



**AJUSTE DE MODELOS NO LINEALES A DATOS DE CRECIMIENTO EN
PAVOS ALIMENTADOS CON DOS DIETAS**

POR:

I. I. NORMA MIREYA PORTILLO PAYÁN

**Tesina presentada como requisito parcial para obtener el grado de
Maestría Profesional en Estadística Aplicada**

**Universidad Autónoma de Chihuahua
Facultad de Zootecnia y Ecología
Secretaría de Investigación y Posgrado**

Ajuste de modelos no lineales a datos de crecimiento en pavos alimentados con dos dietas. Tesina presentada por Norma Mireya Portillo Payán como requisito parcial para obtener el grado de Maestría Profesional en Estadística Aplicada, ha sido aprobada y aceptada por:

M. A. Luis Raúl Escárcega Preciado
Director de la Facultad de Zootecnia y Ecología

M. C. Antonio Humberto Chávez Silva
Secretario de Investigación y Posgrado

D. Ph. Pablo Fidel Mancillas Flores
Coordinador Académico

Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez
Presidente

DICIEMBRE 11 - 2015

Fecha

Comité:

Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez
Dr. Nicolás Callejas Juárez
Dr. Joel Domínguez Viveros

© Derechos Reservados

Norma Mireya Portillo Payán
PERIFÉRICO FRANCISCO R.
ALMADA KM. 1, CHIHUAHUA,
CHIH., MÉXICO C.P. 31453

DICIEMBRE 2015

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se lo agradezco primeramente a Dios, por todas sus bendiciones.

A mi esposo por su apoyo y comprensión.

A mis hijos Guillermo, Daniel y Mariel por comprender el tiempo que dedique a mis estudios y ser el motor de mi vida.

A mis maestros por su apoyo y enseñanzas.

CURRICULUM VITAE

El autor nació el 14 de febrero de 1972 en Naica, Chihuahua, México.

- | | |
|-------------------|---|
| 1990 – 1994 | Estudios de Ingeniería en el Instituto Tecnológico de Delicias, en Cd. Delicias, Chih. |
| 1996 – 1997 | Catedrático en la Universidad Interamericana del Norte en Chihuahua, Chih. |
| 1997 – 1999 | Supervisor de Producción en Electro Componentes de México S.A. de C.V. en Chihuahua, Chih. |
| 2006 – 2006 | Catedrático en la Universidad TecMilenio en división profesional en Chihuahua, Chih. |
| 2007 – 2007 | Catedrático en el Instituto Tecnológico de Monterrey en división preparatoria en Chihuahua, Chih. |
| 2008 – 2009 | Propietaria e Instructora de Centro Kumón en Cd. Juárez, Chih. |
| 2009 – 2013 | Catedrático en la Universidad TecMilenio en división profesional en Chihuahua, Chih. |
| 2010 – A la fecha | Catedrático en el Instituto Tecnológico de Monterrey en división preparatoria en Chihuahua, Chih. |

RESUMEN

AJUSTE DE MODELOS NO LINEALES A DATOS DE CRECIMIENTO EN PAVOS ALIMENTADOS CON DOS DIETAS

POR:

I. I. NORMA MIREYA PORTILLO PAYÁN

Maestría Profesional en Estadística Aplicada

Secretaría de Investigación y Posgrado

Facultad de Zootecnia y Ecología

Universidad Autónoma de Chihuahua

Presidente: Dr. Juan Ángel Ortega Gutiérrez

En 2012 se realizó un experimento con el objetivo de evaluar el modelo que mejor describe el crecimiento de un conjunto de 54 pavos alimentados con una dieta adicionada con zeolita y 75 con una dieta control, durante 17 semanas. Los datos fueron generados en una prueba de alimentación desarrollada en la Facultad de Zootecnia y Ecología. Las curvas de crecimiento fueron ajustadas con once modelos no lineales, propuestos en la literatura para datos en aves, mediante el procedimiento PROC NLIN del SAS, evaluadas mediante seis criterios estadísticos logrando la convergencia sólo en tres de ellos. El efecto de la zeolita en la dieta sobre la curva de crecimiento fue evaluado con un análisis de varianza sobre las estimas de cada parámetro del modelo no lineal ajustado a través del método de estimación de mínimos cuadrados. Los modelos que alcanzaron convergencia fueron Gompertz, Von Bertalanffy y Exponencial Negativo, el primero fue el que mejor describió el comportamiento de los datos.

Los parámetros $\beta_0=24821.8$ g y $\beta_2=0.1244$ g midieron el efecto de la adición de zeolita a la dieta, peso asintótico e índice de madurez; ($P < 0.05$) mostraron una mayor eficiencia en peso vivo al sacrificio con zeolita que en la dieta control. El análisis mostró que los modelos no lineales pueden usarse en aquellos estudios donde se pretende evaluar dietas sobre la curva de crecimiento en pavos.

ABSTRACT

NONLINEAR MODELS ADJUSTMENT TO GROWTH DATA OF TURKEYS FEDDING WITH TWO DIETS

BY:

I. I. NORMA MIREYA PORTILLO PAYÁN

In 2012 an experiment was made with the objective of evaluating the model that better describes the growth of a group of 54 turkeys fed with a diet added with zeolite and 75 fed with a control diet, during 17 weeks. The data were generated in a feeding test developed at Facultad de Zootecnia y Ecología. The growth curves were adjusted with eleven nonlinear models, proposed on the literature for data in animals, through the PROC NLIN procedure of SAS, evaluated by six statistical criteria, achieving the convergence in only three of them. The effect of zeolite on the diet over the growth curve was evaluated with an analysis of variance over the estimates of each parameter of the nonlinear model set through the method of least square estimation. The models that reached convergence were Gompertz, Von Bertalanffy and Negative Exponential; Gompertz was better described the data behavior. The effect of the addition of zeolite to diet was important ($P < 0.05$) on the asymptotic weight and maturity index; showed a greater efficiency at live weight at slaughter with zeolite than in control diet. The analysis showed that the nonlinear models can be used on those studies pretending to evaluate diets over the growth curve in turkeys.



CONTENIDO

	Página
RESUMEN.....	v
ABSTRACT.....	vii
LISTA DE CUADROS.....	ix
LISTA DE GRÁFICAS.....	x
INTRODUCCIÓN.....	1
REVISIÓN DE LITERATURA.....	4
Datos de Crecimiento.....	4
Modelos no Lineales.....	6
Metodología Estadística.....	7
Selección del Mejor Modelo.....	9
Curvas de Crecimiento en Animales.....	10
MATERIALES Y MÉTODOS.....	14
Origen de los Datos.....	14
Procedimiento Estadístico.....	14
Análisis Estadístico.....	16
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	18
Selección de Modelos.....	18
Efecto de la Zeolita Sobre la Curva de Crecimiento.....	24
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	28
LITERATURA CITADA.....	29



LISTA DE CUADROS

Cuadro		Página
1	Listado de modelos no lineales utilizados para el ajuste de curvas de crecimiento.....	8
2	Criterios utilizados en la selección de modelos no lineales, ecuación y significado de su valor numérico.....	11
3	Estimaciones de los parámetros en los tres modelos que alcanzaron la convergencia para el total de datos.....	19
4	Valores para los criterios de evaluación de la bondad de ajuste en los modelos ajustados a la curva de crecimiento de los pavos en las dos dietas.....	23
5	Medias de mínimos cuadrados (\pm EE) para los parámetros del modelo de Gompertz en las dos dietas probadas	25



LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica		Página
1	Comportamiento de los datos de crecimiento de los pavos por dieta y después en forma conjunta con las dos dietas.....	15
2	Medias ajustadas por el modelo de Gompertz a través de la nube de puntos de los datos en las dos dietas.....	20
3	Medias ajustadas por el modelo de Von Bertalanffy a través de la nube de puntos de los datos en las dos dietas.....	21
4	Medias ajustadas por el modelo Exponencial Negativo a través de la nube de puntos de los datos en las dos dietas...	22
5	Curvas de ajuste con el modelo de Gompertz a los datos de crecimiento en pavos alimentados con la dieta testigo y con la dieta adicionada con zeolita.....	27



INTRODUCCIÓN

La productividad en la engorda de pavos está determinada por la velocidad de crecimiento hasta que el peso al sacrificio es alcanzado. El crecimiento es afectado por las decisiones que se tomen durante el ciclo productivo sobre los nutrientes y minerales a suplementar a las aves, y por las condiciones de manejo, salud y ambientales en las que los animales se desarrollan.

A menudo se recurre al uso de promotores de crecimiento, para promover una mejor utilización de los nutrientes, mejorar la salud o metabolismo del animal con lo cual se supondría se incremente la velocidad de crecimiento (Sumano, 1996). De los promotores de crecimiento, del grupo de los aditivos dietarios no nutritivos, destacan las zeolitas, que son cristales hidratados de génesis volcánica clasificados como aluminosilicatos, formados principalmente por hidrógeno, oxígeno, aluminio y silicio; los que poseen infinitas estructuras tridimensionales que les confiere la capacidad de ganar y perder agua reversiblemente, y de cambiar algunos cationes constituyentes (Pond *et al.*, 1995).

Además, el crecimiento de las aves muestra un patrón temporal que puede caracterizarse mediante el ajuste de una función matemática a los datos (Dottavio *et al.*, 2007), los cuales analizados a través de una serie de medidas repetidas en el tiempo, presentan una curva que puede ser caracterizada, en lo particular, con modelos no lineales (MNL). Los MNL, resumen el crecimiento animal en un reducido número de parámetros con una interpretación biológica y pueden ser de utilidad en la toma de decisiones relativas al manejo, la alimentación y la comer-



cialización. Los MNL pueden ser de utilidad para evaluar los efectos de la zeolita, con diferentes niveles porcentuales en la dieta, siendo estos los objetivos de la presente tesina.

Predecir el crecimiento, identificar la máxima tasa de crecimiento y cuándo las aves están aptas para el sacrificio son factores que contribuyen a la rentabilidad de la industria avícola. Tradicionalmente se utilizan funciones de crecimiento para relacionar el peso corporal sobre la edad de las aves o al consumo de alimento acumulado (McCance, 1960; Lister *et al.*, 1966; Fitzhugh, 1976). También pueden usarse para comparar el efecto de diferentes dietas sobre la velocidad de crecimiento en los animales; para lo cual, se debe proponer aquel modelo no lineal que mejor describa la curva de crecimiento observada, ajustarlo a los datos de crecimiento observados en cada dieta y probar si los parámetros del modelo cambian con el uso de diferentes suplementos alimenticios. Así, una función útil debe describir los datos satisfactoriamente y con parámetros que tengan un significado biológico (Ratkowsky, 1983; France *et al.*, 1996). López (2008) documentó varias funciones no lineales usadas en nutrición animal para representar procesos y eventos dependientes del tiempo, y valoró el uso potencial de estas funciones para describir la respuesta a los nutrientes.

Las funciones de crecimiento que trazan una curva sigmoidea pueden considerar al punto de inflexión fijado y aquellas con un punto de inflexión flexible como las describen Thornley y France (2007). Por lo anteriormente expuesto, el objetivo de este estudio de caso fue ajustar diferentes funciones a datos de crecimiento de pavos alimentados con dietas diferentes, seleccionar el mejor



modelo para probar el efecto de la zeolita sobre los parámetros del modelo no lineal seleccionado. La aplicación de esta metodología estadística a un caso concreto de nutrición animal servirá de guía a los profesionales que tengan que tomar decisiones sobre esquemas de manejo nutricional para la engorada de aves con el propósito de hacer más rentable el proceso.



REVISIÓN DE LITERATURA

Datos de Crecimiento

El crecimiento animal inicia en la etapa prenatal con la fecundación del óvulo y termina cuando el organismo alcanza el peso adulto y la conformación propia de la especie (Helman, 1984). Se registra un aumento cuantitativo de la masa corporal que se define como la ganancia de peso por unidad de tiempo (Joander, 1969). Una curva de crecimiento es una representación gráfica de los datos del incremento de peso a través del tiempo. En poblaciones de animales esta curva tiene forma sigmoidea dado que la velocidad de crecimiento tiene un cambio sustancial en el denominado punto de inflexión. Al inicio presenta un crecimiento acelerado y exponencial; posterior al punto de inflexión, la velocidad de crecimiento cambia, o disminuye paulatinamente hasta alcanzar el peso máximo o asintótico, ya que en las primeras etapas del crecimiento se tiene una ganancia de peso importante, a partir de cierta edad el potencial de crecimiento disminuye hasta llegar a la edad adulta, donde el peso permanece estable. El crecimiento es una característica en los animales pluricelulares y uno de los factores decisivos es la edad. Inicialmente la ganancia de peso es mayor que en la edad adulta, observándose una curva de evolución cóncava hacia arriba; a medida que se desarrolla el individuo la velocidad de crecimiento disminuye, y se presenta un cambio en la curvatura, identificando un punto de inflexión que corresponde con el valor máximo de la curva de crecimiento corriente. A partir de ese momento, el crecimiento es más lento haciendo que la curva de ganancia de peso disminuya paulatinamente y la curva de la evolución aumenta cada vez más despacio. Esta tendencia continúa hasta que cesa el crecimiento y se estabiliza



el peso del individuo, hecho que corresponde matemáticamente con la asíntota horizontal (Kiviste *et al.*, 2002).

Se han utilizado diversos modelos para describir las curvas de crecimiento, los cuáles en su mayoría involucran tres parámetros que corresponden al peso adulto o peso asíntótico, un parámetro de ajuste para la etapa de crecimiento y un índice de madurez. Uno de los modelos hace uso de un cuarto parámetro que indica el punto de inflexión de la curva. Matemáticamente un punto de inflexión es un punto donde una función continua cambia su sentido de concavidad y una asíntota es una línea recta a la cual la función se va acercando indefinidamente sin llegar a ser tocada por la curva indicando el comportamiento a largo plazo, por lo que identificar estos parámetros y la inclinación de la curva proporciona información sobre el comportamiento de los datos.

En la avicultura para producir carne, a diferencia de lo que ocurre en ponedoras, el crecimiento es importante en sí mismo, dado que de él resulta el producto comercializable (Barbato, 1991). La evolución del aumento de peso vivo a lo largo de la vida de un animal es un fenómeno complejo que depende del genotipo del animal, de factores ambientales como la alimentación, el manejo, el estado de salud y efectos climatológicos, que tienen mayor impacto en las épocas iniciales del crecimiento (Hammond, 1959). Lograr que el animal llegue a su peso adulto en menor tiempo es importante, ya que con esto la engorda sería más productiva. Identificar un modelo que se ajuste a los datos de crecimiento y con ello analizar qué pasa con sus parámetros al hacer determinados cambios en la dieta de los animales, se puede manipular el crecimiento del animal para que sea más rápido y con ello tener mayores ganancias.



Modelos no Lineales

El crecimiento animal puede ser descrito por medio de funciones matemáticas que predicen el desempeño de la evolución del peso vivo; dichas funciones permiten realizar evaluaciones sobre el nivel de producción (Parks, 1982). La forma de la curva de crecimiento está determinada por la interacción de dos factores: el peso final al que llega el individuo (peso asintótico) y la velocidad (tasa de maduración) con que alcanza el peso maduro (Barbato, 1991); estos factores pueden cuantificarse a partir del ajuste matemático de los pesos registrados a diferentes edades con la función adecuada (Mignon-Grasteau y Beaumont, 2000). Mediante MNL que describen el cambio en el crecimiento en función del tiempo y con un número reducido de parámetros que pueden tener una interpretación biológica (Fitzhugh, 1976; Plasse, 1978; Owens *et al.*, 1993).

Los MNL desarrollados empíricamente para relacionar el peso sobre la edad han mostrado ser adecuados para ajustar la curva de crecimiento en diferentes especies y razas. Estos modelos permiten que datos de peso registrados sistemáticamente en el tiempo o edad del animal, puedan ser condensados en un pequeño número de parámetros, para facilitar la interpretación y el entendimiento del fenómeno (Oliveira *et al.*, 2000). Los MNL son modelos de regresión en los cuales los parámetros aparecen en forma no lineal en la ecuación (Balzarini *et al.*, 2001). Existen diversos MNL para describir la curva de crecimiento registrada en condiciones específicas (Ribeiro, 2005; Thornley y France, 2007). Para medir el crecimiento animal se han utilizado diferentes MNL, entre los más recomendados por diversas publicaciones se encuentran los modelos: Gompertz, Logístico, Von Bertalanffy, Brody, Richards.



(Agudelo-Gómez *et al.*, 2007). Estos modelos y otros más que también son utilizados para ajustar datos de crecimiento son mostrados en el Cuadro 1. Donde “y” representa el peso; “t” es el tiempo en semanas; “ β_0 ” es el peso asintótico cuando “t” tiende a infinito y es interpretado como el peso adulto; “ β_1 ” es un parámetro de ajuste cuando “ $y \neq 0$ ” ó “ $t \neq 0$ ”; “ β_2 ” es un índice de madurez expresado como una proporción de porcentaje del máximo crecimiento con respecto al peso adulto del animal, y el parámetro “m” en la función de Richards se refiere al punto de inflexión (Agudelo-Gomez *et al.*, 2007). Los modelos no lineales que han sido elegidos por su mejor ajuste en diversas publicaciones son el Gompertz, el Von Bertalanffy y Logístico (Sengul y Kiraz, 2005; Diamantopoulou y Ozelik, 2012).

Metodología Estadística

Para ajustar los diferentes modelos a las curvas de crecimiento se utilizó el PROC NLIN del SAS (2006). El procedimiento NLIN se basa en una aproximación al método de mínimos cuadrados, la descomposición de la función es a través de la Serie de Taylor; después de obviar los términos cuadráticos y mayores de esta descomposición, se usa un método iterativo para dar solución al sistema de ecuaciones resultante. Para el ajuste se debe especificar el modelo y los valores iniciales de los parámetros. El proceso iterativo inicia con los valores de los parámetros definidos. Los métodos iterativos pueden ser el de Newton, Gauss– Newton, Gauss – Raphson y Jacob. En el proceso iterativo se ejecuta n número de iteraciones y se detiene cuando alcanza el criterio de convergencia, generalmente fijado en 1.0×10^{-6} . Durante el análisis es importante asegurarse



Cuadro 1. Listado de modelos no lineales utilizados para el ajuste de curvas de crecimiento

Ecuación	Nombre	Referencia
$y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	Gompertz	Gompertz (1825)
$y = \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 t})^{-1}$	Logístico	Verhulst (1938)
$y = \beta_0 (1 - \beta_1 e^{-\beta_2 t})^3$	Von Bertalanffy	Von Bertalanffy (1938)
$y = \beta_0 (1 - \beta_1 e^{-\beta_2 t})$	Brody	Brody (1945)
$y = \beta_0 (1 - \beta_1 e^{-\beta_2 t^m})$	Richards	Richards (1959)
$y = \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 t^{\beta_2}})$	Chapman-Richards	Hung y Titus (1992)
$y = \beta_0 (1 - e^{-(\beta_1 t^{\beta_2})})$	Weibull	Hung y Titus (1992)
$y = \beta_0 e^{\frac{\beta_1}{t + \beta_2}}$	Exponencial	Ratkowsky (1990)
$y = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1^{-1} t^{-\beta_2}}$	Modifeid Logistic	Zeide (1989)
$y = \beta_0 e^{[-\beta_2 t^{-\beta_2}]}$	Korf/Lundgvist	Hung y Titus (1992)
$y = \beta_n [\beta_n e^{[-\beta_2 t]}]$	Exponencial Negativo	Neter <i>et al.</i> (1989)



que el proceso iterativo cumpla con el criterio de convergencia para registrar las estimas adecuadas de los parámetros del modelo no lineal.

Selección del Mejor Modelo

La selección de modelos es basada en diferentes criterios (Caballero, 2011), como son el coeficiente de determinación (R^2), Cuadrado Medio del Error (MSE), desviación absoluta media (MAD), error porcentual absoluto medio (MAPE), criterios de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC). El R^2 es el cociente entre la suma de cuadrados del modelo y la suma de cuadrados total, siendo el mejor valor el que se aproxima a 1. El MSE (por sus siglas en inglés) divide la sumatoria de los residuales al cuadrado entre la diferencia del número total de datos y el número de parámetros utilizados en el modelo, y se selecciona el modelo que presenta el menor valor. La MAD se obtiene al dividir la sumatoria del valor absoluto de las diferencias del valor real y el ajustado entre el número total de observaciones, eligiendo el modelo que presente el menor valor. El porcentaje de la media absoluta del error se determina obteniendo la sumatoria del valor absoluto de las diferencias de los valores reales y los ajustados entre el valor real, dividida entre el número total de observaciones y multiplicado por cien, y el modelo que se elige es el que presenta el menor valor. El AIC combina la teoría de máxima verosimilitud, información teórica y la entropía de información (Motulsky y Christopoulos, 2003). Este criterio tiene en cuenta los cambios en la bondad de ajuste y las diferencias en el número de parámetros entre los modelos (Gaona, 2005). El mejor modelo es el que presenta el menor valor. Se obtiene al sumar el producto del número de observaciones por el logaritmo del cuadrado



medio del error entre el número de observaciones y dos veces el número de parámetros utilizados. El modelo con menor BIC es considerado el mejor para explicar los datos con el mínimo número de parámetros (Gaona, 2005). Para calcularlo, se suma el producto del número de observaciones por el logaritmo del cuadrado medio del error entre el número de observaciones y el producto del número de parámetros utilizados en el modelo por el logaritmo del número total de observaciones. La ecuación para estos criterios se puede observar en el Cuadro 2.

Curvas de Crecimiento en Animales

En un estudio realizado en España en 2009, se utilizaron cinco machos y cinco hembras de la raza Marismeña o Mostrenca para analizar su crecimiento mediante modelos no lineales. Los animales fueron aleatoriamente escogidos de las crías de 2008 procurando que las fechas de nacimiento fueran muy próximas y los animales tuvieron un manejo estándar en un ambiente común. Los modelos no lineales utilizados fueron el Gompertz, Logístico, Von Bertalanffy y Brody. El modelo que mejor explicó el crecimiento fue el Brody. (Nogales, 2009). En un estudio realizado en Brasil entre junio del 2008 y enero del 2010 se utilizaron cinco cebuínos de raza Nellore, en régimen de confinamiento en corral cubierto, en jaulas individuales (2 x 1.5 m) con piso de concreto revestido de tapete, comederos y bebederos individuales. Los modelos utilizados fueron el Gompertz, Logístico, Von Bertalanffy y Brody siendo el modelo Brody el que presentó la mejor descripción del crecimiento. (Posada *et al.*, 2011). En México en 2012, se analizó el crecimiento de 1787 bovinos tropicarne criados en la vertiente del Golfo de México los modelos Gompertz, Logístico, Von Bertalanffy y Brody fueron ajustados.



Cuadro 2. Criterios utilizados en la selección de modelos no lineales, ecuación y significado de su valor numérico

Criterio de evaluación	Ecuación	Criterio de selección
Coeficiente de Determinación	$R^2 = \frac{SCM}{SCT}$	El más cercano a 1
Cuadrado Medio del Error	$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}$	El menor
Desviación Absoluta Media	$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \hat{y}_i }{n}$	El menor
MAPE		
Porcentaje de la media absoluta del error	$= \frac{\sum_{i=1}^n \left \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right }{n} * 100 \quad (y_i \neq 0)$	El menor
Criterio de Akaike	$AIC = n * \ln\left(\frac{SCE}{n}\right) + 2k$	El menor
Criterio de evaluación Bayesiano	$BIC = n * \ln\left(\frac{SCE}{n}\right) + k * \ln(n)$	El menor



tados a los datos, siendo el modelo Brody seguido por el modelo Bertalanffy los que mostraron un mejor ajuste.(Domínguez *et al.*, 2013). En Argentina se comparó el crecimiento de seis híbridos experimentales de pollo campero; en cada grupo se registraron los pesos semanales desde el nacimiento hasta que alcanzaron el peso objetivo lo cual fue a los 75 o 90 de edad. El modelo utilizado fue el de Gompertz porque mostró un buen ajuste a los datos. (Dottavio *et al.*, 2007). En Colombia se realizó un estudio para modelar la curva de crecimiento de aves de la línea Lohmann LSL. Se trabajó con un registro de 558 pesos correspondientes a 33 aves obtenidos desde el día 21 hasta el 196 de su nacimiento. Los modelos utilizados en el ajuste de la curva fueron el modelo Von Bertalanffy, mixto no lineal y redes neuronales artificiales (RNA). Los modelos fueron evaluados con el coeficiente de determinación y medidas de precisión como el cuadrado medio del error (MSE), la desviación media absoluta (MAD) y el porcentaje de la media absoluta del error (MAPE); siendo el modelo mixto no lineal el que mostró un mejor ajuste a los datos (Galeno y Cerón, 2013). En un estudio realizado en Turquía, para observar que modelo no lineal se ajustaba mejor al crecimiento de los pavos, se utilizaron 288 pavos, 144 de cada sexo y se registraron sus pesos durante 18 semanas. Los modelos utilizados fueron el modelo de Richards, el Gompertz, el Logístico y el Morgan-Mercer-Flodin (MMF). El modelo Gompertz fue el más adecuado para explicar el crecimiento en pavos (Sengul y Kiraz, 2005). En otro estudio realizado en Turquía con ovejas de la raza norduz, los modelos utilizados fueron: el Gompertz, Brody, Exponencial Negativo, Logístico y Bertalanffy. En esta ocasión fue la curva de crecimiento con el modelo Logístico la que mejor describió el crecimiento de las ovejas (Daskiran *et al.*,



2010). En Brasil se realizó un estudio para describir el crecimiento de bufalinos de la raza murreh; se analizaron 236 búfalos registrando el peso correspondiente a 18 bimestres desde el nacimiento hasta los 40 meses de edad. Los animales fueron criados en pastizales de la región noreste de Brasil y en la época de sequía se utilizó alimento suplementario. Para modelar el crecimiento animal los modelos ajustados fueron el Gompertz, Logístico, Brody, Richards y Bertalanffy. El modelo Logístico fue el que mejor describió los datos (Malhado *et al.*, 2008).



MATERIALES Y MÉTODOS

Origen de los Datos

Los datos fueron originados en un experimento de alimentación para la engorda de pavos cuyo objetivo fue evaluar el efecto de la adición de zeolita a la dieta sobre la velocidad de crecimiento. La prueba de alimentación se desarrolló en la unidad de pavos de engorda en la Facultad de Zootecnia y Ecología de la Universidad Autónoma de Chihuahua en 2012.

Los datos fueron registrados en una muestra de 129 pavos. A 54 de ellos se les asignó aleatoriamente una dieta adicionada con zeolita y a los otros 75 una dieta estándar (no adicionada con zeolita). El peso vivo de cada uno de ellos fue medido semanalmente desde el inicio del periodo de engorda (a los 4 días de edad) hasta las 17 semanas, generando un conjunto de datos de peso medido a través del tiempo en cada uno de los pavos en el estudio; en la Gráfica 1 se observa como el crecimiento es lento en las primeras semanas y a partir de la cuarta semana alcanza una velocidad máxima, hasta la semana 14 donde el crecimiento se vuelve más lento y tiende a volverse asintótico, por lo que lo apropiado es ajustar un modelo no lineal a los datos. La gráfica 1 muestra que posiblemente existan ciertas diferencias en el peso vivo por tipo de dieta, se propone realizar una prueba estadística para verificarlo a través de los parámetros de la curva de crecimiento.

Procedimiento Estadístico

Se intentó ajustar al conjunto de datos de las dos dietas los siguientes modelos no lineales seleccionados de la literatura: Gompertz, Logístico, Von Bertalanffy, Brody, Richards, Chapman-Richards, Weibull, Exponencial, Modified

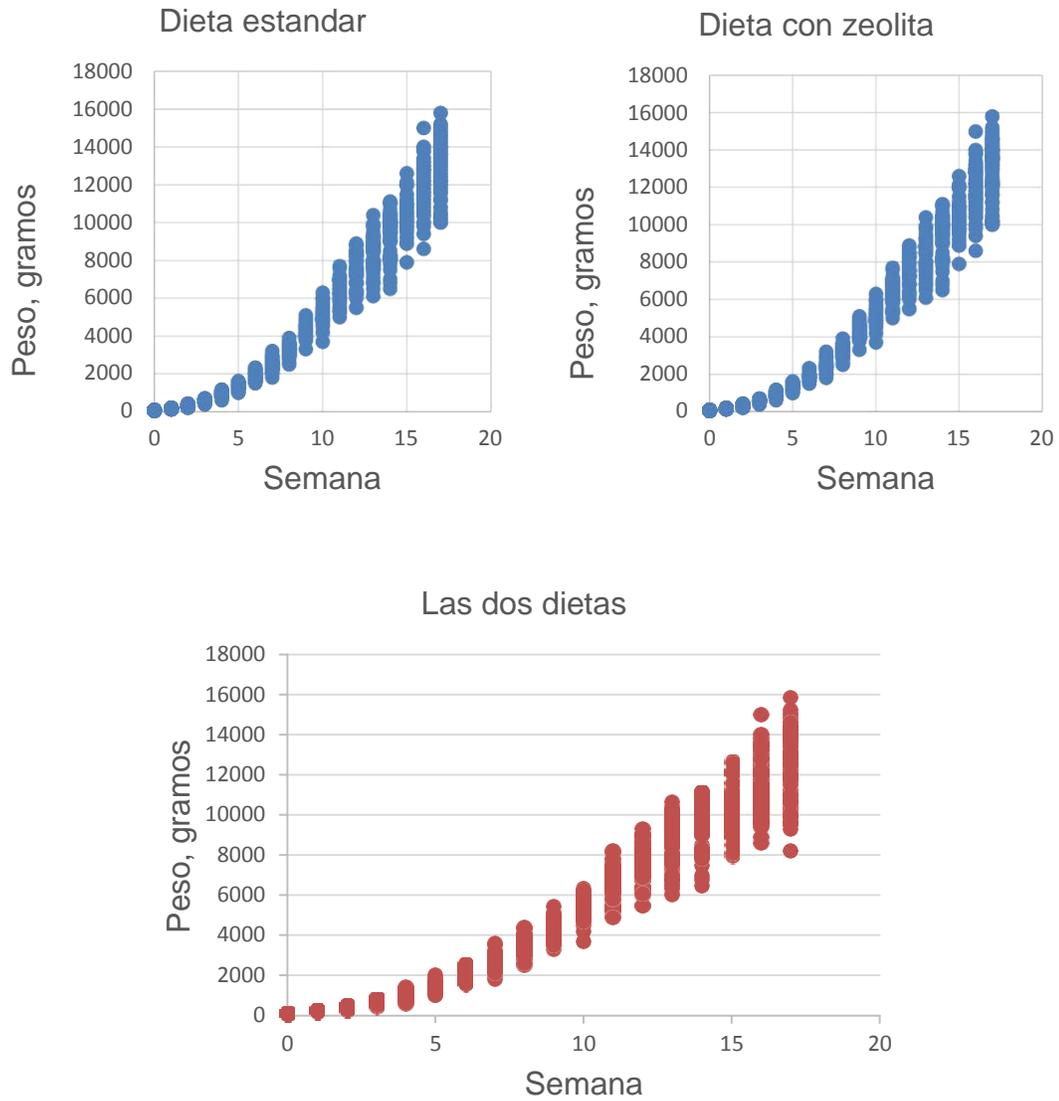


Grafico 1. Comportamiento de los datos de crecimiento de los pavos por dieta y después en forma conjunta con las dos dietas.



Logistic, Korf/Lundqvist y Exponencial Negativo.

Así mismo, para la elección del mejor modelo se utilizaron los criterios mencionados en el Cuadro 2.

Análisis Estadístico

Los datos fueron analizados con el programa estadístico SAS (2006) mediante el procedimiento PROC NLIN. Para estimar los valores de los parámetros de cada modelo se utilizó el método iterativo de Gauss-Newton modificado con 500 iteraciones. Se consideró que la convergencia fue alcanzada cuando la diferencia entre la suma de cuadrados de los residuales es menor a 1.0×10^{-6} . Los valores iniciales para los parámetros declarados en el proceso iterativo fueron: $\beta_0 = 18000$, $\beta_1 = 4874.2$, $\beta_2 = 1.1842$ y $m = 4200$. Estos valores iniciales fueron determinados de la siguiente manera: β_0 es el peso asintótico cuando $t \rightarrow \infty$ y lo que se hizo fue observar la nube de puntos para todos los datos y se determinó visualmente cuál valor podría ser la asíntota; β_1 se determinó calculando el promedio de todos los datos excluyendo los valores cuando $t = 0$ ya que representa un factor de ajuste cuando la variable dependiente e independiente son distintas de cero; β_2 es el índice de madurez expresado como una proporción de porcentaje del máximo crecimiento con respecto al peso adulto del animal, por lo que al peso adulto se le restó el peso en la semana cero y se tomó el valor mayor, luego se dividió entre el promedio del peso adulto. El valor de m es el punto de inflexión y se determinó de forma visual en la gráfica de los datos.

Los modelos de Gompertz, Von Bertalanffy y Exponencial Negativo fueron



los que alcanzaron convergencia; los resultados y discusión serán con base en estos modelos.

Los modelos no lineales fueron ajustados a las curvas de crecimiento de los pavos utilizando todos los datos sin importar el tipo de dieta. Una vez seleccionado el mejor modelo, éste fue ajustado a los datos de crecimiento en cada una de las dietas para obtener las estimas de los parámetros del modelo. Para probar el efecto de la dieta sobre cada parámetro de la curva de crecimiento, el modelo fue ajustado a los datos de crecimiento registrados en cada pavo. Las estimas de los parámetros del ajuste de este modelo en cada pavo fueron consideradas como variables observadas o datos observados, los cuales fueron utilizados para probar el efecto de la dieta sobre los parámetros de la curva de crecimiento mediante un análisis de varianza realizado con el PROC GLM del SAS donde se ajustó un modelo cuya variable respuesta fueron las estimas de cada parámetro de la curva por pavo y la variable explicadora el efecto de dieta. El efecto de la dieta sobre cada parámetro de la curva se consideró estadísticamente significativo a un nivel de significancia del 5 %.



RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al realizar el procedimiento en SAS con el PROC NLIN se observó que de los once modelos evaluados, solamente convergieron tres, Gompertz, Von Bertalanffy y Exponencial Negativo.

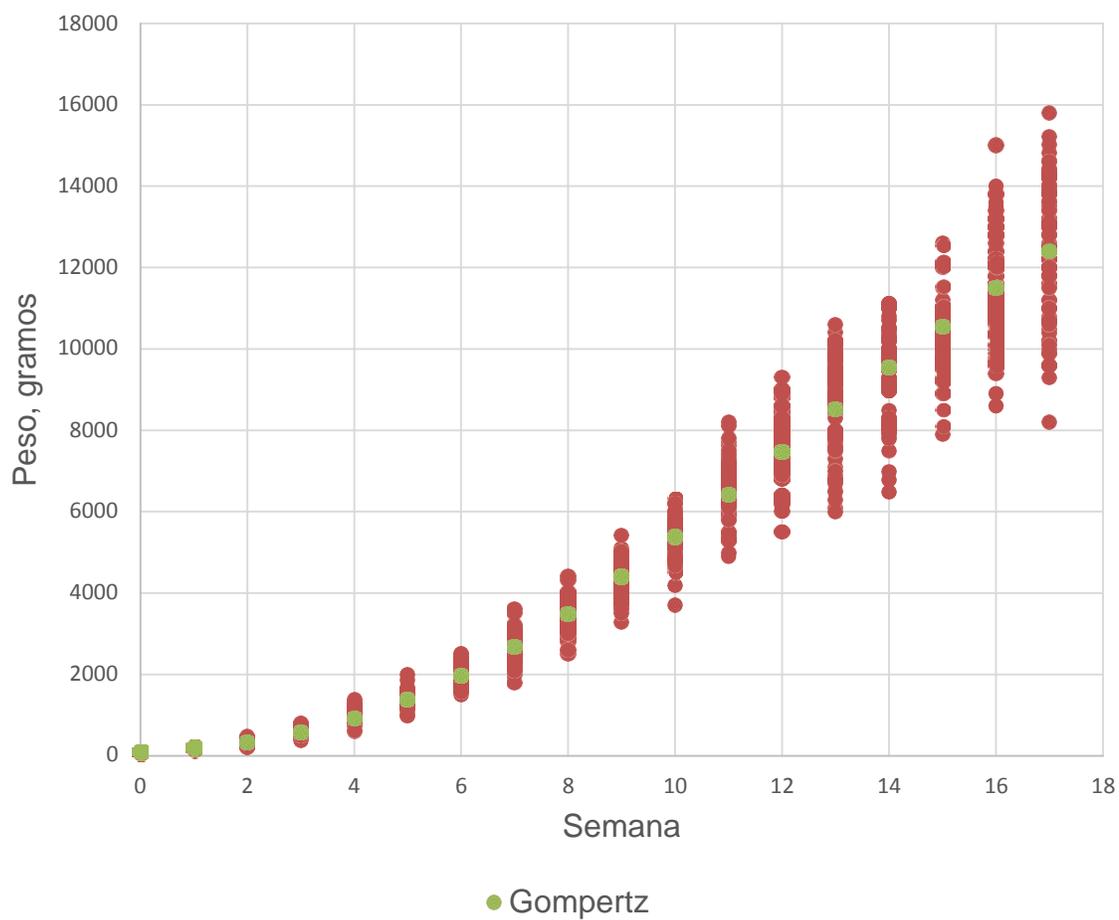
Selección de Modelos

Los valores para los parámetros estimados en los tres modelos se muestran en Cuadro 3 y sus respectivos ajustes en el Gráfico 2, Gráfico 3 y Gráfico 4. Se observa que el modelo de Gompertz (Gráfico 2) se ajusta mejor a la nube de puntos. El modelo Von Bertalanffy (Gráfico 3) en las primeras semanas está por debajo de la nube de puntos, indica que subestima la media de peso en las primeras semanas de crecimiento. En cuanto al modelo exponencial negativo (Gráfico 4) se observa que en las primeras semanas no ajusta bien los datos. Los valores de los distintos criterios para evaluar la bondad de ajuste en los tres modelos considerados se muestran en el Cuadro 4. Se observa que todos los modelos tienen una R^2 muy cercana a uno, lo que indica que cada uno de ellos explica casi la totalidad de la variabilidad en la variable respuesta; por lo tanto, este criterio no contribuye a jerarquizar los modelos de acuerdo a su poder explicativo. En cuanto a los criterios MSE, MAD y MAPE, el modelo exponencial negativo presenta valores más altos en relación a los otros modelos; esto podría ser atribuible a que este modelo considera solo dos parámetros a diferencia del Gompertz y Von Bertalanffy que utilizan tres parámetros. En cuanto a los criterios de Akaike y Bayesiano, sí toman en cuenta las diferencias en el número de parámetros entre los modelos (Gaona, 2005) y en estos criterios el modelo exponencial negativo muestra valores más semejantes a los otros modelos. Aun

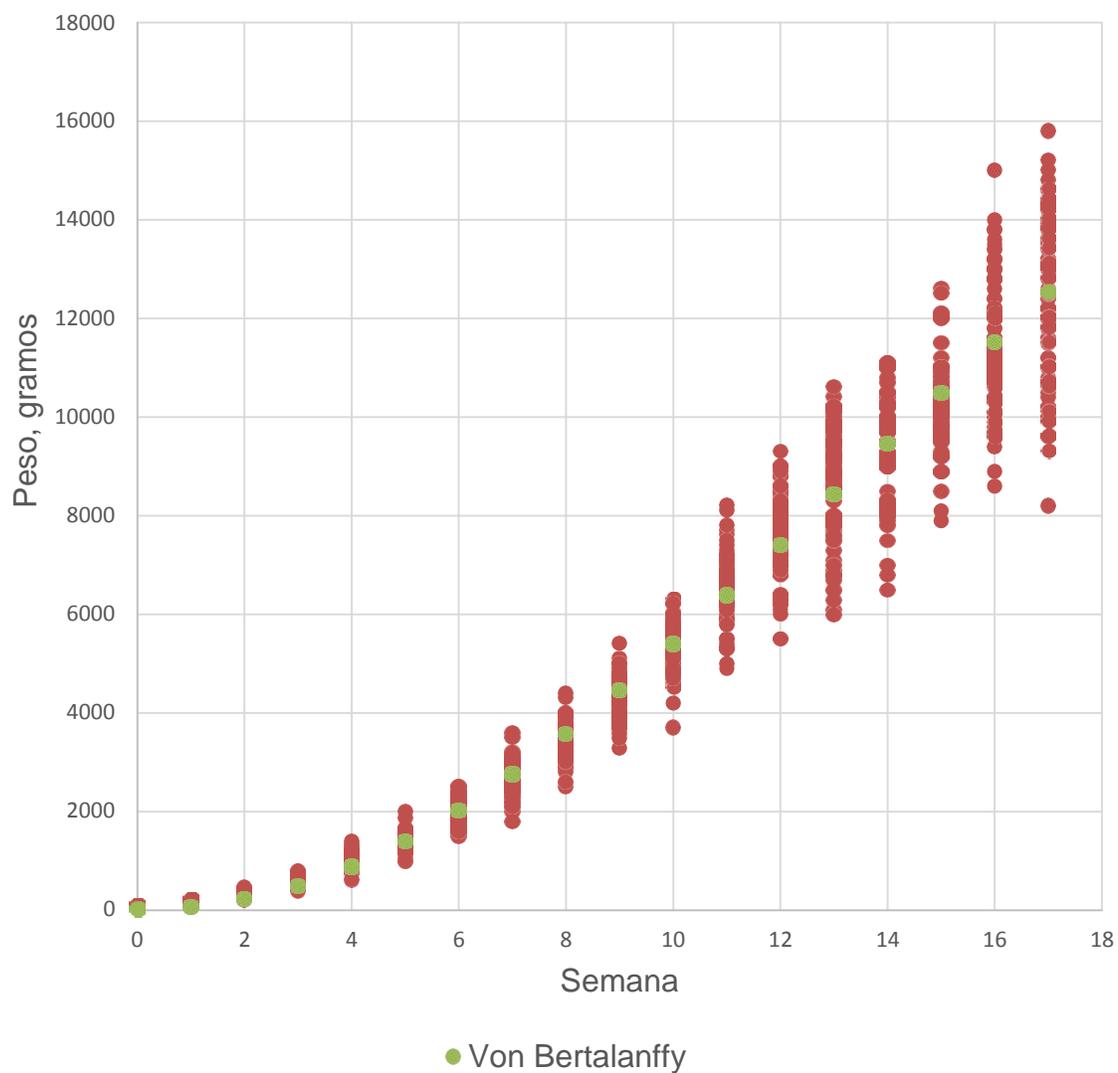


Cuadro 3. Estimaciones de los parámetros en los tres modelos que alcanzaron la convergencia para el total de datos

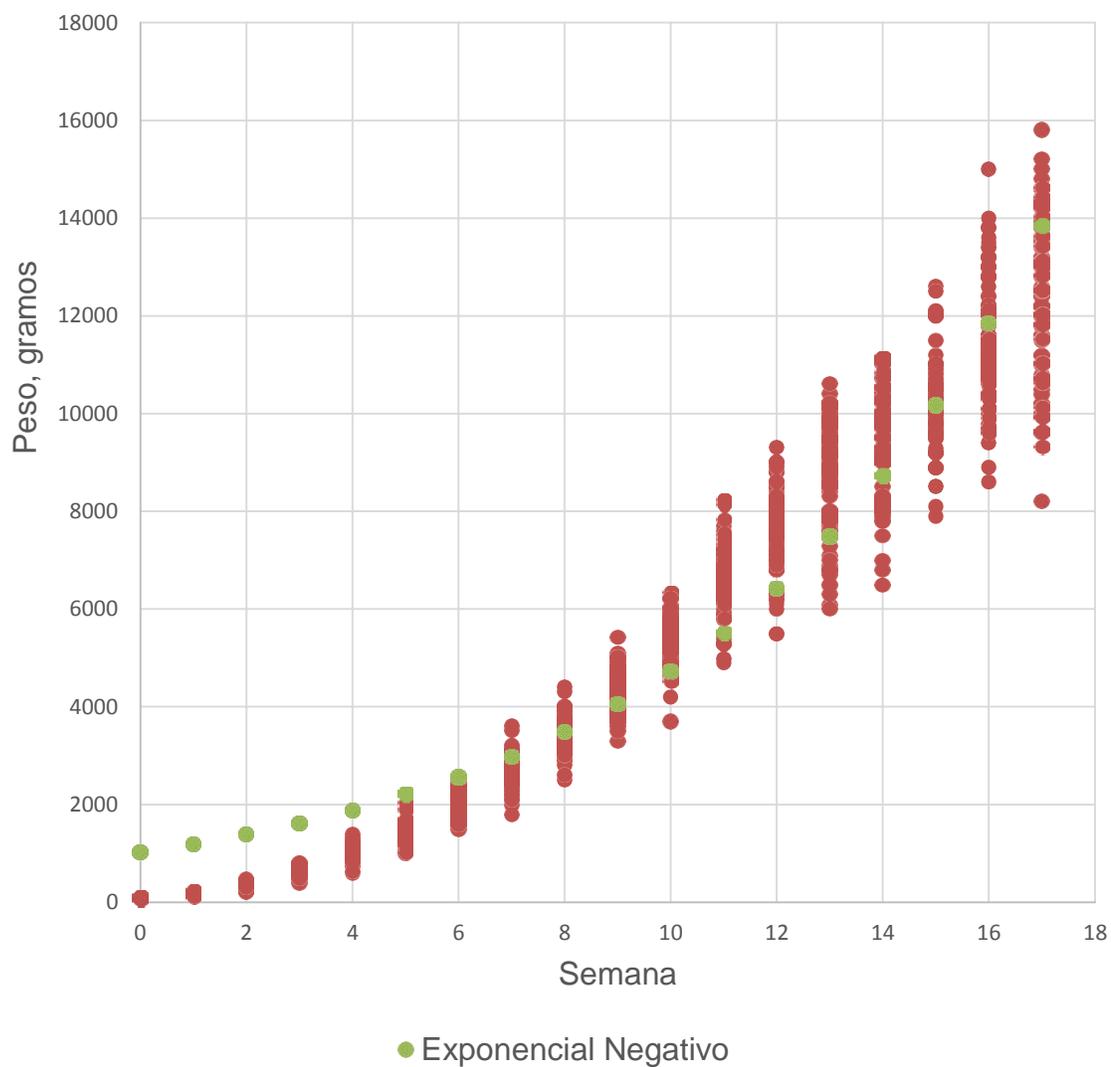
Modelo	Parámetro		
	$\hat{\beta}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\beta}$
Gompertz	20416.1	5.4413	0.1406
Von Bertalanffy	30401.4	0.9419	0.0766
Exponencial negativo	31.9		-0.1533



Gráfica 2. Medias ajustadas por el modelo de Gompertz a través de la nube de puntos de los datos en las dos dietas.



Grafica 3. Medias ajustadas por el modelo de Von Bertalanffy a través de la nube de puntos de los datos en las dos dietas.



Gráfica 4. Medias ajustadas por el modelo Exponencial Negativo a través de la nube de puntos de los datos en las dos dietas.



Cuadro 4. Valores para los criterios de evaluación de la bondad de ajuste en los modelos ajustados a la curva de crecimiento de los pavos en las dos dietas

Modelo	R ²	MSE	MAD	MAPE	AIC	BIC
Gompertz	0.9	443380.8	398.1	10.8	30194.1	30211.3
Von Bertalanffy	0.9	450021.6	421.1	18.5	30228.6	30245.8
Exponencial negativo	0.9	1131983	881.7	164.3	32369.5	32381.0

R² = coeficiente de determinación; MSE = cuadrado medio del error; MAD = desviación media absoluta; MAPE = porcentaje de la media absoluta del error; AIC = criterio de Akaike; y, BIC = criterio Bayesiano.



así, el modelo que presenta los valores menores en los criterios MSE, MAD, MAPE, Akaike y Bayesiano es Gompertz, además de presentar un valor de R^2 muy próxima a uno, seguido por Von Bertalanffy y por último Exponencial Negativo. Entonces, el modelo que mejor ajusta los datos de crecimiento es Gompertz. Sengul y Kiraz (2005) en un estudio en crecimiento de pavos determinaron que el modelo de Gompertz fue el que mostró un mayor ajuste a los datos, los valores de los parámetros obtenidos fueron: $\beta_0=15,157.56$, $\beta_1=-4.44$ y $\beta_2=-0.11$. Norris *et al.* (2007) llega a determinar que el modelo de Gompertz es el que tiene el mejor ajuste en un estudio realizado en pollos. Los parámetros que se obtuvieron son: $\beta_0=19,816$, $\beta_1=0.000712$ y $\beta_2=0.13$. Dottavio *et al.* (2007) en un estudio con pollo campero concluyeron que el modelo no lineal con mejor ajuste es el de Gompertz.

Efecto de la Zeolita Sobre la Curva de Crecimiento

La prueba del efecto de la zeolita fue significativa ($P < 0.05$) para los parámetros β_0 y β_2 del modelo de Gompertz, lo que indica su aporte en la modificación de la curva de crecimiento. En el Cuadro 5 se muestran las medias de cuadrados mínimos (\pm EE) para los parámetros del modelo cuando se ajustó a los datos de crecimiento en pavos suplementados con zeolita y con la dieta testigo. El peso asintótico (β_0) fue mayor ($P < 0.05$) cuando se adicionó zeolita a la dieta en relación a la dieta estándar (Gráfico 1). El índice de madurez (β_2) fue mayor ($P < 0.05$) en los pavos que se alimentaron con la dieta adicionada con zeolita, lo que indica una mayor velocidad de crecimiento respecto los alimentados con la dieta control (Gráfica 5). Los datos corresponden a un diseño completa



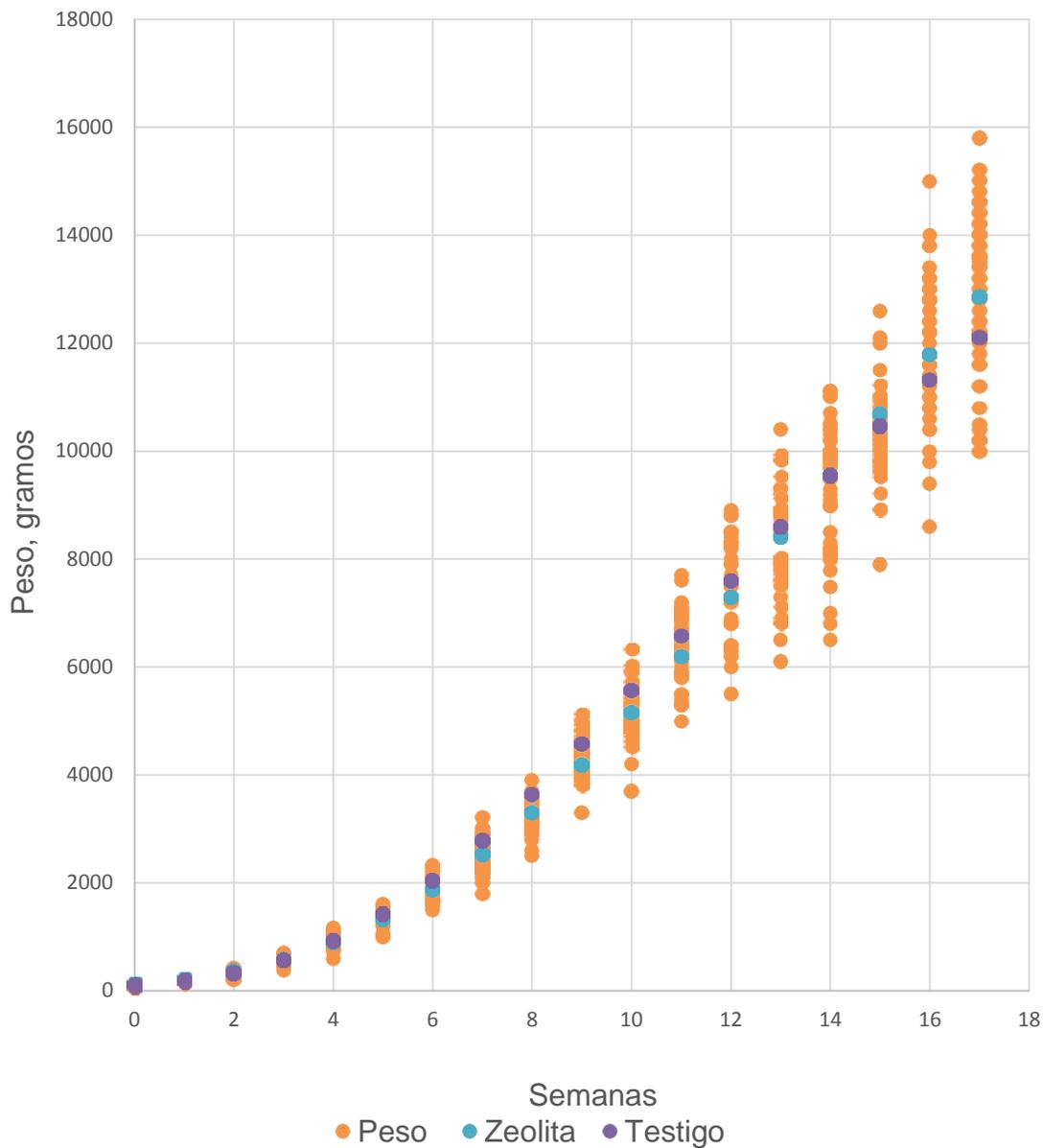
Cuadro 5. Medidas de mínimos cuadrados (\pm EE) para los parámetros del modelo de Gompertz en las dos dietas probadas

Dieta	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
Zeolita	24821.8 \pm 1042.1 ^a	5.4534 \pm 0.0936 ^a	0.1244 \pm 0.00425 ^a
Testigo	18149.4 \pm 388.2 ^b	5.4884 \pm 0.0976 ^a	0.1533 \pm 0.00357 ^b

^{ab} Literales diferentes en la misma columna indican diferencia estadística ($P < 0.05$) entre las medias de mínimos cuadrados.



mente al azar con medidas repetidas en el tiempo, actualmente, uno de los más utilizados en la investigación médica, social y psicológica. Permite realizar análisis representativo de las inferencias estadísticas, debido a su mayor precisión en la estimación de los parámetros del modelo asumido, logrando mejorar la potencia de prueba y reducir el tamaño del experimento (Fernández y Vallejo, 1996).



Gráfica 5. Curvas de ajuste con el modelo de Gompertz a los datos de crecimiento en pavos alimentados con la dieta testigo y con la dieta adicionada con zeolita.



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se logró ajustar satisfactoriamente tres modelos no lineales a los datos de crecimiento obtenidos en dos muestras de pavos alimentados en diferente condición. El modelo de Gompertz fue el que mostró mejor ajuste.

Con el modelo no lineal de Gompertz fue posible probar el efecto de la dieta sobre los parámetros de la curva de crecimiento en pavos.

Los parámetros de peso asintótico e índice de madurez; fueron mayores en la curva de crecimiento de pavos suplementados con zeolita. De esta manera se esperaría un mayor peso en los pavos al sacrificio incluyendo zeolita en su dieta al mismo periodo de engorda que aquellos donde no se adiciona el suplemento.

Con este estudio se muestra que los modelos no lineales representan una alternativa, a los modelos tradicionales, en aquellos estudios donde se pretende evaluar el efecto de ciertas condiciones experimentales sobre la curva de crecimiento en pavos.



LITERATURA CITADA

- Agudelo-Gomez, D. A., M. F. Cerón-Muñoz y L. F. Restrepo. 2007. Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Rev. Col. Cienc. Pec.* 20:157-173.
- Balzarini, M., F. Casanoves, J. A. Di-Rienzo, L. A. González y C. W. Robledo. 2001. *Infostat. Versión 1.* Córdoba. Argentina.
- Barbato, G. 1991. Genetic architecture of growth curve parameters in chickens. *Theor. Appl. Genet.* 83:24.
- Brody, S. 1945. *Bioenergetics and growth.* Reinhold Publishing Corporation. New York. 1023.
- Caballero, D. F. F. 2011. Selección de modelos mediante criterios de información en análisis factorial, aspectos teóricos y computacionales. Tesis Doctoral, Editorial de la Universidad de Granada, D.L.
- Daskiran, I., S.Koncagul y M. Bingol. 2010. Growth Characteristics of Indigenous Norduz Female and Male Lambs. *Tarim Bilimleri Dergisi–Journal of Agricultural Sciences* 16:62-69
- Diamantopoulou, M. J. y R. Ozelik. 2012. Evaluation of different modeling approaches for total tree-height estimation in Mediterranean Region of Turkey. *Fores System.* 21:383-397.
- Domínguez Viveros, J., F. A. Rodríguez Almeida, R. Núñez Domínguez, R. Ramírez Valverde, J. A. Ortega Gutiérrez y A. Ruiz-Flores. 2013. Ajuste de modelos no lineales y estimación de parámetros de crecimiento en bovinos tropicarne. *Agrociencia* 47:25-34.
- Dottavio, A. M., M. Álvarez, Z. E. Canet, M. T. Font y R. J. Di Masso. 2007. Patrón de crecimiento de híbridos experimentales para la producción de pollo campero. *Revista Argentina de Producción Animal.* 27:75-82.
- Fernández, P. y G. Vallejo. 1996. Diseño de medidas repetidas con dependencia serial en el error bajo la violación de la asunción de homogeneidad. Universidad de Oviedo. *Anales de Psicología.* 12:87.
- Fitzhugh Jr, H. A. 1976. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *J. Anim. Sci.* 42:1036-1051.
- France, J., J. Dijkstra y M. S. Dhanoa. 1996. Growth functions and their application in animal science. *Annales de Zootechnie.* 45:165-174.



- Gaona L.M. 2005. Matrices de covarianza estructuradas en modelos con medidas repetidas. Tesis de maestría. Recinto Universitario de Mayagüez, Universidad de Puerto Rico.
- Galeno-Vasco, L. y M. Cerón-Muñoz. 2013. Modelación de crecimiento de pollitas Lohmann LSL con redes neuronales y modelos de regresión no lineal. *MVZ Cordoba* 18:3861-3867.
- Gompertz B. 1825. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life Contingencies. *Philos Trans R Soc Lond.* 115:513-585.
- Hammond, J. 1959. Avances en fisiología zootécnica. Zaragoza. Acribia. 1330.
- Helman, M.B. 1984. *Cebutecnia*. 2nd ed. El ateneo. Buenos Aires
- Huang, S. y S. J. Titus. 1992. Comparison of nonlinear height diameter functions for major Alberta tree species. *Can J For Res - Rev Can Rech For* 22:1297-1304.
- Joander, G. 1969. Estimation of efficiency of beef production. *J Anim Sci.* 29:862-868.
- Kiviste, A., G. Álvarez, A. Rojo y G. Ruiz. 2002. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Madrid: Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria.
- Lister, D., T. Cowen y R. A. McCance. 1966. Severe under-nutrition in growing and adult animals. *Br J Nutr* 20:633-639.
- López, S. (2008) non-linear functions in animal nutrition, in France, j. & Kebreab, E. (eds.) *Mathematical Modelling in Animal Nutrition* 47-88 (Wallingford, UK: CAB International).
- Malhado, C.H.M., A. A. Ramos, P. L. S. Carneiro, J. C. Souza, F. S. Wechsler, J. P. Eler, D. M. M. R. Azevedo y J. R. Sereno. 2008. Modelos no lineales para describir el crecimiento de Bufalinos de la raza murrh. *Arch Zootec*, 57:497-503.
- McCance, R. A. 1960. Severe under-nutrition in growing and adult animals. 1. Production and general effects. *Br J Nutr* 14:59-73.
- Mignon-Grasteau, S. y E. Beaumont. 2000. Les courbes de croissance chez les oiseaux. *INRA Prod. Anim.* 13:337.
- Motulsky, H. y A. Christopoulos. 2003. Fitting models to biological data using linear and nonlinear regression. Versión 4. San DiegoCA: GraphPadPRISM®. URL: www.graphpad.com. 351.



- Neter, J., W. Wasserman y M. H. Kutner. 1989. Applied Linear Regression Models. Irwin, Boston
- Nogales Baena, S., 2009. Estudio preliminar de la curva de crecimiento de la raza bovina marismeña en cebadero convencional. Tesis de maestría. Zootecnia y gestión sostenible: ganadería ecológica e integrada. UCO.
- Norris D., J. W. Ngambi, K. Benyi, M. L. Makgahlela, H. A. Shimelis y E. A. Nesamvuni. 2007. Analysis of growth curves of indigenous male Venda and Naked Neck chickens. S Afr J Anim Sci 37:21-26
- Oliveira, H.N., R. B. Lobo y C. S. Pereira. 2000. Comparación de los modelos no-lineales para describir el crecimiento de las hembras de la raza Guzerá. Pesqui. Agropecu. Bras., 35:1843-1851
- Owens, F. N., P. Dubeski y C. F. Hanson. 1993. Factors that alter the growth and development of ruminants. J. Anim. Sci. 71:3138-3150.
- Parks, J. A. 1982. Theory of feeding and growth of animals. Springer-Verlag, Berlin.
- Plasse, D. 1978. Aspectos de crecimiento del *Bos indicus* en el trópico Americano. World Rev. Anim. Prod. 4:29-48.
- Pond, W. G., D. C. Church y K. R. Pond. 1995. Basic Animal nutrition and feeding. 4ª ed. John Wiley & Sons, USA.
- Posada, S., N. R. Rosero, N. Rodríguez y C. A. Costa. 2011. Estimación de parámetros de curvas de crecimiento de ganado Nellore criado en confinamiento. MVZ Córdoba 16:2701-2710.
- Ratkowsky, D. A. 1983. Nonlinear regression modeling. Marcel Dekker. New York.
- Ratkowsky D. A. 1990. Handbook of nonlinear regression models. Marcel Dekker, N.Y.
- Ribeiro, F. A. 2005. Curvas de crecimiento en producción animal. Rev. Bras. Zootec. 34:786-795.
- Richards, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. J Exp Bot 10:290-300.
- SAS Institute Inc. 2006, SAS 9.1.3. User's guide. Cary, NC, USA.
- Sengul, T. y S. Kiraz. 2005. Non-linear models of growth curves in large White turkeys. Turk J. Vet Anim Sci. 29:331-337.



- Sumano, H. 1996. Farmacología clínica en bovinos. 1ª ed. Ed. Trillas, México.
- Thornley, J. H. M. y J. France. 2007. Mathematical Models in Agriculture. Quantitative Methods for Plant, Animal and Ecological Sciences. Second Ed. CAB International, London U. K. 435.
- Verhulst, P. F. 1938. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. Corresp Math Phy. 10:113-121.
- Von Bertalanffy, L. A. 1983. Quantitative theory of organic growth. Hum Biol. 10:181-213.
- Zeide, B. 1989. Accuracy of equations describing diameter growth. Can J For Res Rev Can Rech For. 19:1283-1286.