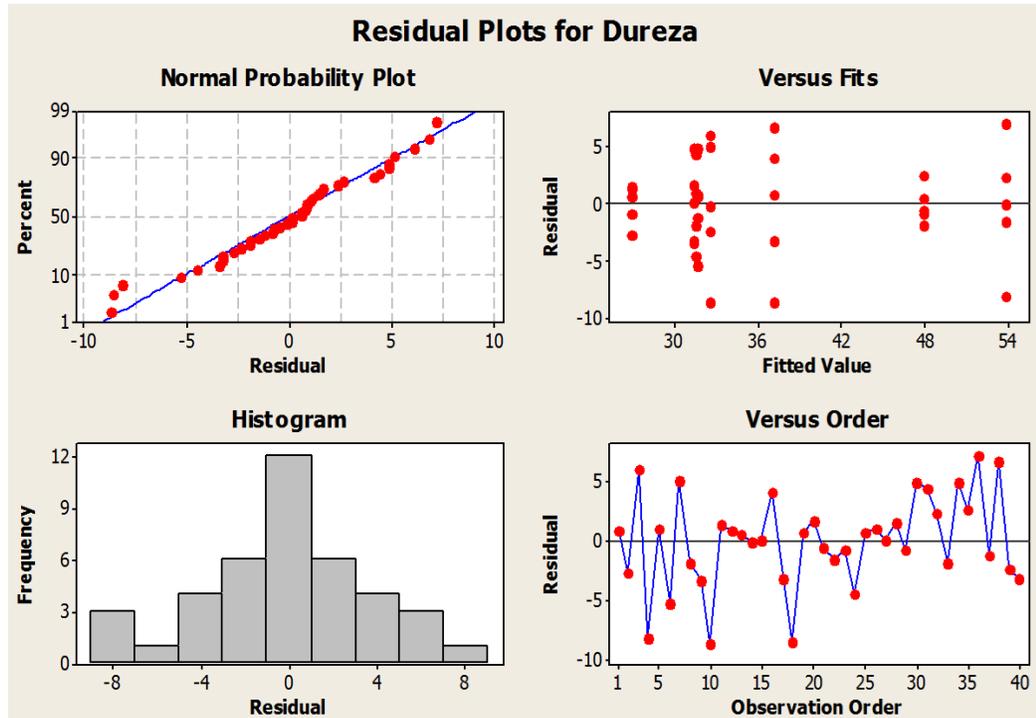


tiempo y carbón respectivamente, en la escala terms están los factores y sus interacciones, la escala “Standardized Effect” es la línea donde se observa la influencia de cada factor o sus interacciones sobre la variable Dureza, el valor 2.037 representa el valor T e indica el límite para determinar los factores o interacciones que tienen un impacto significativo sobre la Dureza, entre más grande sea la barra mayor será su contribución, por el contrario si un factor o una barra no sobrepasa este valor, éste no representa una influencia significativa, esto mismo se puede observar en el inciso b) de la misma figura. Aquellos “terms” que presenten “valores p” más pequeños que el valor alfa (0.05) son factores estadísticamente significativos, la interpretación debe iniciarse con los elementos de tercer nivel, la interacción (temperatura*tiempo*carbón) no es significativa ya que presenta un valor $P < 0.292$, luego se debe prestar atención a los de segundo nivel, es decir, las interacciones dobles; aquí (temperatura*carbón) y (temperatura*tiempo) son significativas con un valor $P < 0.0001$ y $P < 0.009$ respectivamente, mas no así (tiempo*carbón). Los efectos de los factores principales carbón y temperatura también son significativos ambos con un valor $P < 0.0001$. Observe que el factor tiempo por sí solo no es significativo con un valor $P < 0.274$. En el inciso c) se presenta la tabla de ANDEVA resultado del análisis del diseño de experimentos. Aquí se debe prestar atención en los valores de P para cada una de las fuentes de contribución; en resumen, aquellos valores de P menores a alpha (0.05) son fuentes de variación que tienen un efecto significativo sobre la variable respuesta.

Análisis de residuales y coeficientes de regresión. En la Figura 19



a



b

Estimated Coefficients for Dureza using data in uncoded units

Term	Coef
Constant	18.0140
Temperatura	-0.057004
Tiempo	1.62874
Carbon	-61.442
Temperatura*Tiempo	-0.00641413
Temperatura*Carbon	0.664352
Tiempo*Carbon	-2.80735
Temperatura*Tiempo*Carbon	0.00971432

Figura 19. Secuencia para el análisis de residuales y coeficientes de regresión para el DEF 2³.



inciso a) el Minitab 16 muestra el resultado del análisis de los residuales para el diseño de experimentos, el cual permite verificar si se cumplen los supuestos para realizar el ANDEVA; es decir, los supuestos de normalidad de los datos bajo análisis, la homogeneidad de varianzas y la aleatoriedad de la realización de las pruebas. En el inciso b) se muestran los coeficientes de una ecuación de regresión que permite predecir la dureza en función de un conjunto de variables predictoras:

$$\begin{aligned} Dureza = & 18.014 - 0.057(Temperatura) + 1.628(Tiempo) - 61.442(carbon) - \\ & 0.0064(temperatura * tiempo) + 0.6643(Temperatura * carbon) - \\ & 2.8073(tiempo * carbon) + 0.0097(Temp * Tiempo * Carbon). \end{aligned}$$

Instrucciones para generar gráficos del diseño. El inciso a) de la Figura 20 muestra la ruta de comandos a seguir para obtener los gráficos de los efectos principales en el modelo factorial, así como el de sus interacciones; al presionar Stat>DOE>Factorial>Factorial Plots aparece la ventana que se muestra en el inciso b), al seleccionar “Main Effects Plot” se deberá realizar un setup tal como se indica en la ventana del inciso c), al presionar “ok” Minitab 16 presenta la ventana que se muestra en el inciso b), luego seleccionamos “interaction plots” y realizamos el “set-up” tal como se ilustra en el inciso d), por último realizamos el set-up para enerar el “cube plot” llenando la ventana como se indica en el inciso e).

Gráficos como resultado del análisis del diseño 2³. En la Figura 21 inciso a) se presenta cómo los efectos de los factores principales afectan la dureza. Se puede observar que el factor temperatura y el factor carbón presentan una línea inclinada, mostrando una diferencia significativa al cambiar

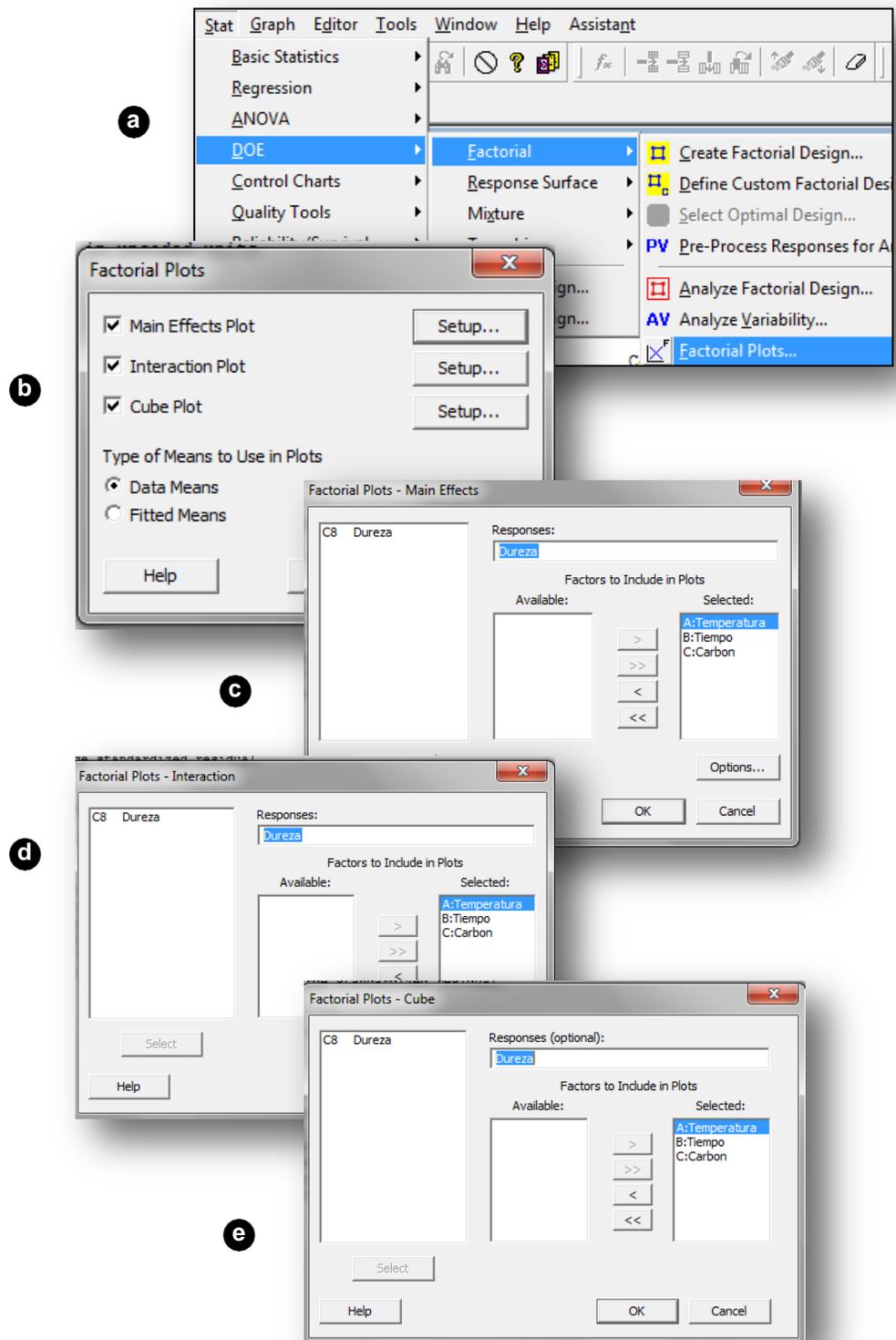


Figura 20. Secuencia para generar gráficos del DEF 2^3 .

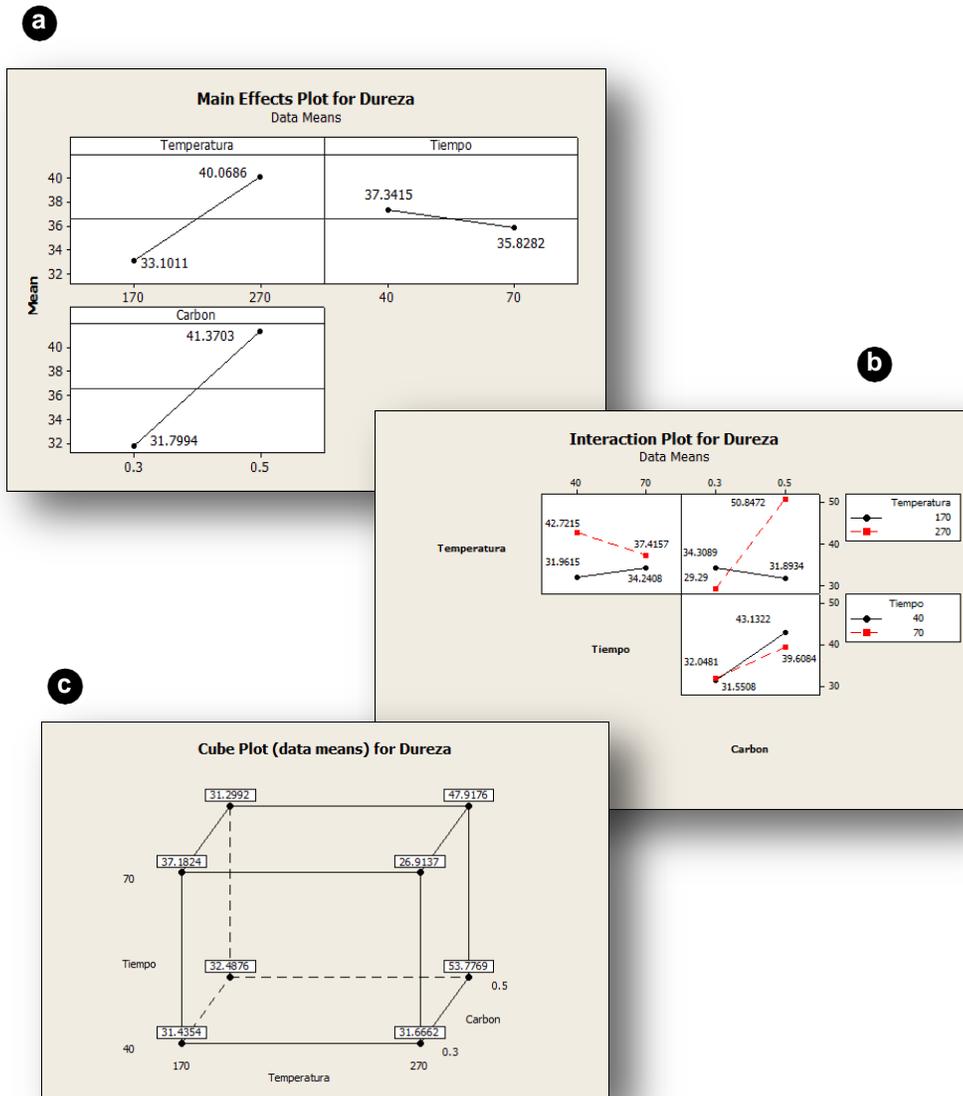


Figura 21. Gráficos del DEF 2³.



de niveles. Para el factor tiempo la línea no parece tan inclinada mostrando un cambio no tan significativo de los valores de la dureza entre sus niveles. En el inciso b) se muestra un gráfico de interacciones entre los diferentes factores, obsérvese que entre (temperatura*tiempo) al igual que en (temperatura*carbón) hay diferencias significativas entre los diferentes niveles mas no así en la interacción (tiempo* carbón). En el inciso c) el Minitab 16 ofrece un cubo que representa las diferentes combinaciones de los tres diferentes factores en el estudio, así como sus diferentes niveles y cómo estos impactan a la dureza. Por ejemplo, en la esquina inferior izquierda el factor temperatura a 170 °C, tiempo en 40 min y el carbón en 0.300 %, la dureza media es 31.4354. En resumen cada esquina del cubo ofrece una cierta combinación entre los niveles de los factores y esta combinación genera una dureza media ilustrada en cada recuadro.

Instrucciones para optimizar el diseño factorial 2³. Las instrucciones “Stat>Doe>Factorial>Response optimizer” mostradas en la Figura 22 inciso a) permiten optimizar la variable bajo estudio; para ello, se llena la ventana de diálogo como se muestra en el inciso b), se selecciona el comando “set-up”, al hacerlo se abrirá una ventana como se muestra en el inciso c); aquí se puede minimizar, maximizar u obtener una dureza específica. En el ejemplo se pide encontrar la combinación óptima de factores para obtener una dureza de 36 +/- 0.5 por lo que se especifican los límites y el objetivo como se indica.

Optimización y respuesta de Minitab 16 para el caso 5. En la Figura 23 inciso a) se muestra un gráfico de optimización. Se puede observar que si se desea tener una dureza de 36 la mejor combinación de factores es la temperatura en 220°C, el tiempo en 55 min y el carbón en 0.3878, números

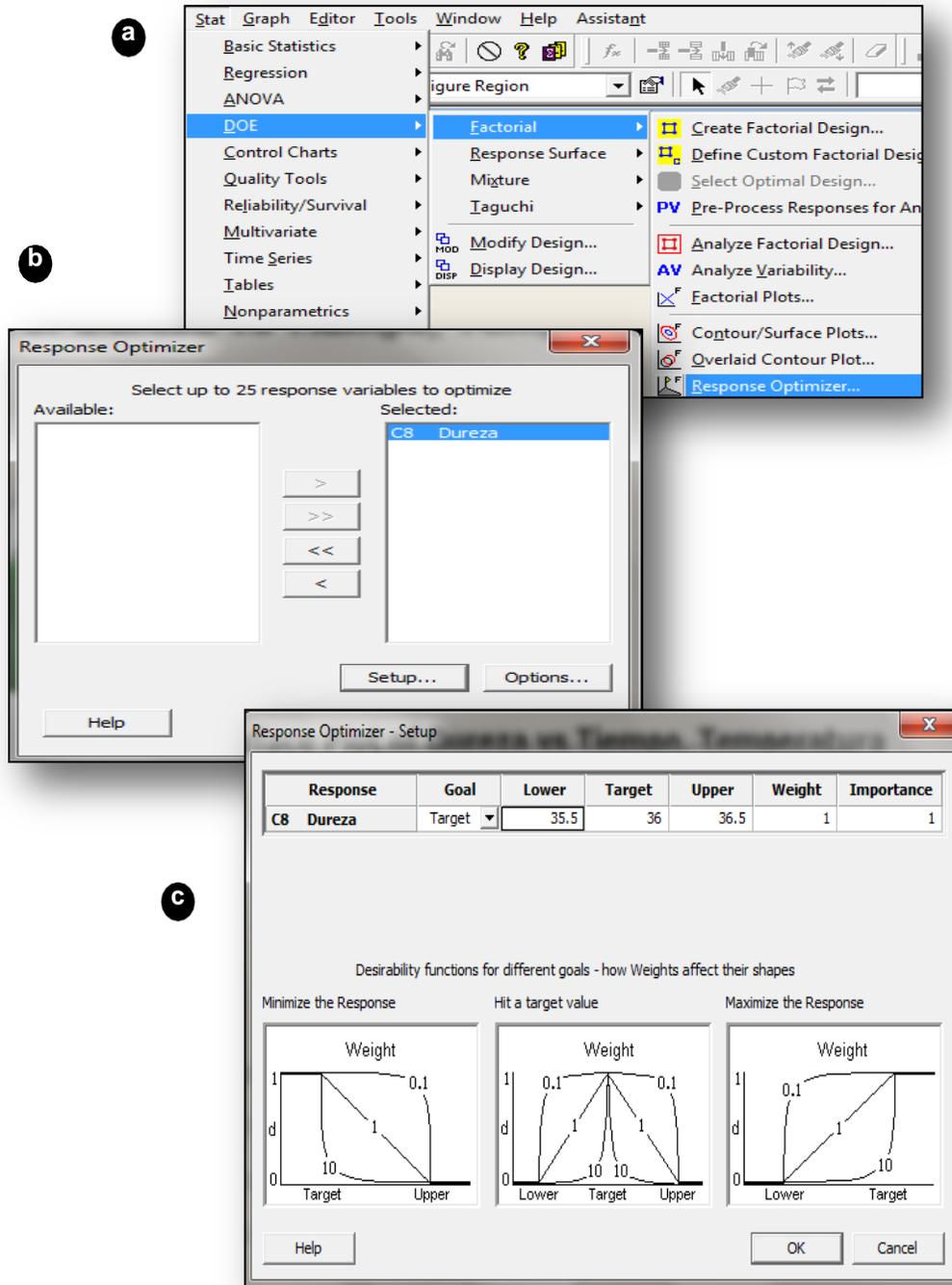
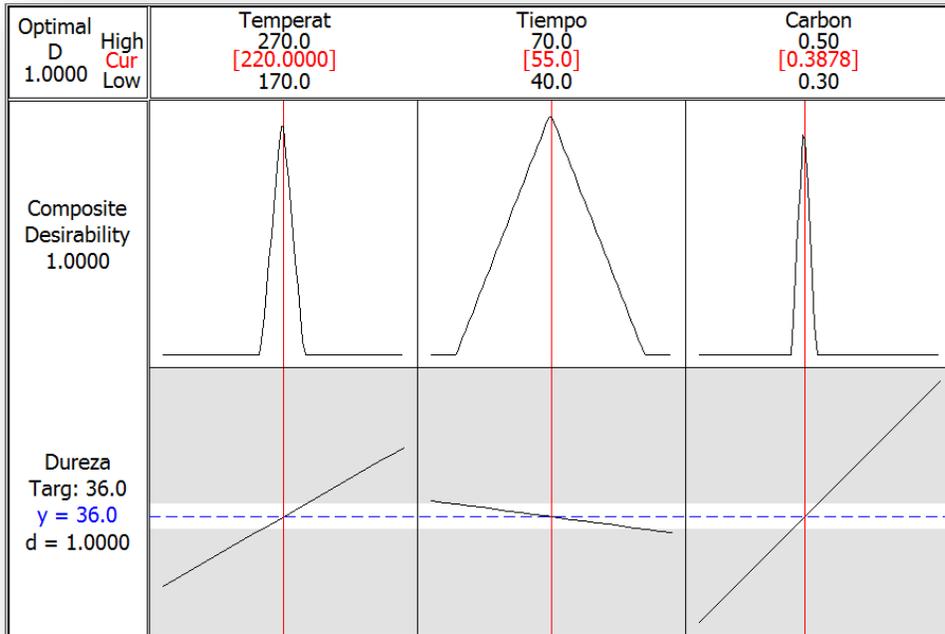


Figura 22. Secuencia para optimizar el DEF 2³.



a



b

Response Optimization

Parameters

	Goal	Lower	Target	Upper	Weight	Import
Dureza	Target	35.5	36	36.5	1	1

Global Solution

Temperatura = 220.000
 Tiempo = 55.0000
 Carbon = 0.387778

Predicted Responses

Dureza = 36 , desirability = 1.000000

Composite Desirability = 1.000000

Figura 23. Optimización y respuesta de Minitab 16 para el caso 5.



mostrados entre paréntesis para cada factor. En el mismo gráfico se muestra un índice estadístico “d” llamado “desirability”, entre más cercano esté el valor “d” a la unidad mejor será el resultado, en este caso $d=1$ por lo que se puede confiar en la ecuación de predicción. En el gráfico se pueden mover las líneas verticales y observar que existen otras combinaciones posibles que pueden dar como resultado el mismo objetivo; por ejemplo la combinación: temperatura en 170 °C, tiempo en 70 min y el carbón en 0.3409 % o la temperatura en 270 °C, el tiempo en 42.3766 min y el carbón en 0.3428 % combinaciones que permiten lograr el mismo grado de dureza optimizando los recursos según sean las necesidades de la empresa. Finalmente en este estudio, el inciso b) de la Figura 23 ofrece un resumen de la combinación sugerida de manera automática por medio de Minitab 16 para alcanzar el objetivo de 36 ± 0.6 grado de dureza.



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se elaboró un manual práctico sobre el análisis de datos en los diseños experimentales más comúnmente aplicados en la investigación científica con base en la simulación de diferentes casos de estudio.

Se logró simular una muestra aleatoria en cada caso de estudio buscando mostrar variabilidad en la significancia de los efectos involucrados en el modelo para posteriormente describir los resultados en las salidas del Minitab 16, agregando la interpretación en el contexto de los mismos

Cada caso en particular es diferente, por ello el investigador no debe perder de vista el objetivo de su diseño, ya que de ello depende el tipo del diseño a utilizar. Al seleccionar el tipo de diseño de experimentos el investigador se debe enfocar en los supuestos del diseño, el no hacerlo puede llevar a conclusiones erróneas

Cuando vaya a realizar un diseño de experimentos, identifique adecuadamente los factores que sospeche o conoce que afectan la variable bajo estudio, descarte por medio de algún diseño de experimentos preliminar los no importantes y proceda a realizar un diseño de experimentos completo incluyendo los factores importantes, así optimizará los recursos empleados. Para concluir es muy importante la correcta interpretación de los resultados que ofrece el modelo estadístico. También es importante que una vez identificados los factores y los niveles que optimicen la variable respuesta, el investigador realice corridas de prueba que verifiquen que realmente los factores en sus niveles seleccionados alcanzarán el objetivo trazado.



LITERATURA CITADA

- Berenson, M. L. y D. M. Levine. 1996. Estadística básica en administración 6ª ed. Prentice Hall Hispanoamerica, S.A. Mexico.
- Cicalidad. 2009. Diseño de experimentos conceptos básicos. En: <http://www.cicalidad.com/articulos/Herramientas%20Estad%EDsticas.pdf> Consultado 9 Agosto 2013.
- Devore J. L. 2012. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. 8a ed. Editorial Cengage Learning Editores, S.A. de C.V. México.
- Hurtado M. J y R. G. Fernández. 2012 Apuntes de diseño experimental. En: <https://es.scribd.com/doc/12276230/DiseNo-de-Experimentos-notas-de-Clases>. Consultado 9 Agosto 2013.
- Ibarra S. M. 2013. Sistemas de producción fundamentos. el prisma.com. En: http://www.elprisma.com/apuntes/ingenieria_industrial/sistemasdeproduccionfundamentos/default.asp. Consultado 10 Septiembre 2013.
- Ishikawa K. 1985. Guía de control de calidad. 1a. ed. UNIPUB. New York, E.U.A.
- ISO/TC 176. 2005. ISO 9000. Sistemas de gestión de la calidad fundamentos y vocabulario. 3a ed. Editorial Secretaria central de ISO Ginebra, Suiza.
- Mathews P. G. 2004. Design of experiments with minitab. 1a ed. ASQ Quality Press. Milwaukee, Wisconsin, E.U.A.
- Montgomery D. C. 1991. Diseño y análisis de experimentos. 1ª. ed. Editorial Iberoamericana. México.
- Montgomery D. C. 2007. Diseño y análisis de experimentos. 2a. ed. Editorial Limusa Wiley. México.
- Napolitano H. 2006. N° 354 Industria & química diseño de experimentos educación en ciencias químicas. En: <http://www.aqa.org.ar/iyq354/6.pdf> Consultado 20 Septiembre 2013.
- Navidi W. 2006. Estadística para ingenieros y científicos. 1ª ed. Editorial McGraw-Hill/Interamericana Editores S.A. de C.V. México.
- Ruiz M. A., C. H. Gómez., M. J. J. de Diego y J. R. López. 2006. Guía de orientación para la realización de estudios de análisis de la demanda y de encuestas de satisfacción. Ministerio de administraciones públicas. Madrid España En: http://www.seap.minhap.es/dms/es/web/publicaciones/centro_de_publica



[ciones de la sgt/Monografias/parrafo/01111111111118/text es files/Guia-analisis-demanda-y-encues.pdf](#) Consultado 6 Noviembre 2012.

Santana F. R. 2007. Técnicas estadísticas (DOE, RSM, VRT) para el análisis de un modelo de simulación. Tesis de Maestría. Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.

Schmidt S. R. y Robert G. L. 1994. Understanding industrial designed experiments 4a ed. Air Academy Press. Colorado Springs, E.U.A

Tanaco M., L. Ilzabre, E. Viles y M. J. Álvarez. 2008. Aplicación del diseño de experimentos (DOE) para la mejora de procesos. En: [http://www.um.edu.uy/ upload/ investigacion/web_investigacion_55 Memoria 7 DisenodeExperimentos.pdf](http://www.um.edu.uy/upload/investigacion/web_investigacion_55_Memoria_7_DisenodeExperimentos.pdf) Consultado 13 marzo 2013.

Walpole R. E., R. H. Myers., S. L. Myers. y K. Ye 2007. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. 8a ed. Editorial Pearson Education. México

Webster, A. L. 2000. Estadística aplicada a los negocios y la economía. 3a ed. McGraw Hill. Santa Fe de Bogotá Colombia.

Wortman, B. 2001. CSSBB Primer certification six sigma black belt. Quality Council of Indiana. Indiana USA.



ANEXOS



Anexo 1. Datos para el caso 1: (DCA) ANDEVA de una vía

	% de Carbón				
Obs.	0.300%	0.424%	0.555%	0.675%	0.800%
1	41.5514	50.3268	56.3594	60.0138	51.9021
2	37.5182	44.8544	53.4189	50.8856	59.4670
3	50.7636	46.6103	54.0637	53.2038	62.7680
4	42.0782	42.9829	54.3049	55.1712	58.3004
5	43.1678	47.7786	42.1144	54.9652	52.2608



Anexo 2. Datos para ilustrar el caso 2(a)

Temperatura	% Carbón		
	0.300	0.555	0.800
260 °C	34.361117	42.369828	52.871900
	39.325460	43.519312	47.015038
	36.508176	45.684962	53.747713
	29.695047	49.637135	41.923331
	34.444621	47.749233	49.322031
	30.589837	37.392252	57.564666
315 °C	34.620211	49.675372	49.182019
	40.803090	40.977563	41.812784
	33.468314	44.676809	48.178915
	36.246839	45.078889	47.675972
	38.350569	45.406784	52.307771
	38.138781	45.256119	51.533412



Anexo 3. Datos para ilustrar el caso 2(b)

Temperatura	% Carbón		
	0.300	0.555	0.800
260 °C	29.687246	44.211245	41.589460
	35.251308	44.110546	52.407267
	30.918594	41.238753	46.587824
	33.323234	43.549279	47.265590
	37.447771	35.007273	48.264257
	37.538796	38.180079	50.392006
315 °C	39.225975	50.802876	57.146992
	36.683221	38.325800	45.951042
	44.479325	50.612263	54.980642
	41.638269	45.335458	49.103976
	37.594640	40.203728	51.210246
	34.852650	43.689810	54.175927



Anexo 4. Datos para ilustrar el caso 2(c)

Temperatura	% Carbón		
	0.300	0.555	0.800
260 °C	39.748526	38.108794	47.855308
	28.988493	40.474279	50.608468
	31.448338	45.853088	49.679481
	37.063008	39.742314	46.850446
	31.785670	37.637203	50.530203
	29.474290	39.799216	47.748471
315 °C	39.808606	44.702610	47.193802
	36.869555	45.375170	48.716812
	38.723527	47.271712	43.628925
	45.972872	47.465885	40.922411
	40.799120	48.608806	50.608248
	39.609941	56.421620	52.168788



Anexo 5. Datos para ilustrar el caso 3 DBCA

Proveedor	Inspector			
	1	2	3	4
A	50.9491	49.4986	57.1911	54.4456
B	57.6397	60.8722	64.0313	62.7904
C	50.102	51.5251	63.8647	50.775
D	53.7133	55.8821	63.9758	49.0002



Anexo 6. Datos para ilustrar el caso 4 diseño en cuadro latino

Proveedor	Inspector			
	1	2	3	4
A	0.425	0.550	0.675	0.800
	37.4458	52.9590	49.9092	39.0092
B	0.550	0.0675	0.800	0.425
	43.0234	61.3654	56.1709	40.6217
C	0.675	0.800	0.425	0.550
	47.5004	59.9411	45.2458	45.8716
D	0.800	0.425	0.550	0.675
	44.3629	41.1827	39.6721	50.2275



Anexo 7. Cuadro que muestra las corridas de tres diferentes factores en dos niveles de un diseño 2^k

Corrida	Efecto Factorial						
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+



Anexo 8. Datos para ilustrar el caso 5

Temperatura

Tiempo	170 °C		270 °C	
	40 min	70 min	40 min	70 min
Carbón	29.509439	43.961526	26.341009	26.112357
	35.802186	28.635497	32.407554	28.289209
0.3 %	32.434470	38.049634	32.543793	28.391653
	32.516536	33.969928	30.495708	24.240443
	26.914205	41.295556	36.542888	27.535088
	37.640928	32.934806	45.615558	50.554839
0.5 %	23.784937	27.916540	56.134811	47.160887
	30.099086	31.405970	60.979238	46.003799
	38.586472	36.166064	52.284221	47.384553
	32.326527	28.072483	53.870683	48.483790